

24 जून, 2022 - शिफ्ट 2 (स्मृति आधारित प्रश्न)

जेईई मेन परीक्षा 2022 - सेशन 1

सेक्शन A: भौतिक विज्ञान

प्रश्न.1. एक प्रोटॉन, एक ड्यूटेरॉन और एक अल्फा कण समान गतिज ऊर्जा के साथ क्षेत्र से समकोण पर एकसमान चुंबकीय क्षेत्र B के क्षेत्र में प्रवेश करते हैं। उनके वृत्तीय पथ की त्रिज्याओं का अनुपात है:

- A) 1 : 1 : 1
 B) 1 : $\sqrt{2}$: 1
 C) $\sqrt{2}$: 1 : 1
 D) $\sqrt{2}$: $\sqrt{2}$: 1

उत्तर: 1 : $\sqrt{2}$: 1

हल:

$$\text{त्रिज्या, } R = \frac{mv}{qB} = \frac{m(\sqrt{2(KE)})}{qB\sqrt{m}} \propto \frac{\sqrt{m}}{q}$$

$$R_P : R_D : R_\alpha = \frac{1}{1} : \frac{\sqrt{2}}{1} : \frac{\sqrt{4}}{2} = 1 : \sqrt{2} : 1$$

प्रश्न.2. एक कार्नो इंजन 5000 kcal पर 727°C की ऊष्मा को ग्रहण करता है और 127°C पर बहिष्कृत करता है। इंजन द्वारा किया गया कार्य क्या है?

- A) 3000 kcal
 B) 2000 kcal
 C) 4000 kcal
 D) 5000 kcal

उत्तर: 3000 kcal

हल: कार्नो चक्र की दक्षता निम्न द्वारा दी जाती है,

$$\eta = 1 - \frac{T_{\text{सिंक}}}{T_{\text{स्रोत}}} = \frac{W}{Q}$$

$$\Rightarrow \left(1 - \frac{400}{1000}\right) = \frac{6}{10} = \frac{W}{5000}$$

$$\Rightarrow W = 3000 \text{ kcal}$$

प्रश्न.3. संधारित्र पर आवेश 2 C द्वारा बढ़ाया जाता है और संचित ऊर्जा 144% हो जाती है। प्रारंभिक आवेश ज्ञात कीजिए।

- A) 10
 B) 12
 C) 14
 D) 16



उत्तर: 10

हल: संधारित्र में संग्रहित ऊर्जा, $E = \frac{Q^2}{2C}$ द्वारा दी जाती है।

मान लीजिए कि प्रारंभिक आवेश Q_0 है।

$$\text{तब, } 1.44 \left(\frac{Q_0^2}{2C} \right) = \frac{(Q_0+2)^2}{2C}$$

$$\Rightarrow 1.2Q_0 = Q_0 + 2$$

$$Q_0 = \frac{2}{0.2} = 10$$

प्रश्न.4. यदि पृथ्वी और सूर्य के बीच की दूरी तीन गुना हो जाती है, तो वर्षों में आवर्त काल क्या होगा?

- A) $2\sqrt{3}$ वर्ष
- B) $3\sqrt{3}$ वर्ष
- C) 3 वर्ष
- D) 9 वर्ष

उत्तर: $3\sqrt{3}$ वर्ष

हल: केप्लर के तीसरे नियम के अनुसार, आवर्त काल का नियम, $T^2 \propto R^3$

जहां, T ग्रह द्वारा सूर्य के चारों ओर एक बार जाने में लिया गया समय है और R दीर्घवृत्तीय कक्षा का अर्ध-दीर्घ अक्ष (दूरी) है।

$$\therefore T^2 = k R^3 \dots (i)$$

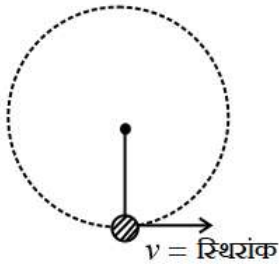
जहाँ k आनुपातिकता स्थिरांक है। जब R , 3 गुना हो जाता है, माना कि आवर्तकाल (T') हो जाता है।

$$\therefore (T')^2 = k (3R)^3 \dots (ii)$$

$$\therefore \frac{T^2}{(T')^2} = \frac{1}{27}$$

इसलिए, आवर्त काल $3\sqrt{3}$ वर्ष होगा।

प्रश्न.5. एक द्रव्यमान m को एक द्रव्यमान रहित डोरी से बाँध दिया जाता है और एकसमान चाल के साथ एक ऊर्ध्वाधर वृत्त में घुमाया जाता है। तार में तनाव है :



- A) पूरी तरह से समान
- B) शीर्ष पर अधिकतम
- C) शीर्ष पर न्यूनतम
- D) निम्नतम पर न्यूनतम



उत्तर: शीर्ष पर न्यूनतम

हल: चूंकि चाल नियत है, वृत्त के केंद्र की ओर आवश्यक अभिकेंद्रीय बल समान होगा। शीर्ष पर, वस्तु पर कार्य करने वाले गुरुत्वाकर्षण बल की दिशा और तनाव समान होगा।

$$\text{इसलिए, हम लिख सकते हैं, } mg + T = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow T = \frac{mv^2}{r} - mg$$

स्पष्ट रूप से इस स्थिति में, डोरी में तनाव न्यूनतम होगा।

प्रश्न.6. जब एक आदर्श एकपरमाण्विक गैस को ऊष्मा की Q मात्रा आपूर्ति की जाती है, तो गैस अपने परिवेश पर $\frac{Q}{4}$ कार्य करती है, इस प्रक्रम के लिए मोलर ऊष्मा धारिता क्या है?

A) $2R$

B) R

C) $\frac{3R}{2}$

D) $\frac{5R}{2}$

उत्तर: $2R$

हल: ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम का प्रयोग करने पर,

$$Q = \Delta U + W$$

$$\Rightarrow Q = \Delta U + \frac{Q}{4}$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{3Q}{4}$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3Q}{4}$$

$$\text{इस प्रकार, } C = \frac{Q}{n\Delta T}$$

$$\Rightarrow C = 2R$$

प्रश्न.7. जब एक समांतर प्लेट संधारित्र को $60\mu\text{C}$ तक आवेशित किया जाता है, तो विस्थापन धारा का परिमाण ज्ञात कीजिए। एक रेडियोधर्मी स्रोत के कारण, प्लेट $1.8 \times 10^{-8} \text{Cs}^{-1}$ की दर से आवेश खो देती है।

A) $1.8 \times 10^{-8} \text{Cs}^{-1}$

B) $3.6 \times 10^{-8} \text{Cs}^{-1}$

C) $4.1 \times 10^{-11} \text{Cs}^{-1}$

D) $5.7 \times 10^{-12} \text{Cs}^{-1}$

उत्तर: $1.8 \times 10^{-8} \text{Cs}^{-1}$



हल: प्रारंभ में संधारित्र को $60\mu\text{C}$ के लिए आवेशित किया जाता है, फिर एक रेडियोधर्मी स्रोत के कारण यह आवेश खो देता है। हमें विस्थापन धारा को ज्ञात करने की आवश्यकता है। विस्थापन धारा वह धारा है, जो तब कार्य करती है, जब विद्युत क्षेत्र और विद्युत क्षेत्र के कारण विद्युत फ्लक्स समय के साथ परिवर्तित हो रहा है।

मैक्सवेल ने पाया कि चालन धारा (I) और विस्थापन धारा (I_d) में एक साथ सांतत्य का गुण होता है, यद्यपि व्यक्तिगत रूप से वे सतत नहीं हो सकते हैं। मैक्सवेल ने यह भी अनुमान लगाया कि यह धारा एक तुल्य चुंबकीय फ्लक्स उत्पन्न करती है क्योंकि चालन धारा तुल्य चुंबकीय फ्लक्स उत्पन्न कर सकती है।

$$\text{विस्थापन धारा इस प्रकार व्यक्त की जाती है, } I_d = \frac{dq}{dt}$$

चूंकि विस्थापन धारा विद्युत विस्थापन क्षेत्र के परिवर्तन की दर है। इसलिए यह संधारित्र के आवेश में हानि की दर $1.8 \times 10^{-8} \text{ C s}^{-1}$ के रूप में दी जाती है।

$$\text{इसलिए, } I_d = \frac{dq}{dt} \therefore I_d = 1.8 \times 10^{-8} \text{ C s}^{-1}$$

अतः, यह अभीष्ट उत्तर है।

प्रश्न.8. दो तरंगों की तीव्रता का अनुपात $9 : 4$ है। जब वे अध्यारोपित होते हैं, तो अधिकतम और न्यूनतम तीव्रता का अनुपात निम्न हो जाएगा:

- A) $9 : 4$
- B) $3 : 2$
- C) $4 : 1$
- D) $25 : 1$

उत्तर: $25 : 1$

हल: प्रश्न में दिए गए आंकड़ों से, तीव्रता का अनुपात है:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{9}{4}$$

उपरोक्त समीकरण में दोनों पक्षों का वर्ग मूल लेने के बाद, हम प्राप्त करते हैं:

$$\frac{\sqrt{I_1}}{\sqrt{I_2}} = \frac{3}{2}$$

योगान्तरानुपात नियम का उपयोग करने पर,

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}}{\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}} = \frac{3+2}{3-2} = \frac{5}{1}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}}{\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}} \right)^2 = \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{25}{1}$$

प्रश्न.9. विपरीत दिशाओं में गति करने वाली दो प्रणामी तरंगें एक दूसरे के साथ अध्यारोपित होती हैं। परिणामी तरंग का समीकरण मीटर में

$$y = 10 \cos(\pi x) \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \text{ है। } x = \frac{4}{3} \text{ m पर इसका आयाम ज्ञात कीजिए।}$$

- A) 5 m
- B) 10 m
- C) 12 m
- D) 11 m

उत्तर: 5 m

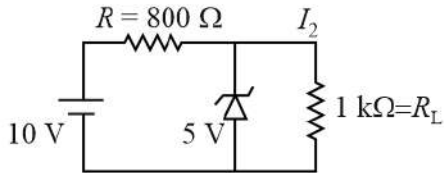


हल: माध्य स्थिति से अधिकतम विस्थापन आयाम होता है।

$$\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = 1$$

$$\text{इसलिए, } A = \left|10 \cos\left(\frac{4}{3}\pi\right)\right| = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ m}$$

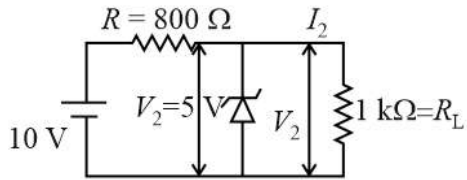
प्रश्न.10. नीचे दिए गए परिपथ के लिए, जेनर डायोड के माध्यम से विद्युत धारा ज्ञात कीजिए।



- A) 1.25 mA
- B) 2.25 mA
- C) 3.25 mA
- D) 4.25 mA

उत्तर: 1.25 mA

हल:



जेनर डायोड के कारण लोड प्रतिरोध वाली शाखा में विभव पात 5 V होगा। इसलिए, 800 Ω के सिरों पर विभव पतन होगा:

$$10 \text{ V} - 5 \text{ V} = 5 \text{ V}$$

अब, बैटरी के माध्यम से प्रवाहित धारा होगी, $I = \frac{5}{800} \times 1000 = 6.25 \text{ mA}$

लोड के माध्यम से धारा होगी,

$$I_L = \frac{5}{1000} \text{ A} = 5 \text{ mA}$$

अमीष्ट धारा, $I_Z = (6.25 - 5) \text{ mA}$

$$= 1.25 \text{ mA}$$

प्रश्न.11. एक प्रक्षेप्य क्षैतिज के साथ 45° के कोण पर दागा जाता है। 2s के बाद इसका वेग 20 m s^{-1} हो जाता है। तो प्रक्षेप्य का परास क्या है?

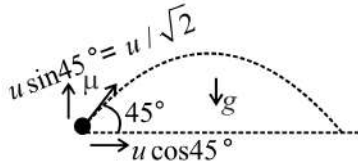


- A) 80 m
- B) 50 m
- C) $20\sqrt{3} \text{ m}$
- D) 60 m



उत्तर: 80 m

हल:



$$2 \text{ s के बाद वेग} = 20 \text{ m s}^{-1}$$

$$\Rightarrow v_x^2 + v_y^2 = v^2 = 400$$

$$\Rightarrow u \cos 45^\circ + (u \sin 45^\circ - gt)^2 = \frac{u^2}{2} + \left(\frac{u}{\sqrt{2}} - 20\right)^2 = 400$$

$$\Rightarrow \frac{u^2}{2} + \frac{u^2}{2} + 400 - \frac{40}{\sqrt{2}}u = 400$$

$$\Rightarrow u^2 = \frac{40}{\sqrt{2}}u \Rightarrow u = \frac{40}{\sqrt{2}} \text{ m s}^{-1}$$

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} \Rightarrow R = \frac{1600}{20} = 80 \text{ m}$$

प्रश्न.12. 1.5 kg द्रव्यमान का एक हथौड़ा जिसकी चाल 60 m s^{-1} है, 100 g द्रव्यमान की एक लोहे की कील से टकराता है। यदि लोहे की विशिष्ट ऊष्मा $0.45 \text{ cal g}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ है और एक-चौथाई ऊर्जा ऊष्मा में परिवर्तित होती है और कील में स्थानांतरित हो जाती है। तब, कील के तापमान में वृद्धि है:

- A) $3.5 \text{ }^\circ\text{C}$
- B) $7.2 \text{ }^\circ\text{C}$
- C) $10.5 \text{ }^\circ\text{C}$
- D) $12.1 \text{ }^\circ\text{C}$

उत्तर: $3.5 \text{ }^\circ\text{C}$

हल: यदि हम किसी वस्तु को गर्म करते हैं, तब, ऊर्जा का उपयोग या तो पिंड के ताप को परिवर्तित करने या पिंड की अवस्था परिवर्तित करने में होता है। यदि इससे तापमान परिवर्तित होता है, तो

$$Q = mS \Delta T$$

जहाँ, Q दी गई ऊष्मा है, m द्रव्यमान है और ΔT तापमान में परिवर्तन है।

हम जानते हैं कि गतिमान वस्तु में गतिज ऊर्जा के रूप में ऊर्जा होती है, अर्थात्, $KE = \frac{1}{2}mv^2$

जब वह गतिमान वस्तु किसी दूसरी वस्तु से टकराती है, तो यह कुछ ऊर्जा को खो देती है, जो ऊष्मा ऊर्जा में परिवर्तित हो जाती है और यह ऊष्मा ऊर्जा वस्तु के ताप को बढ़ाती है।

दिया गया है कि 1.5 kg की एक हथौड़ी 60 m s^{-1} के साथ गति कर रही है।

$$\text{गतिज ऊर्जा} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1.5)(60)^2 = 2700 \text{ J}$$

साथ ही, हम जानते हैं कि, $1 \text{ cal} = 4.2 \text{ J}$

गतिज ऊर्जा का एक-चौथाई भाग गतिज ऊर्जा में परिवर्तित हो जाता है और ऊर्जा ऊष्मा ऊर्जा में परिवर्तित हो जाती है।

$$\Rightarrow \frac{1}{4}(KE) = \text{ऊष्मा ऊर्जा,}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}(KE) = m(S)(\Delta T)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}(2700) = (100)(0.45 \times 4.2)(\Delta T)$$

$$\Rightarrow \Delta T \approx 3.5 \text{ }^\circ\text{C}$$



प्रश्न.13. $-q$ आवेश का एक कण R त्रिज्या और आवेश घनत्व ρ के एक लंबे बेलन के चारों ओर परिक्रमण करता है। आवेश की गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए।

A) $\frac{q\rho R^2}{4\epsilon_0}$

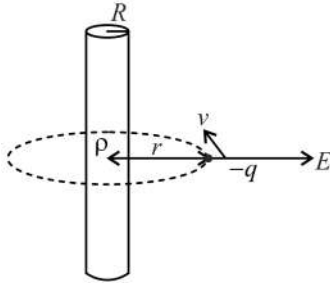
B) $\frac{q\rho R^2}{2\epsilon_0}$

C) $\frac{q\rho R^2}{16\epsilon_0}$

D) $\frac{q\rho R^2}{\epsilon_0}$

उत्तर: $\frac{q\rho R^2}{4\epsilon_0}$

हल:



एक लंबे बेलन के कारण विद्युत क्षेत्र है,

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{\rho A}{2\pi\epsilon_0 r}$$

यदि एक आवेश $-q$ त्रिज्या r के एक वृत्त में घूर्णन कर रहा है

$$\frac{mv^2}{r} = qE \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = q \frac{\rho A}{2\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q\rho\pi R^2}{4\pi\epsilon_0} = \frac{q\rho R^2}{4\epsilon_0}$$

प्रश्न.14. 5 kg के एक ब्लॉक को ऊर्ध्वाधर रूप से ऊपर की ओर फेंका जाता है, जो नियत वायु प्रतिरोध $= 10 \text{ N}$ का अनुभव करता है। आरोहण और अवरोहण के समय का अनुपात ज्ञात कीजिए।

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{1}{1}$

C) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

उत्तर: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$



हल: ऊपर की ओर जाने के दौरान कुल बल होगा,

$$mg + R = 50 + 10 = 60 \text{ N}$$

$$\Rightarrow a_{up} = \frac{60}{5} = 12 \text{ m s}^{-2}$$

इसी तरह, नीचे की ओर जाने के दौरान कुल बल होगा,

$$mg - R = 40 \text{ N}$$

$$\Rightarrow a_d = \frac{40}{5} = 8 \text{ m s}^{-2}$$

चूँकि

$$h = \frac{1}{2}at^2$$

$$\Rightarrow \frac{a_{up}t_{up}^2}{a_d t_d^2} = 1 \Rightarrow \frac{t_{up}}{t_d} = \sqrt{\frac{8}{12}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

प्रश्न.15. दो द्रव्यमान रहित स्प्रिंग, जिनके स्प्रिंग स्थिरांक क्रमशः $2k$ और $9k$ हैं, को 50 g और 100 g द्रव्यमान से मुक्त सिरे पर जोड़ा गया है। दोनों का अधिकतम वेग समान है, तब कंपन के आयाम का अनुपात ज्ञात कीजिए।

A) $\frac{3}{2}$

B) $\frac{4}{3}$

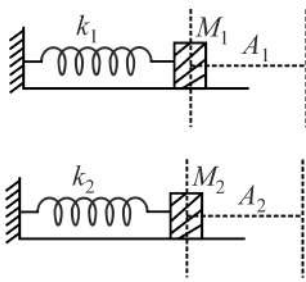
C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{1}{2}$

उत्तर: $\frac{3}{2}$

हल: अधिकतम वेग निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A$$



$$\text{यहाँ, } \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} A_1 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} A_2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2k}{50 \times 10^{-3}}} A_1 = \sqrt{\frac{9k}{100 \times 10^{-3}}} A_2$$

$$\Rightarrow 2A_1 = 3A_2$$

इस प्रकार, आयाम का अनुपात $\frac{A_1}{A_2} = \frac{3}{2}$ है।

प्रश्न.16. 10^{-12} kg के समान द्रव्यमान वाले दो अलग-अलग पदार्थ A और B रेडियोधर्मी क्षय के दौर से गुजर रहे हैं, जिनका आधा जीवन क्रमशः 4 s और 8 s है। A और B के आणविक भार का अनुपात $2 : 1$ है। 16 s के बाद सक्रिय नाभिकों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{4}$



C) $\frac{1}{8}$

D) $\frac{1}{16}$

उत्तर: $\frac{1}{8}$

हल: प्रारंभ में तत्व केमोलों की संख्या का अनुपात होगा,

$$\frac{(N_0)_A}{(N_0)_B} = \frac{\frac{10^{-2} \text{ kg}}{M_A}}{\frac{10^{-2} \text{ kg}}{M_B}} = \frac{M_B}{M_A} = \frac{1}{2}$$

तत्व 16 s के लिए A में अर्धआयु की संख्या होगी,

$$n_A = \frac{16}{4} = 4$$

तत्व 16 s के लिए B में अर्धआयु की संख्या होगी,

$$n_B = \frac{16}{8} = 2$$

अतः, 16 s के बाद नाभिकों की संख्या का अनुपात निम्न होगा,

$$\frac{(N_0)_A \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n_A}}{(N_0)_B \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n_B}} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{4-2} = \frac{1}{8}$$

प्रश्न.17. 3.8 eV और 1.4 eV के फोटॉन को धातु पर कार्य फलन 0.6 eV के साथ बमबारी की जाती है। तब उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों के अधिकतम वेगों का अनुपात है:

A) 2 : 1

B) 3 : 1

C) 1 : 2

D) 1 : 3

उत्तर: 2 : 1

हल: अधिकतम गतिज ऊर्जा के लिए व्यंजक को निम्न रूप में लिखा जा सकता है, $(KE)_{max} = E - \phi$

$$(KE)_{max, 1} = E_1 - \phi = 3.8 - 0.6 = 3.2 \text{ eV},$$

$$(KE)_{max, 2} = E_2 - \phi = 1.4 - 0.6 = 0.8 \text{ eV}$$

$$\frac{(KE)_{max, 1}}{(KE)_{max, 2}} = \frac{3.2}{0.8} = 4 \Rightarrow 4 = \frac{\frac{1}{2} m v_1^2}{\frac{1}{2} m v_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = 4 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 2 : 1$$

प्रश्न.18. 1000 फेरों की संख्या और 1 m^2 क्षेत्रफल की एक वर्गाकार कुंडली, 0.07 T के एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में उपस्थित है। यह अपने ऊर्ध्वाधर व्यास के अनुदिश प्रति सेकंड एक परिक्रमण के साथ घूर्णन कर रहा है, उत्पन्न अधिकतम विद्युत वाहक बल ज्ञात कीजिए।

A) 439.6 V

B) 460 V

C) 489 V

D) 389 V



उत्तर: 439.6 V

हल: उत्पन्न अधिकतम विद्युत वाहक बल है, $\epsilon_{\max} = NBA\omega$,
 $= 1000 \times 0.07 \times 1 \times 2\pi (1) = 140\pi$
इस प्रकार, अधिकतम विद्युत वाहक बल है, 439.6 V

प्रश्न.19. दो समरूप आवेशित वस्तुओं, जिनमें प्रत्येक का द्रव्यमान m और Q है, को 0.25 घर्षण गुणांक के साथ एक मेज पर L दूरी द्वारा पृथक किया जाता है। यदि आवेश साम्यावस्था में हैं, तो L का मान ज्ञात कीजिए।

A) $2\sqrt{\frac{k}{mg}}Q$

B) $3\sqrt{\frac{k}{mg}}Q$

C) $4\sqrt{\frac{k}{mg}}Q$

D) $5\sqrt{\frac{k}{mg}}Q$

उत्तर: $2\sqrt{\frac{k}{mg}}Q$

हल: मेज द्वारा वस्तु पर अनुप्रयुक्त अभिलंब प्रतिक्रिया $N = mg$ होगा।
दोनों आवेश समान हैं, इसलिए एक प्रतिकर्षण बल उनके बीच कार्य करेगा।
कार्य करने वाले बल का मान, $\frac{kQ^2}{L^2}$ होगा।
अब घर्षण बल का अधिकतम मान, जो मेज प्रदान कर सकती है,
 $= \mu N = \mu mg$
साम्यावस्था के लिए, $\frac{kQ^2}{L^2} = \mu mg$
 $L = \sqrt{\frac{kQ^2}{\mu mg}} = \sqrt{\frac{k}{0.25mg}}Q = 2\sqrt{\frac{k}{mg}}Q$

प्रश्न.20. काँच की एक पट्टी $4\sqrt{3}$ cm के पार्श्व विस्थापन को दर्शाती है, जब एक प्रकाश 60° के कोण पर आपतित होता है। स्लैब का अपवर्तनांक $\sqrt{3}$ है और प्रकाश अपने मूल पथ के समांतर निर्गत होता है, तो स्लैब की मोटाई __ _ होगी।

A) 12 cm

B) 5 cm

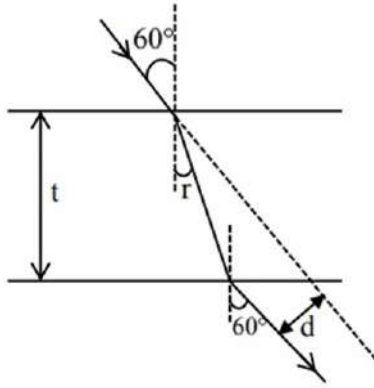
C) 6 cm

D) 8 cm

उत्तर: 12 cm



हल:



$$\text{स्नेल के नियम से, } \frac{\sin i}{\sin r} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\sin r} = \sqrt{3} \Rightarrow r = 30^\circ$$

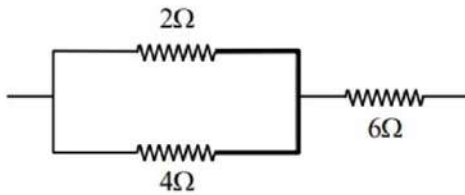
$$\text{दिखाए गए आरेख से, } d = \frac{t \sin(i-r)}{\cos r} \Rightarrow \frac{t \times \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4\sqrt{3} \Rightarrow t = 12 \text{ cm}$$

प्रश्न.21. यदि $A = 2 \Omega$, $B = 4 \Omega$ & $C = 6 \Omega$ । उन्हें इस तरह से व्यवस्थित कीजिए कि तुल्य प्रतिरोध $R_{\text{तुल्य}} = \frac{22}{3} \Omega$ हो।

- A) A और B समांतर और C श्रेणी क्रम में हैं।
- B) A और C श्रेणी और B समांतर हैं।
- C) B और C श्रेणी और A समांतर हैं।
- D) B और C समांतर हैं और A श्रेणी में हैं।

उत्तर: A और B समांतर और C श्रेणी क्रम में हैं।

हल:



$$R_{\text{तुल्य}} = \frac{2 \times 4}{2+4} + 6 = \frac{22}{3} \Omega$$

प्रश्न.22. निम्नलिखित में से किसकी विमाएं समान हैं?

- A) वेग प्रवणता और क्षय स्थिरांक
- B) कोणीय वेग और कोणीय संवेग
- C) आवेग और बल
- D) वीन नियतांक और स्टीफन नियतांक

उत्तर: वेग प्रवणता और क्षय स्थिरांक

हल:

क्षय स्थिरांक को प्रति इकाई समय में मापा जाता है, $\lambda = s^{-1}$

इसलिए, इसकी विमा है, $[\lambda] = [T^{-1}]$

हम जानते हैं कि वेग प्रवणता को प्रति इकाई दूरी पर वेग में परिवर्तन की दर के रूप में परिभाषित किया जाता है।

इसलिए, वेग प्रवणता की विमा है, $\left[\frac{dv}{dx}\right] = \frac{[L^1 T^{-1}]}{[L^1]} = [T^{-1}]$



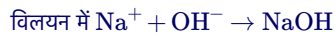
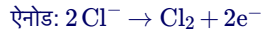
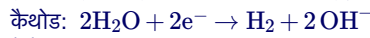
सेक्शन B: रसायन विज्ञान

प्रश्न.1. निम्न में से किसके विरचन में H_2 गैस उत्पन्न होती है?

- A) Na_2CO_3
- B) NaOH
- C) Na धातु
- D) $NaHCO_3$

उत्तर: NaOH

हल: लवण जल के विलयन का उपयोग करके नेल्सन सेल में NaOH का उत्पादन किया जाता है। अभिक्रिया निम्न प्रकार होगी



इसलिए, NaOH के निर्माण के दौरान कैथोड पर H_2 गैस मुक्त होती है।

प्रश्न.2. निम्नलिखित में से कौन सी एक ग्रीन हाउस गैस नहीं है?

- A) H_2O वाष्प
- B) O_3
- C) N_2
- D) CH_4

उत्तर: N_2

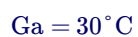
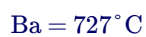
हल: पृथ्वी पर पहुंचने वाली सौर ऊर्जा का लगभग 75% पृथ्वी की सतह द्वारा अवशोषित हो जाता है, जो इसके ताप में वृद्धि करती है। शेष ऊष्मा वायुमंडल में पुनः विकिरित हो जाती है। कुछ ऊष्मा गैसों जैसे कि कार्बन डाइऑक्साइड, मीथेन, ओजोन, क्लोरोफ्लोरोकार्बन यौगिक (सीएफसी) और वायुमंडल में जल वाष्प द्वारा अवशोषित की जाती हैं। इस प्रकार, वे वातावरण के ताप में वृद्धि करते हैं। यह वैश्विक तापन का कारण बनता है। इसलिए, नाइट्रोजन गैस ग्रीन हाउस प्रभाव के लिए जिम्मेदार नहीं है।

प्रश्न.3. निम्नलिखित में से किसका गलनांक सबसे अधिक होता है?

- A) Ga
- B) Ag
- C) Hg
- D) Ba

उत्तर: Ag

हल: संक्रमण धातुओं में उनके कणन की उच्च एन्थैल्पी के कारण उच्च गलनांक होता है। वे अयुग्मित इलेक्ट्रॉनों के साथ प्रबल धात्विक बंध का निर्माण करते हैं।



Ga और Hg का गलनांक कमरे के ताप पर द्रव अवस्था में होता है।

दिए गए विकल्पों में से Ag का गलनांक अधिकतम होता है, क्योंकि यह संक्रमण धातु श्रेणी से संबंधित होता है।



प्रश्न.4. निम्न में से CFSE का मान किसकेलिए अधिकतम है?

- A) $[\text{Mo}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$
- B) $[\text{Cr}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$
- C) $[\text{Mn}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$
- D) $[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$

उत्तर: $[\text{Mo}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$

हल: H_2O , एक दुर्बल क्षेत्र लिगेण्ड है। 3d - श्रेणी तत्वों के बीच दुर्बल क्षेत्र लिगेण्ड के साथ d^3 और d^8 स्थितियों के लिए क्रिस्टल क्षेत्र स्थायीकरण ऊर्जा अधिकतम होती है। लेकिन नाभिकीय आवेश में वृद्धि के कारण CFSE, 3 d से 4 d श्रेणी के तत्वों में वृद्धि कर देता है। अतः, $[\text{Mo}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$ संकुल स्थिति में, CFSE अधिकतम है।

प्रश्न.5. निम्नलिखित में से कौन सा एक दांतों का इन्नेमल नहीं है?

- A) Ca^{+2}
- B) P^{+3}
- C) F^-
- D) P^{+5}

उत्तर: P^{+3}

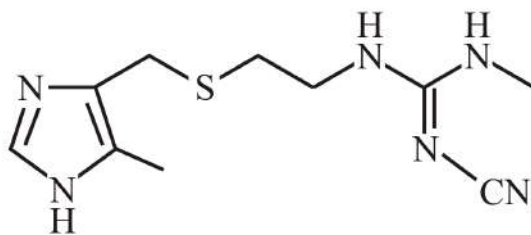
हल: पीने के उद्देश्य के लिए, फ्लोराइड आयन सांद्रता के लिए जल का परीक्षण किया जाना चाहिए। पीने के जल में इसकी कमी मनुष्य के लिए हानिकारक होती है और दंत क्षय जैसी बीमारियों का कारण बनती है। विलेय फ्लोराइड को प्रायः पीने के जल में मिलाया जाता है जिससे इसकी सांद्रता 1 ppm (1 mg dm^{-3}) तक हो जाती है।

F^- आयन दांतों पर हाइड्रॉक्सीपेटाइट $[3(\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{Ca}(\text{OH})_2)]$, दांतों की सतह पर मौजूद इन्नेमल को ज्यादा कठोर फ्लोरोपेटाइट $[3(\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{CaF}_2)]$ में परिवर्तित करके दांतों के इन्नेमल को ज्यादा मजबूत बनाते हैं।

उपरोक्त यौगिकों में, शामिल आयन हैं:

Ca^{2+} , P^{+5} , F^- आदि।

प्रश्न.6. दी गई संरचना में यौगिक है:



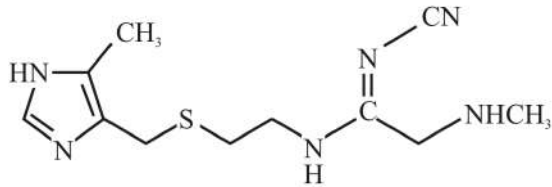
- A) कोडीन
- B) मॉर्फिन
- C) रेनिटिडिन



D) सिमेटिडीन

उत्तर: सिमेटिडीन

हल:



दो गई संरचना सिमेटिडीन की है। सिमेटिडीन एक प्रतिहिस्टामिन औषधि है जिसका उपयोग आमाशय की अम्लता और पेटिक व्रण के उपचार के लिए किया जाता है। यह इमिडाजोल का एक सल्फर युक्त व्युत्पन्न है।

प्रश्न.7. निम्नलिखित में से कौन सी धातु नीला ज्वाला परीक्षण देती है?

- A) सीजियम
- B) लीथियम
- C) बेरियम
- D) स्ट्रॉन्शियम

उत्तर: सीजियम

हल:

| धातु | ज्वाला का रंग |
|------|---------------|
| Li | किरमिजी लाल |
| Na | पीत |
| K | बैंगनी |
| Rb | बैंगनी लाल |
| Cs | नील |
| Ba | सेब हरित |
| Sr | किरमिजी |

प्रश्न.8. C_2^{2-} , N_2^{2-} और O_2^{2-} केबंध कोटि का सही क्रम है:

- A) $C_2^{2-} > N_2^{2-} > O_2^{2-}$
- B) $O_2^{2-} > N_2^{2-} > C_2^{2-}$
- C) $N_2^{2-} > O_2^{2-} > C_2^{2-}$
- D) $C_2^{2-} > O_2^{2-} > N_2^{2-}$

उत्तर: $C_2^{2-} > N_2^{2-} > O_2^{2-}$



हल: बंध कोटि = $\frac{N_B - N_{A,B}}{2}$

N_B = बंधित आण्विक कक्षकों में इलेक्ट्रॉनों की संख्या

$N_{A,B}$ = प्रति-बंधित आण्विक कक्षकों में इलेक्ट्रॉनों की संख्या

C_2^{2-} में 14 इलेक्ट्रॉन होते हैं, यह N_2 के साथ समइलेक्ट्रॉनी होता है, जिसकी बंध कोटि = 3 है।

N_2^{2-} में 16 इलेक्ट्रॉन, O_2 के साथ समइलेक्ट्रॉनी होता है, जिसकी बंध कोटि = 2 है।

O_2^{2-} में 18 इलेक्ट्रॉन होते हैं और F_2 के साथ समइलेक्ट्रॉनी होता है, जिसकी बंध कोटि = 1 है।

इसलिए, बंध कोटि का सही क्रम $C_2^{2-} > N_2^{2-} > O_2^{2-}$ है।

प्रश्न.9. यदि, $K = H$ -परमाणु की गतिज ऊर्जा

$P = H$ -परमाणु की स्थितिज ऊर्जा

$T = H$ -परमाणु की कुल ऊर्जा

जैसे-जैसे मुख्य क्वांटम संख्या बढ़ती है, तो निम्नलिखित में से कौन सा विकल्प सही है?

- A) K और P बढ़ता है लेकिन T कम हो जाता है।
- B) P और T बढ़ता है लेकिन K कम हो जाता है।
- C) सभी बढ़ जाते हैं।
- D) सभी कम हो जाते हैं।

उत्तर: P और T बढ़ता है लेकिन K कम हो जाता है।

हल: H -परमाणु के लिए बोर के सिद्धांत के अनुसार,

$$T.E. = -13.6 \frac{1}{n^2} eV$$

इसलिए, जैसे-जैसे n का मान बढ़ता है, कुल ऊर्जा का मान भी बढ़ता है।

$$P.E. = -27.2 \frac{1}{n^2} eV$$

इसलिए n का मान बढ़ने के साथ, स्थितिज ऊर्जा का मान भी बढ़ता है।

$$K.E. = 13.6 \frac{1}{n^2} eV$$

इसलिए जब n का मान बढ़ता है, तो गतिज ऊर्जा का मान कम हो जाता है।

प्रश्न.10. PCl_5 अस्तित्व में है लेकिन NCl_5 अस्तित्व में नहीं है। निम्नलिखित में से कौन सा कथन ऊपर दिए गए कथन की सही व्याख्या करता है?

- A) N - में रिक्त d - कक्षक नहीं होता है।
- B) P - में $2d$ कक्षक उपस्थित नहीं होते हैं।
- C) NCl_5 में पश्च बंधन संभव नहीं है।
- D) N परमाणु अधिक विद्युतऋणी होता है, इसलिए 5 बंध का निर्माण नहीं करता है।

उत्तर: N - में रिक्त d - कक्षक नहीं होता है।

हल: रिक्त d कक्षकों की अनुपस्थिति के कारण नाइट्रोजन, पेन्टा हैलाइड का निर्माण नहीं कर सकता है, इसलिए NCl_5 निर्मित नहीं होता है, लेकिन PCl_5 निर्मित होता है, क्योंकि फॉस्फोरस में रिक्त d कक्षक होते हैं।

प्रश्न.11. निम्नलिखित में से कौन सा सल्फाइड अयस्क नहीं है?

- A) बेराइट:
- B) गैलेना



- C) जिंक ब्लैंड
D) कॉपर पाइरोइट

उत्तर: बेराइट:

हल: बेराइट एक खनिज है जिसमें बेरियम सल्फेट (BaSO_4) होता है।

गैलेना, जिसे लेड ग्लान्स भी कहा जाता है, लेड (II) सल्फेट (PbS) का प्राकृतिक खनिज है।

जिंक ब्लैंड, ZnS का एक खनिज है।

कॉपर पाइरोइट एक कॉपर आयरन सल्फाइड खनिज होता है। इसका रासायनिक सूत्र, CuFeS_2 है।

प्रश्न.12. 300 K पर, गैस A के 3 ग्राम द्वारा घेरा गया आयतन, 200 K पर H_2 गैस के 0.2 ग्राम द्वारा अधिकृत आयतन के समान है, A गैस का मोलर द्रव्यमान क्या है?

- A) 90 g
B) 22.5 g
C) 45 g
D) 180 g

उत्तर: 45 g

हल: $PV = nRT$

$$V = \frac{nRT}{P}$$

$$V_{\text{H}_2} = V_A \text{ (दिया गया है)}$$

$$\left(\frac{nRT}{P}\right)_A = \left(\frac{nRT}{P}\right)_{\text{H}_2}$$

$$\frac{3 \times 300}{M_A} = \frac{0.2}{2} \times 200$$

इसलिए, A का मोलर द्रव्यमान, $M_A = 45\text{g}$

प्रश्न.13. अग्निशामक यंत्र में निम्नलिखित में से किसका उपयोग किया जाता है?

- A) बैकिंग - सोडा
B) धोने का सोडा
C) दाहक सोडियम
D) सोडाक्षार

उत्तर: बैकिंग - सोडा

हल: $2\text{NaHCO}_3(\text{aq}) + \text{H}_2\text{SO}_4(\text{aq}) \rightarrow \text{Na}_2\text{SO}_4(\text{aq}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 2\text{CO}_2(\text{g})$ जब अग्निशामक को संचालित किया जाता है, तो इस पर घुंटी को दबाव डाला जाता है, सल्फ्यूरिक अम्ल को सोडियम बाइकार्बोनेट विलयन के साथ मिलाया जाता है, जो बहुत अधिक कार्बन डाइऑक्साइड गैस का उत्पादन करता है। कार्बन डाइऑक्साइड गैस न तो दहनशील होती है और न ही दहन में सहायता करती है।

प्रश्न.14. **कथन I:** π - बंध, यौगिक को अस्थायी बनाता है।

कथन II: $\text{C} = \text{C}$ (द्वि - बंध) की बंध सामर्थ्य $\text{C} - \text{C}$ (एकल बंध) से अधिक होती है।

- A) कथन 1 और कथन 2 दोनों सत्य हैं तथा कथन 2, कथन 1 का सही स्पष्टीकरण है।
B) कथन 1 और कथन 2 दोनों सत्य हैं और कथन 2 सही स्पष्टीकरण नहीं है।



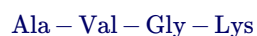
C) कथन 1 असत्य है और कथन 2 सत्य है।

D) कथन 1 सत्य है और कथन 2 असत्य है।

उत्तर: कथन 1 असत्य है और कथन 2 सत्य है।

हल: एक द्वि-बंध एक π -बंध और एक σ -बंध से बना होता है। इस तरह केबंध को तोड़ने के लिए, हमें केवल σ -बंध के साथ अणु की तुलना में अधिक ऊर्जा प्रदान करनी चाहिए। अर्थात्, π -बंध यौगिक को अधिक स्थायी बनाता है। इसलिए, कथन -1 असत्य है, और कथन-2 सत्य है।

प्रश्न.15. दिए गए अनुक्रम में पेप्टाइड बंधन की संख्या है:



A) 5

B) 4

C) 3

D) 6

उत्तर: 3

हल: पेप्टाइड बंध दो अणुओं के बीच एक रासायनिक बंध होता है, जब एक अणु का कार्बोक्सिल समूह दूसरे अणु के अमीनो समूह के साथ अभिक्रिया करता है, तो जल का एक अणु मुक्त होता है। यह बंधन एक पेप्टाइड या प्रोटीन श्रृंखला के साथ पाया जाता है।

दिए गए अनुक्रम में चार अमीनो अम्ल हैं, इसलिए उनके बीच में तीन पेप्टाइड बंध होंगे।

प्रश्न.16. साम्यावस्था के लिए, $A(g) \rightleftharpoons B(g)$, $\Delta H = -40 \text{ kJ/mol}$ होता है। अग्र (E_{af}) और पश्च (E_{ab}) अभिक्रियाओं की सक्रियण ऊर्जाओं का अनुपात $2/3$ है, तो E_{af} का मान क्या है?

A) 80

B) 120

C) 40

D) 20

उत्तर: 80

हल: $\Delta H = -40 \text{ kJ/mol}$

$$\Delta H = E_{af} - E_{ab}$$

(E_{af} = अग्र अभिक्रिया की सक्रियण ऊर्जा)

(E_{ab} = पश्च अभिक्रिया की सक्रियण ऊर्जा) $E_{af} : E_{ab} = \frac{2}{3} : 1$

$$-40 = \frac{2}{3}x - x$$

$$-40 = \frac{-x}{3}$$

$$x = 120 \text{ kJ/mol}$$

$$E_f = \frac{2}{3}x = \frac{2}{3} \times 120 \\ = 80 \text{ kJ/mol}$$

प्रश्न.17. अभिकर्मक का निम्नलिखित में से कौन सा अनुक्रम निम्नलिखित रूपांतरण को पूरा कर सकता है?
 $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{OH} \longrightarrow \text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{NH}_2$

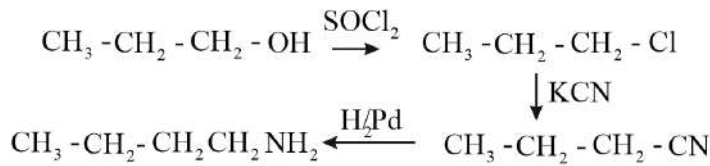
A) $\text{SOCl}_2, \text{KCN}, \text{H}_2/\text{Pd}$



- B) $\text{SOCl}_2, \text{AgCN}, \text{H}_2 / \text{Pd}$
 C) $\text{PCl}_5, \text{AgCN}, \text{H}_2 / \text{Pd}$
 D) लाल P / HI, KCN, H_2 / Pd

उत्तर: $\text{SOCl}_2, \text{KCN}, \text{H}_2 / \text{Pd}$

हल: प्रोपिल एल्कोहॉल, प्रोपिल क्लोराइड देने के लिए थायोनिल क्लोराइड के साथ नाभिकरागी प्रतिस्थापन अभिक्रिया से गुजरता है। प्रोपिल क्लोराइड, पोटैसियम सायनाइड के साथ अभिक्रिया पर ब्यूटेन नाइड्राइल देता है। अपचयन पर ब्यूटेन नाइड्राइल, ब्यूटिल एमीन देता है।



प्रश्न.18. अभिक्रिया के 90% को पूर्ण करने के लिए कितने अर्ध-आयु की आवश्यकता होती है?
 [दी गयी अभिक्रिया प्रथम कोटि की है]

- A) 3.32
 B) 2.07
 C) 1.44
 D) 4.02

उत्तर: 3.32

हल:

$$\left[\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \right] t_{90\%} = \ln \left[\frac{100}{10} \right] = \ln 10$$

$$t_{90\%} \times \frac{0.693}{t_{1/2}} = 2.303$$

$$t_{90\%} = \frac{2.303}{0.693} \times t_{1/2} = 3.32 t_{1/2}$$

प्रश्न.19. एक एकल फोटॉन की तरंगदैर्घ्य 300 nm है। इस प्रकार के N_A फोटॉन संख्या की ऊर्जा $x \times 10^5 \text{J}$ है। निम्न का मान ज्ञात कीजिए:

- A) 1
 B) 2
 C) 4
 D) 5

उत्तर: 4

हल: $\lambda = 300 \times 10^{-9} \text{m}$

एकल फोटॉन की ऊर्जा $= \frac{hc}{\lambda}$

$$N_A \text{ फोटॉनों की ऊर्जा} = \frac{6.02 \times 10^{23} \times 6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{300 \times 10^{-9}}$$

$$= 4 \times 10^5$$

इसलिए, $x = 4$



प्रश्न.20. 0.1M विद्युत् अपघट्य से भरा एक चालकता सेल 25°C पर 20 ओम का प्रतिरोध साथ देता है। यदि विलयन की मोलर चालकता $0.154 \times 10^{-3} \Omega^{-1}\text{cm}^2\text{mol}^{-1}$ है, तब सेल स्थिरांक क्या है?

- A) $3.08 \times 10^{-7} \text{cm}^{-1}$
- B) $30.8 \times 10^{-7} \text{cm}^{-1}$
- C) $3.08 \times 10^{-9} \text{cm}^{-1}$
- D) $4.08 \times 10^{-5} \text{cm}^{-1}$

उत्तर: $3.08 \times 10^{-7} \text{cm}^{-1}$

हल: दिया गया है,

प्रतिरोध, $R = 20 \Omega$

मोलर चालकता, $\lambda_m = 0.154 \times 10^{-3} \Omega^{-1}\text{cm}^2 \text{mol}^{-1}$

सांद्रता, $C = 0.1 \text{M}$

मोलर चालकता और चालकता के बीच संबंध इस प्रकार है:

$$\lambda_m = \frac{1000 \times k}{C}$$

$$0.154 \times 10^{-3} = \frac{1000 \times k}{0.1} \quad k = \frac{0.154 \times 10^{-3} \times 0.1}{1000} = 0.154 \times 10^{-7} \Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$$

$$\text{चालकता और सेल स्थिरांक के बीच संबंध इस प्रकार है: } k = \frac{1}{R} \times \frac{1}{A} \cdot 0.154 \times 10^{-7} = \frac{1}{20} \times \frac{1}{A}$$

$$\text{सेल स्थिरांक, } \frac{1}{A} = 0.154 \times 20 \times 10^{-7} \text{cm}^{-1} = 3.08 \times 10^{-7} \text{cm}^{-1}$$

प्रश्न.21. निम्नलिखित में से कौन सा एक संघनन बहुलक नहीं है?

- A) नायलॉन -6,6
- B) नायलॉन -6
- C) डेक्रॉन
- D) ब्यूना -S

उत्तर: ब्यूना -S

हल: (a) नायलॉन -6,6, हेक्सामेथिलीन डाइएमीन और एडिपिक अम्ल का बहुलक है। यह दिए गए एकलकों के संघनन द्वारा बनाया जाता है।

(b) नायलॉन -6, कैप्रोलैक्टम का संघनन बहुलक भी है। यह एक पॉलीएमाइड है।

(c) डेक्रॉन, एथिलीन ग्लाइकोल और टेरैफ्थैलिक अम्ल का संघनन बहुलक भी है। यह पॉलिएस्टर का एक उदाहरण है।

(d) ब्यूना -S, 1,3, ब्यूटाडाइईन और स्टाइरीन का योगज बहुलक है।

अतः, केवल (4) एक संघनन बहुलक नहीं है।

∴ सही विकल्प (4) है।



सेक्शन C: गाणत

प्रश्न.1. यदि $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4}\cos^2(2x)$ है। तब हलों की संख्या ज्ञात कीजिए यदि $x \in [-3\pi, 3\pi]$ हो।

- A) 8
- B) 7
- C) 9
- D) 0

उत्तर: 7

हल: दिया गया है,

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4}\cos^2(2x)$$

$$\Rightarrow 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\cos^2(2x)$$

$$\Rightarrow \cos(2x) + \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\cos^2 2x$$

$$\Rightarrow \cos 2x + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\cos^2 2x$$

$$\Rightarrow \cos^2 2x - 2 \cos 2x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (\cos 2x - 1)^2 = 0 \text{ or } \cos 2x = 1$$

$$\Rightarrow 2x = -6\pi, -4\pi, -2\pi, 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi$$

$$\text{इसलिए, } x \in \{-3\pi, -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi, 3\pi\}$$

इसलिए कुल 7 हल हैं।

प्रश्न.2. जब $1 + 3 + 3^2 \dots + 3^{2021}$ को 50 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल ज्ञात कीजिए।

- A) 8
- B) 4
- C) 12
- D) 16

उत्तर: 4



हल: माना $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2021}$

$$= \frac{3^{2022} - 1}{3 - 1} = \frac{3^{2022} - 1}{2}$$

द्विपद प्रसार का प्रयोग करके सरलीकरण करने पर, हम प्राप्त करते हैं,

$$\frac{(3^2)^{1011} - 1}{2} = \frac{(10 - 1)^{1011} - 1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{{}^{1011}C_0 10^{1011} - {}^{1011}C_1 10^{1010} + \dots + {}^{1011}C_{1010} 10^1 - {}^{1011}C_{1011} \times 1 - 1}{2}$$

$$\frac{100q + 1011 \times 10 - 2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{100q + 10110 - 2}{2} = \frac{100q + 10108}{2} = 50q + 5054$$

अब $50q + 5054$ को 50 से विभाजित करने पर,

हम शेषफल के रूप में 4 प्राप्त करते हैं।

अतः विकल्प B सही है।

प्रश्न.3. पुनरावृत्ति के बिना 1, 2, 3, 4, 5, 6 और 9 अंकों का उपयोग करते हुए 11 के गुणज वाली सात अंकों की संख्याओं की संख्या होगी:

- A) 432
- B) 216
- C) 144
- D) 864

उत्तर: 432

हल: सात अंकों की संख्या $ABCDEFGH$ के 11 से विभाज्य होने के लिए,

$$(A + C + E + G) - (B + D + F) = -11 \text{ या } 0 \text{ या } 11$$

हम जानते हैं कि, $(A + C + E + G) + (B + D + F) = 30$

माना कि $A + C + E + G = x$ और $B + D + F = y$ है,

$$\text{इसलिए, } x + y = 30$$

यदि $x - y = -11$ है, तब x का कोई संभव मान नहीं है।

इसी प्रकार, यदि $x - y = 11$ है, तब x का कोई संभव मान नहीं है,

केवल संभव स्थिति $x - y = 0$ है,

$$\text{अर्थात्, } x = y = 15 \Rightarrow A + C + E + G = B + D + F = 15$$

$B + D + F = 15$ के लिए, संभव स्थितियाँ 1, 5, 9 ; 2, 4, 9 ; 4, 5, 6 हैं,

अतः सात अंकों की संख्याओं की कुल संख्या $= 3 \times 3! \times 4! = 3 \times 6 \times 24 = 432$

प्रश्न.4. बहुपद $P(x) = x^7 - 2x + 3$ के वास्तविक मूलों की संख्या है:

- A) 0
- B) 1
- C) 3
- D) 7

उत्तर: 1



हल: हमें प्राप्त है, $p(x) = x^7 - 2x + 3$

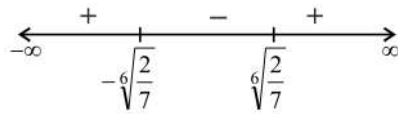
$$p'(x) = 7x^6 - 2$$

उच्चिष्ठ (या) निम्निष्ठ ज्ञात करने के लिए, $p'(x) = 0$ रखिए।

$$\Rightarrow 7x^6 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^6 = \frac{2}{7}$$

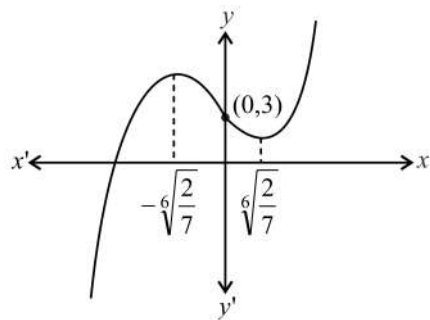
$$\Rightarrow x = \pm \sqrt[6]{\frac{2}{7}}$$



यह चिह्न-पद्धति विधि से स्पष्ट है कि स्थानीय उच्चतम $x = -\sqrt[6]{\frac{2}{7}}$ पर है और स्थानीय निम्नतम $x = \sqrt[6]{\frac{2}{7}}$

पर है।

$$\text{साथ ही, } P\left(+\sqrt[6]{\frac{2}{7}}\right) = \left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{7}{6}} - 2\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{1}{6}} + 3 > 0$$



आरेख से यह स्पष्ट है कि $P(x)$ का केवल एक वास्तविक मूल है।

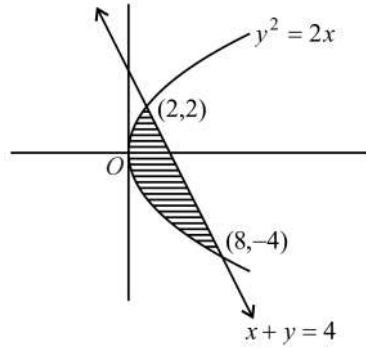
प्रश्न.5. वक्र $y^2 = 2x$ और $x + y = 4$ के बीच का क्षेत्रफल है:

- A) 10
- B) 18
- C) 21
- D) $\frac{13}{3}$

उत्तर: 18



हल:



$$y^2 = 2x \Rightarrow y^2 = 2(4 - y)$$

$$\Rightarrow y^2 + 2y - 8 = 0 \Rightarrow y = -4, 2$$

$y^2 = 2x$ और $x + y = 4$ के प्रतिच्छेदन बिंदु $(8, -4)$ और $(2, 2)$ हैं।

$$\text{क्षेत्रफल} = \int_{-4}^2 \left((4 - y) - \frac{y^2}{2} \right) dy = \left(4y - \frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right)_{-4}^2$$

$$= \left(8 - 2 - \frac{4}{3} \right) - \left(-16 - 8 + \frac{32}{3} \right)$$

$$= \frac{54}{3} = 18 \text{ वर्ग इकाई}$$

प्रश्न.6.

| | | | | | |
|------|---|----|----|----|----|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| P(x) | k | 2k | 3k | 4k | 5k |

तब $P\left(\frac{1 < x < 4}{x \leq 2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{2}{5}$

उत्तर: $\frac{1}{2}$



हल: $P\left(\frac{1 < x < 4}{x < 2}\right)$ या $P\left(\frac{A}{B}\right)$ ज्ञात करना है

हम जानते हैं कि

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

दिया गया है

| | | | | | |
|--------|-----|------|------|------|------|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $P(x)$ | k | $2k$ | $3k$ | $4k$ | $5k$ |

$$P(A) = \{2, 3\}$$

$$P(B) = \{0, 1, 2\}$$

$$P(A \cap B) = P(x = 2)$$

$$P(B) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)$$

$$\text{इसलिए } P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(x=2)}{P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)}$$

$$= \frac{3k}{k+2k+3k} = \frac{3k}{6k} = \frac{1}{2}$$

अतः विकल्प A सही है।

प्रश्न.7. यदि $x^3y^2 = 2^{15}$, $x, y \in R^+$ है, तो $3x + 4y$ का न्यूनतम मान है:

A) $20 \times 2^{2/5}$

B) $40 \times 2^{2/5}$

C) $60 \times 2^{2/5}$

D) $80 \times 2^{2/5}$

उत्तर: $40 \times 2^{2/5}$

हल: $\frac{x+x+x+2y+2y}{5} \geq \sqrt[5]{x^3 \cdot (2y)^2}$

$$\Rightarrow \frac{3x+4y}{5} \geq \sqrt[5]{4x^3y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3x+4y}{5} \geq \sqrt[5]{4(2^{15})} \quad (\because x^2y^2 = 2^{15})$$

$$\Rightarrow 3x + 4y \geq 5 \cdot (2)^{17/5}$$

$$\Rightarrow 3x + 4y \geq 5 \times 2^3 \times 2^{2/5}$$

$$\Rightarrow 3x + 4y \geq 40 \times 2^{2/5}$$

$\therefore 3x + 4y$ का न्यूनतम मान $40 \times 2^{2/5}$ है।

प्रश्न.8. यदि $H \equiv \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$ और $E \equiv 3x^2 + 4y^2 = 12$ केनाभिलम्ब जीवा की लंबाई बराबर है, तब $12(e_E^2 + e_H^2)$ का मान ज्ञात कीजिए।

A) 48

B) 36

C) $\frac{41}{2}$



D) 42

उत्तर: 42

हल: दिया गया है:

$$E \equiv 3x^2 + 4y^2 = 12 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$$

$$\text{अब, } e_E = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{नाभिलम्ब जीवा की लंबाई} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 3}{2} = 3$$

$$\text{अब } H \equiv \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{1} = 1$$

$$\text{नाभिलम्ब जीवा की लंबाई} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 1}{a}$$

दिया गया है E और H की नाभिलम्ब जीवा की लंबाई बराबर हैं

$$\text{इसलिए, } \frac{2}{a} = 3 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$\text{अब, } e_H = \sqrt{\frac{b^2}{a^2} + 1} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} + 1} \Rightarrow e_H = \sqrt{\frac{9}{4} + 1} = \sqrt{\frac{13}{4}}$$

इसलिए, विकल्प D सही है।

प्रश्न.9. अवकल समीकरण $\log_{(x+1)} (x^2 - x + 6)^2 = 4$ का हल है:

A) $\frac{5}{3}$

B) $\frac{3}{5}$

C) $\frac{8}{3}$

D) $\frac{2}{5}$

उत्तर: $\frac{5}{3}$



हल: हमें प्राप्त है, $\log_{(x+1)}(x^2 - x + 6)^2 = 4$

स्पष्ट रूप से, उपरोक्त समीकरण को तब परिभाषित किया गया है जब $x > -1$, $x \neq 0$ और $x^2 - x + 6 \neq 0$ है।

चूँकि, $x^2 - x + 6 = 0$ का विविक्तकर ऋणात्मक है।

इसलिए, $x^2 - x + 6 > 0 \forall x \in R$

अतः दिए गए समीकरण का प्रांत $x \in (-1, \infty) - \{0\}$

$$\Rightarrow (x^2 - x + 6)^2 = (x + 1)^4 \Rightarrow (x^2 - x + 6)^2 = (x^2 + 2x + 1)^2$$

$$\Rightarrow (x^2 - x + 6)^2 - (x^2 + 2x + 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow [(x^2 - x + 6) - (x^2 + 2x + 1)] [(x^2 - x + 6) + (x^2 + 2x + 1)] = 0$$

$$\Rightarrow (-3x + 5)(2x^2 + x + 7) = 0$$

$$\Rightarrow 3x - 5 = 0 \text{ या } 2x^2 + x + 7 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{3} \text{ या } 2x^2 + x + 7 = 0$$

अब, स्पष्ट रूप से $2x^2 + x + 7 = 0$ के मूल वास्तविक नहीं हैं क्योंकि इसका विविक्तकर $D = (1)^2 - 4(2)(7) = -55 < 0$ है।

स्पष्ट रूप से, $x = \frac{5}{3}$, प्रांत $x \in (-1, \infty) - \{0\}$ में स्थित है।

अतः दिए गए समीकरण का हल $\frac{5}{3}$ है।

प्रश्न.10. समीकरण $(e^{2x} - 4)(6e^{2x} - 5e^x + 1) = 0$ के मूलों का योग है:

A) $\ln 4$

B) $\ln 3$

C) $-\ln 3$

D) $\ln 5$

उत्तर: $-\ln 3$



हल: माना $e^x = t$

इसलिए, $e^{2x} = t^2$

इसलिए, दिया गया समीकरण निम्न प्रकार हो जाता है,

$$(t^2 - 4)(6t^2 - 5t + 1) = 0$$

$$t^2 - 4 = 0 \text{ (या) } 6t^2 - 5t + 1 = 0$$

$$t^2 = 4 \text{ (या) } 6t^2 - 3t - 2t + 1 = 0$$

$$t = \pm 2 \text{ (या) } 3t(2t - 1) - 1(2t - 1) = 0$$

$$t = \pm 2 \text{ (या) } (3t - 1)(2t - 1) = 0$$

$$t = \pm 2 \text{ (या) } t = \frac{1}{3} \text{ (या) } t = \frac{1}{2}$$

परंतु, $e^x = t > 0$ ($\because e^x > 0; \forall x \in R$)

$\therefore t$ के लिए, केवल संभव मान $2, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ हैं

जब $t = 2$ है, तब $e^x = 2 \Rightarrow x = \log_e(2)$ (या) $\ln 2$

जब $t = \frac{1}{3}$ है, तब $e^x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \log_e\left(\frac{1}{3}\right)$ (या) $-\ln 3$

जब $t = \frac{1}{2}$ है, तब $e^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \log_e\left(\frac{1}{2}\right)$ (या) $-\ln 2$

\therefore दिए गए समीकरण के मूलों का योग $= \ln 2 - \ln 3 - \ln 2 = -\ln 3$.

प्रश्न.11. वृत्त $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$, x -अक्ष को बिंदु $(1, 0)$ पर इस प्रकार स्पर्श करता है कि $k > 0$ है, साथ ही, $x + y = 0$ दो बिंदुओं P और Q पर वृत्त को प्रतिच्छेद करता है। यदि जीवा PQ की लंबाई 2 इकाई है, तब $h + k + r$ का मान है:

A) 3

B) 4

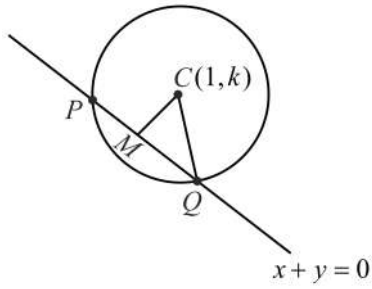
C) 6

D) 7

उत्तर: 7



हल: चूँकि, वृत्त x -अक्ष को बिंदु $(1, 0)$ पर स्पर्श करता है, इसलिए $h = 1$ और $r = k$



ΔMCQ में,

$$MQ = 1, CM = \frac{|1+k|}{\sqrt{2}}, CQ = k$$

$$\text{इसलिए, } MQ^2 + CM^2 = CQ^2$$

$$\Rightarrow 1^2 + \frac{(1+k)^2}{2} = k^2$$

$$\Rightarrow k = 3 \text{ या } -1 \text{ (अस्वीकृत कर दिया गया है)}$$

$$\text{अतः } h + k + r = 1 + 3 + 3 = 7$$

प्रश्न.12. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(1+e^x)(\sin^6 x + \cos^6 x)}$

- A) $\frac{\pi}{4}$
- B) $\frac{\pi}{2}$
- C) π
- D) 2π

उत्तर: π



हल: $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(1+e^x)(\sin^6 x + \cos^6 x)}$... (i)

अब हम जानते हैं कि, $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(a+b-x)dx$

$$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^x dx}{(1+e^x)(\sin^6 x + \cos^6 x)} \dots (ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर,

$$2I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1+e^x)dx}{(1+e^x)(\sin^6 x + \cos^6 x)}$$

$$I = \frac{1}{2} \times 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^4 x + \cos^4 x - \sin^2 x \cos^2 x)}$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3\sin^2 x \cos^2 x} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x}$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4\sec^2 2x dx}{4(1 + \tan^2 2x) - 3\tan^2 2x} = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4\sec^2 2x}{4 + \tan^2 2x} dx$$

माना $\tan 2x = t$ तथा $2\sec^2 2x dx = dt$

$$I = 4 \int_0^{\infty} \frac{dt}{2^2 + t^2} = \frac{4}{2} \left[\tan^{-1} \frac{t}{2} \right]_0^{\infty}$$

$$= 2 \left(\frac{\pi}{2} - 0 \right) = \pi$$

प्रश्न.13. यदि S पहली 100 प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है, तब S के मानों का योग इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि {24 और S का म.स.प. 1 है}:

- A) 1633
- B) 1834
- C) 1734
- D) 1604

उत्तर: 1633

हल: दिया गया है, $S = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$

अब, $S = \frac{100 \times 101}{2}$ के योग को ज्ञात करने के लिए,

$$24 = 2^3 \times 3 \text{ के अभाज्य गुणनखंड}$$

माना $n(A) = 2$ के गुणज

$n(B) = 3$ के गुणज

$n(A \cap B) = 2$ और 3 के गुणज

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

इसलिए, म.स.प. के 1 होने के लिए, हमें अभीष्ट उत्तर प्राप्त करने के लिए समुच्चय S के योग से 2 और 3 के गुणकों के योग को घटाना होगा,

इसलिए, अभीष्ट उत्तर = $\frac{100 \times 101}{2} - n(A \cup B)$ का योग

$$= \frac{100 \times 101}{2} - \left\{ 2 \times \frac{50 \times 51}{2} + \frac{33}{2} (102) - \frac{16}{2} \times 102 \right\}$$

$$= 1633$$



प्रश्न.14.

$$\text{यदि } \Delta_r = \begin{vmatrix} 2^{r-1} & \frac{(r+1)!}{\left(1+\frac{1}{r}\right)} & 4r^3 - 2nr \\ a & b & c \\ 2^n - 1 & (n+1)! - 1 & n^3(n+1) \end{vmatrix}, n \in N \text{ है, तब } \sum_{r=1}^n \Delta_r \text{ बराबर है:}$$

- A) 0
 B) $(n+3)!$
 C) abc
 D) $a(n!) + b \cdot 2^n + c$

उत्तर: 0

हल:

$$\sum_{r=1}^n \Delta_r = \begin{vmatrix} \sum_{r=1}^n 2^{r-1} & \sum_{r=1}^n \frac{(r+1)!}{\left(1+\frac{1}{r}\right)} & \sum_{r=1}^n (4r^3 - 2nr) \\ a & b & c \\ 2^n - 1 & (n+1)! - 1 & n^3(n+1) \end{vmatrix}$$

$$\text{अब, } \sum_{r=1}^n 2^{r-1} = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = \frac{2^n - 1}{2 - 1} = 2^n - 1$$

$$\sum_{r=1}^n \frac{(r+1)!}{\left(1+\frac{1}{r}\right)} = \sum_{r=1}^n \frac{r(r+1)r!}{(r+1)} = \sum_{r=1}^n r(r!) \sum_{r=1}^n (r+1-1)r!$$

$$= \sum_{r=1}^n [(r+1)! - r!]$$

$$= (2! - 1!) + (3! - 2!) + (4! - 3!) + \dots + ((n+1)! - n!)$$

$$= (n+1)! - 1! = (n+1)! - 1$$

$$\text{अब, } \sum_{r=1}^n (4r^3 - 2nr)$$

$$= 4 \sum_{r=1}^n r^3 - 2n \sum_{r=1}^n r$$

$$= 4 \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 - 2n \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)$$

$$= n^2(n+1)^2 - n^2(n+1)$$

$$= n^2(n+1)[(n+1) - 1] = n^3(n+1)$$

$$\therefore \sum_{r=1}^n \Delta_r = \begin{vmatrix} 2^n - 1 & (n+1)! - 1 & n^3(n+1) \\ a & b & c \\ 2^n - 1 & (n+1)! - 1 & n^3(n+1) \end{vmatrix} = 0$$

$$\therefore R_1 = R_3$$

प्रश्न.15.

दिया गया है कि $x * y = x^2 + y^3$ है, $(x * 1) * 1$ और $x * (1 * 1)$ बराबर हैं, तब $2 \sin^{-1} \left[\frac{x^4 + x^2 - 2}{x^4 + x^2 + 2} \right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

- A) $\frac{\pi}{3}$
 B) $\frac{\pi}{4}$
 C) $\frac{\pi}{6}$
 D) π

उत्तर: $\frac{\pi}{3}$



हल: दिया गया है, $x * y = x^2 + y^3$

अब, $(x * 1) * 1 = x * (1 * 1)$

$(x^2 + 1^3) * 1 = x * (1^2 + 1^3)$

$(x^2 + 1)^2 + 1^3 = x^2 + 2^3$

$x^4 + 1 + 2x^2 + 1 = x^2 + 8$

$x^4 + x^2 - 6 = 0$

माना $x^2 = t$

$t^2 + t - 6 = 0$

$(t + 3)(t - 2) = 0$

$t \neq -3$ इसलिए, $t = 2$ या $x^2 = 2$

अब, $2 \sin^{-1} \left(\frac{x^4 + x^2 - 2}{x^4 + x^2 + 2} \right) = 2 \sin^{-1} \left(\frac{4 + 2 - 2}{4 + 2 + 2} \right)$

$= 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{6} \times 2 = \frac{\pi}{3}$

प्रश्न.16. यदि समीकरणों केनिकाय $x + y + \alpha z = 1$, $x + y + 3z = 2$, $x + 2z = 4$ के अद्वितीय हल हैं, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सत्य है?

- A) $\alpha = 3$
- B) $\alpha \neq 3$
- C) $\alpha \in R$
- D) $\alpha \neq -3$

उत्तर: $\alpha \neq 3$

हल: यदि समीकरणों के लिए गए निकाय के अद्वितीय हल हैं, तब $\Delta \neq 0$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & \alpha \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} \neq 0$$
$$\Rightarrow 1(2 - 0) - 1(2 - 3) + \alpha(0 - 1) \neq 0$$
$$\Rightarrow 2 + 1 - \alpha \neq 0$$
$$\Rightarrow 3 - \alpha \neq 0$$
$$\Rightarrow \alpha \neq 3$$

प्रश्न.17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \frac{n^2}{(n^2+r^2)(n+r)} =$

- A) $-\frac{1}{4} \ln 2 - \frac{\pi}{8}$
- B) $\frac{1}{4} \ln 2 - \frac{\pi}{8}$
- C) $\frac{1}{4} \ln 2 + \frac{\pi}{8}$
- D) $\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{\pi}{4}$



उत्तर: $\frac{1}{4}\ln 2 + \frac{\pi}{8}$

हल:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \frac{\frac{1}{n}}{\left(1 + \frac{r^2}{n^2}\right)\left(1 + \frac{r}{n}\right)} = \int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)(1+x)}$$

$$\text{माना } I = \int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)(1+x)}$$

अब, $x = \tan \theta, dx = \sec^2 \theta d\theta$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d\theta}{1 + \tan \theta} = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2 \cos \theta d\theta}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(\sin \theta + \cos \theta) d\theta}{\sin \theta + \cos \theta} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(\cos \theta - \sin \theta) d\theta}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} [\ln |\sin \theta + \cos \theta|]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} \ln 2$$

