

## 24 जून, 2022 - शिफ्ट 1 (स्मृति आधारित प्रश्न)

### जेईई मेन परीक्षा 2022 - सेशन 1

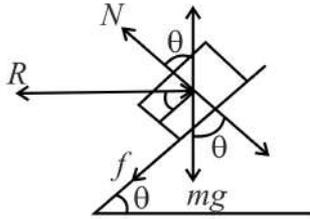
#### सेक्शन A: भौतिक विज्ञान

प्रश्न.1. 800 kg द्रव्यमान के एक वाहन के लिए अभिलम्ब प्रतिक्रिया  $N$ ,  $30^\circ$  ढालू सड़क पर एक मोड़ लेते समय बिना फिसले अधिकतम संभव चाल  $\_\_ \times 10^3 \text{ kg m s}^{-2}$  है। [दिया गया है  $\cos 30^\circ = 0.87$ ,  $\mu_s = 0.2$ ]

- A) 10
- B) 20
- C) 30
- D) 40

उत्तर: 10

हल:



$$N \cos \theta = mg + \mu_s N \sin \theta$$

$$N = \frac{mg}{\cos \theta - \mu_s \sin \theta} = \frac{800 \times 10}{0.87 - 0.2 \times \frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow N \simeq 10000 \text{ N} = 10 \text{ kN}$$

इसलिए, उत्तर 10 है।

प्रश्न.2. कार्नो इंजन की  $27^\circ \text{C}$  पर दक्षता 25% थी। 100% द्वारा इसकी दक्षता को बढ़ाने के लिए आवश्यक तापमान में कितनी वृद्धि की आवश्यकता होगी?

- A) 200 K
- B) 300 K
- C) 400 K
- D) 500 K

उत्तर: 200 K

हल:

कार्नो इंजन की दक्षता,  $\eta = 1 - \frac{T_{\text{सिंक}}}{T_{\text{स्रोत}}}$  द्वारा व्यक्त की जाती है।  
 प्रारंभिक स्थिति के लिए:  $T_{\text{सिंक}} = (27 + 273)^\circ \text{C} = 300 \text{ K}$   
 इसलिए हम लिख सकते हैं,  $\frac{1}{4} = 1 - \frac{300}{T_1} \Rightarrow T_1 = 400 \text{ K}$   
 अब दूसरी स्थिति के लिए:  $T_{\text{सिंक}} = 300 \text{ K}$   
 पहली दक्षता में 100% की वृद्धि करने के बाद, दक्षता का मान दोगुना हो जाएगा।  
 इसलिए,  $\frac{1}{2} = 1 - \frac{300}{T_2} \Rightarrow T_2 = 600 \text{ K}$   
 ताप में आवश्यक वृद्धि होगी,  $600 \text{ K} - 400 \text{ K} = 200 \text{ K}$



प्रश्न.3. 491 nm तरंगदैर्घ्य के इलेक्ट्रॉन ( $e^-$ ) के लिए निरोधी विभव 0.410 V है। यदि आपतन तरंगदैर्घ्य को नए मान में परिवर्तित किया जाता है, तो निरोधी विभव 1.02 V है। नई तरंगदैर्घ्य की गणना कीजिए।

- A) 396 nm
- B) 450 nm
- C) 564 nm
- D) 296 nm

उत्तर: 396 nm

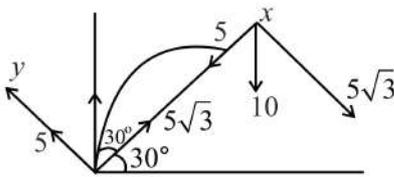
हल: निरोधी विभव,  $eV = \frac{hc}{\lambda} - \phi$   
 $e(V_2 - V_1) = hc \left[ \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right]$   
 $(1.02 - 0.410) = 1240 \left[ \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{491} \right]$   
 $\lambda_2 \approx 396 \text{ nm}$

प्रश्न.4. एक पिंड को क्षैतिज के साथ  $30^\circ$  झुकाव के आनत तल से  $30^\circ$  कोण पर  $10 \text{ m s}^{-1}$  वेग के साथ प्रक्षेपित किया जाता है। परास ज्ञात कीजिए।

- A)  $\frac{10}{3}$
- B)  $\frac{20}{3}$
- C) 10
- D)  $\frac{40}{3}$

उत्तर:  $\frac{20}{3}$

हल:



$x$  दिशा में वेग का घटक,  
 $u_x = 10 \cos 30^\circ = 5\sqrt{3} \text{ m s}^{-1}$  और  $y$  दिशा में  
 $u_y = 10 \sin 30^\circ = 5 \text{ m s}^{-1}$   
उड़ान काल,  $t = \frac{2u \sin 30^\circ}{g \cos 30^\circ} = \frac{10}{5\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ s}$   
परास  $x = u_x t - \frac{1}{2} a_x t^2$   
 $= 5\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{4}{3}$   
 $= 10 - \frac{10}{3} = \frac{20}{3} \text{ m}$

प्रश्न.5. यदि  $W$  पृथ्वी पर एक गुटकेका भार है, तो  $\frac{W}{3}$  भार प्राप्त करने के लिए एक ग्रह की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। मान लीजिए कि घनत्व नियत है।

- A)  $\frac{R}{2}$
- B)  $\frac{R}{3}$
- C)  $\sqrt{3}R$
- D)  $3R$



उत्तर:  $\frac{R}{3}$

हल: माना कि पृथ्वी / ग्रह का द्रव्यमान घनत्व  $\rho$  है।

$$\text{पृथ्वी के लिए: } W = mg \text{ और } g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G(\rho \times \frac{4\pi}{3} R^3)}{R^2} = \frac{4\pi G \rho R}{3}$$

$$\text{ग्रह के लिए: } W' = \frac{W}{3} = \frac{mg}{3}$$

जैसा कि वस्तु का द्रव्यमान समान रहेगा, इसलिए ग्रह की सतह पर गुरुत्वीय त्वरण  $\frac{g}{3}$  होगा।

जैसा कि हम देख सकते हैं,  $g \propto R$  इसलिए,  $\frac{g}{g'} = \frac{R}{R'}$

$$R' = \frac{g'}{g} R = \frac{R}{3}$$

प्रश्न.6. एक गेंद को  $h$  ऊँचाई की एक मीनार से प्रारंभिक वेग  $v$  के साथ फेंका जाता है। जब इसे ऊपर की ओर फेंका जाता है, तब यह भूमि तक पहुंचने में 6 s का समय लेता है। जब इसे नीचे की ओर फेंका जाता है, तब यह 1.5 s का समय लेता है। यदि इसे गिराया जाता है, तो यह जमीन पर गिरने में कितना समय लेगा?

- A) 2 s
- B) 5 s
- C) 3 s
- D) 4.5 s

उत्तर: 3 s

हल: जब इसे ऊपर की ओर फेंका जाता है, तो  $-h = v \times 6 - \frac{1}{2}g(6)^2$

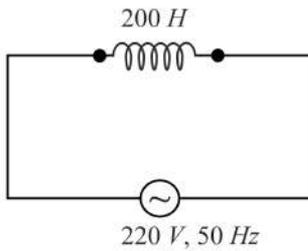
जब इसे नीचे की ओर फेंका जाता है, तो  $-h = -v \times 1.5 - \frac{1}{2}g(1.5)^2$

इसलिए,  $5h = 5[36 + 9]$   $h = 45$  m

जब गेंद को गिराया जाता है,  $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 45 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 3$  s

वैकल्पिक विधि,  $t = \sqrt{t_1 t_2} = \sqrt{6 \times 1.5} = 3$  s

प्रश्न.7. निम्नलिखित परिपथ में  $I_{\text{rms}}$  की गणना कीजिए।



- A) 3.5 mA
- B) 35 mA
- C) 350 mA
- D) 3500 mA

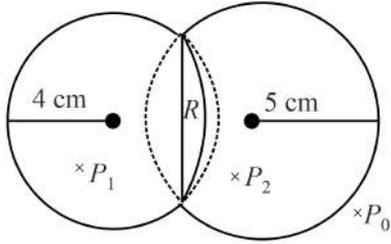
उत्तर: 3.5 mA

हल:  $I_{\text{rms}} = \frac{V_{\text{rms}}}{X_L}$ , यहाँ, प्रेरकीय प्रतिघात  $X_L = \omega L = 2\pi fL$

$$\text{इस प्रकार, } I_{\text{rms}} = \frac{220}{2\pi \times 50 \times 200} = 3.5 \text{ mA}$$



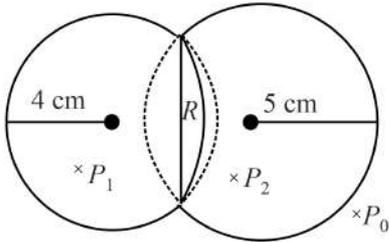
प्रश्न.8. वायु के दो बुलबुले, जिनकी वक्रता त्रिज्या 4 cm और 5 cm है, एक दूसरे को स्पर्श करते हैं, तब दोनों बुलबुलों के लिए उभयनिष्ठ अंतरापृष्ठ की वक्रता त्रिज्या होगी:



- A) 10 cm
- B) 20 cm
- C) 30 cm
- D) 40 cm

उत्तर: 20 cm

हल:



वायु के बुलबुले के अंदर आधिक्य दाब  $\Delta P = \frac{4T}{r}$  के रूप में दिया गया है।

$$P_1 = P_0 + \frac{4T}{R_1} \text{ और } P_2 = P_0 + \frac{4T}{R_2}$$

अंतरपृष्ठ की वक्रता इस प्रकार होगी कि,

$$P_1 - P_2 = \frac{4T}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{4T}{R_1} - \frac{4T}{R_2} = \frac{4T}{R}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{R} \Rightarrow R = 20 \text{ cm}$$

प्रश्न.9. यदि दी गई चाल  $v$  का एक पिंड घर्षण गुणांक 0.5 की एक क्षैतिज सतह पर फिसल रहा है, तो यह कितने समय में विराम में आ जाएगा?

- A)  $\frac{v}{5}$
- B)  $\frac{v}{3}$
- C)  $3v$
- D)  $5v$

उत्तर:  $\frac{v}{5}$

हल: दिया गया प्रारंभिक वेग  $v$   
 त्वरण  $a = \mu g = 0.5 \times 10 = 5 \text{ m s}^{-2}$   
 $v = u + at$  का उपयोग करते हुए, यहाँ, अंतिम वेग  $v = 0$   
 इसलिए,  $0 = v - at \Rightarrow t = \frac{v}{5} \text{ s}$



प्रश्न.10. मान लीजिए कि एक धारावाही पाश के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र  $B_1$  है। माना कि कुंडली के अक्ष के अनुदिश  $\frac{R}{4}$  दूरी पर उसी कुंडली का चुंबकीय क्षेत्र  $B_2$  है।  $B_1$  का  $B_2$  से अनुपात ज्ञात कीजिए।

A)  $\frac{(5)^{\frac{3}{2}}}{16}$

B)  $\frac{(5)^{\frac{3}{2}}}{32}$

C)  $\frac{(17)^{\frac{3}{2}}}{32}$

D)  $\frac{(17)^{\frac{3}{2}}}{64}$

उत्तर:  $\frac{(17)^{\frac{3}{2}}}{64}$

हल: वृत्त के केंद्र में चुंबकीय क्षेत्र है,  $B_1 = \frac{\mu_0 i}{2R}$   
अक्ष पर स्थित बिंदु पर चुंबकीय क्षेत्र है,  
 $B_2 = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 i R^2}{2\left(R^2+\left(\frac{R}{4}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow B_2 = \frac{32\mu_0 i}{(17)^{\frac{3}{2}}R}$   
इसलिए,  $\frac{B_1}{B_2} = \frac{(17)^{\frac{3}{2}}}{64}$

प्रश्न.11. एक मीटर पैमाने में, प्रत्येक 2 ग्राम के 10 सिक्के को 10 cm चिह्न पर रखा गया है। चाकूका उपयोग करके 40 cm पर स्केल को संतुलित किया जाता है। मीटर पैमाने का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

A) 60 g

B) 20 g

C) 30 g

D) 50 g

उत्तर: 60 g

हल: मान लीजिए कि पैमाने का द्रव्यमान  $m$  है।  
पैमाने का द्रव्यमान केंद्र 50 cm पर होगा।  
बल आघूर्ण संतुलन को लागू करने पर,  
 $0 = mg \times (50 - 40) - 2 \times 10g \times (40 - 10)$   
 $\Rightarrow m = 60 \text{ g}$

प्रश्न.12. एक विभवमापी में एक निश्चित सेल की संतुलन लंबाई 75 cm होती है। सेल को हटा दिया जाता है और एक अन्य सेल संतुलन की लंबाई  $x$  के साथ जुड़ा होता है। यदि दो सेलों के विद्युत वाहक बलों का अनुपात 3 : 4 है, तब  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

A) 56 cm

B) 100 cm

C) 75 cm

D) 66 cm

उत्तर: 100 cm



**हल:** यदि विभवमापी के बीच विभवांतर  $V$  है और बैटरी का विभव  $\varepsilon$  है।

$$\text{तब, } \frac{\varepsilon}{V} = \frac{l}{L}$$

$$\text{इसलिए, } \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{l_1}{l_2} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{75}{x} \Rightarrow x = 100 \text{ cm}$$

**प्रश्न.13.** अभिकथन: एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में आवेशित कण की चाल और गतिज ऊर्जा नियत होती है।  
कारण: चुंबकीय क्षेत्र द्वारा लगाया गया बल हमेशा पिंड के वेग के लंबवत होता है।

- A) अभिकथन और कारण दोनों सत्य हैं और कारण, अभिकथन की सही व्याख्या है।  
B) अभिकथन और कारण दोनों सत्य हैं, लेकिन कारण, अभिकथन की सही व्याख्या नहीं है।  
C) अभिकथन सत्य है, लेकिन कारण असत्य है।  
D) अभिकथन असत्य है, लेकिन कारण सत्य है।

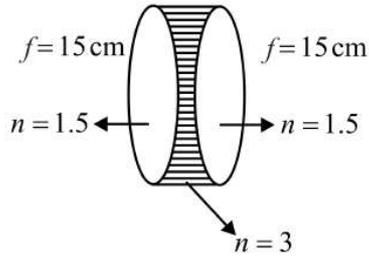
**उत्तर:** अभिकथन और कारण दोनों सत्य हैं और कारण, अभिकथन की सही व्याख्या है।

**हल:**

आवेश के कण द्वारा अनुभव किया गया बल सभी क्षणों पर तात्क्षणिक वेग के लंबवत होता है जैसे कि  $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$  है।

अतः, चुंबकीय बल आवेशित कण की चाल में कोई परिवर्तन नहीं कर सकता है। चूंकि, चाल नियत रहती है, इसलिए गतिज ऊर्जा भी नियत रहती है।

**प्रश्न.14.** अपवर्तनांक 3 का एक द्रव, फोकस दूरी  $f = 15 \text{ cm}$  के दो उभयोत्तल लेंस के बीच में रखा गया है। संयुक्त निकाय की तुल्य फोकस दूरी है,

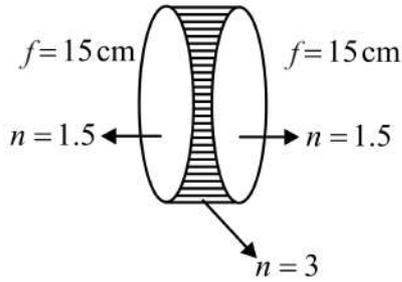


- A)  $-7.5 \text{ cm}$   
B)  $-10 \text{ cm}$   
C)  $-15 \text{ cm}$   
D)  $-20 \text{ cm}$

**उत्तर:**  $-7.5 \text{ cm}$



हल:



उत्तल लेंस के लिए, मान लीजिए वक्रता त्रिज्या  $R$  है। फिर,

$$\frac{1}{15 \text{ cm}} = (1.5 - 1) \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{-R} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{15} \Rightarrow R = 15 \text{ cm}$$

अब अवतल लेंस के लिए,

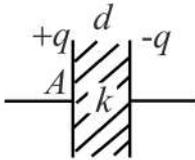
$$\frac{1}{f_{\text{अवतल}}} = (3 - 1) \left( \frac{1}{-R} - \frac{1}{R} \right)$$

$$= 2 \times -\frac{2}{R} = \frac{-4}{15}$$

$$\frac{1}{f_{\text{तुल्य}}} = \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{4}{15} = -\frac{2}{15}$$

$$\Rightarrow f_{\text{तुल्य}} = \frac{-15}{2} = -7.5 \text{ cm}$$

प्रश्न.15. नियतांक  $k$  के साथ एक परावैद्युत को आवेश  $q$  के साथ पृष्ठीय क्षेत्रफल  $A$  के एक समांतर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के बीच डाला जाता है। यदि प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र की तीव्रता  $E$  है, तो  $k$  ज्ञात कीजिए।



A)  $\frac{q}{A\epsilon_0 E}$

B)  $\frac{qE}{A\epsilon_0}$

C)  $\frac{qA}{\epsilon_0 E}$

D)  $\frac{q}{2A\epsilon_0 E}$

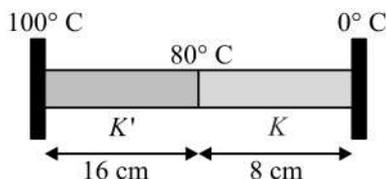
उत्तर:  $\frac{q}{A\epsilon_0 E}$

हल: संधारित्र की प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 k} = \frac{q}{A\epsilon_0 k}$$

$$\Rightarrow k = \frac{q}{A\epsilon_0 E}$$

प्रश्न.16.  $K$  के पदों में  $K'$  का मान ज्ञात कीजिए (दोनों छड़ों के अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल समान हैं)।



A)  $8K$



B)  $16K$

C)  $4K$

D)  $2K$

उत्तर:  $8K$

हल: ऊष्मा धारा संबंध का उपयोग करते हुए,

$$\frac{KA(100-80)}{16} = \frac{KA(80-0)}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{K \times 20}{16} = \frac{K \times 80}{8}$$

$$\Rightarrow K' = 8K$$

प्रश्न.17. दो तरंगों के समीकरण निम्न द्वारा दिए गए हैं,

$$y = 5 \sin(\omega t - kx)$$

$$y = 3 \sin\left(\omega t - kx + \frac{\pi}{2}\right)$$

परिणामी आयाम ज्ञात कीजिए।

A) 8

B) 2

C) 4

D)  $\sqrt{34}$

उत्तर:  $\sqrt{34}$

हल: दिए गए समीकरणों से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि तरंगों के बीच कलांतर  $\frac{\pi}{2}$  है। इसलिए, परिणामी आयाम होगा,

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34} \text{ इकाई}$$

प्रश्न.18. एक द्रव बूंद जिसका द्रव्यमान  $m$  है, वायु में साम्यावस्था में है। विद्युत क्षेत्र  $E$  ऊर्ध्वाधर रूप से ऊपर की दिशा में उपस्थित होता है। बूंद में आवेश ज्ञात कीजिए।

A)  $\frac{mg}{E}$

B)  $\frac{2mg}{E}$

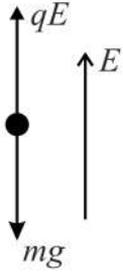
C)  $\frac{2mg}{5E}$

D) शून्य

उत्तर:  $\frac{mg}{E}$



हल:



गुरुत्वाकर्षण बल को संतुलित करने के लिए, द्रव की बूंद पर विद्युत बल को ऊपर की दिशा में कार्य करना चाहिए।  
ऊर्ध्वाधर दिशा के अनुदिश स्थानांतरण की साम्यावस्था के लिए,

$$qE = mg$$

$$\Rightarrow q = \frac{mg}{E}$$

प्रश्न.19. यदि प्रकाश की आवृत्ति, देहली आवृत्ति ( $f_0$ ) से दोगुनी है, तब प्रकाशिक इलेक्ट्रॉन का अधिकतम वेग  $v_1$  है और यदि आवृत्ति, देहली आवृत्ति से पांच गुना हो जाती है, तो प्रकाशिक इलेक्ट्रॉन का अधिकतम वेग  $v_2$  होता है।  $\frac{v_2}{v_1}$  का अनुपात ज्ञात कीजिए।

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

उत्तर: 2

हल: अधिकतम गतिज ऊर्जा है,  $K_{\max} = hf - \phi$   
पहली स्थिति के लिए,  $\frac{1}{2}mv_1^2 = h[(2f_0) - \phi]$   
दूसरी स्थिति के लिए,  $\frac{1}{2}mv_2^2 = h[(5f_0) - \phi]$   
 $\Rightarrow \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{4}{1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 2$

प्रश्न.20. यदि  $B = 10^9 \text{ Nm}^{-2}$  और आयतन में भिन्नात्मक परिवर्तन  $\frac{2}{100}$  है, तब आवश्यक आयतनमितीय प्रतिबल ज्ञात कीजिए।

A)  $2 \times 10^7 \text{ Pa}$

B)  $3 \times 10^7 \text{ Pa}$

C)  $4 \times 10^7 \text{ Pa}$

D)  $5 \times 10^7 \text{ Pa}$

उत्तर:  $2 \times 10^7 \text{ Pa}$

हल: आयतन मापांक  $B = \frac{\text{आयतनमितीय प्रतिबल}}{\text{आयतनमितीय विकृति}} = \frac{-\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}}$   
आयतनमितीय प्रतिबल  $= B \times \frac{\Delta V}{V} = 10^9 \times \frac{2}{100} = 2 \times 10^7 \text{ Pa}$



## सेक्शन B: रसायन विज्ञान

प्रश्न.1. दांतों की सतह पर इनेमल का मुख्य घटक है:

- A)  $[3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{CaF}_2]$
- B)  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$
- C)  $[3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{Ca}(\text{OH})_2]$
- D)  $\text{CaF}_2$

उत्तर:  $[3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{Ca}(\text{OH})_2]$

हल: इनेमल दांतों को कठोर पृष्ठ प्रदान करता है। इसमें कार्बोनेट प्रतिस्थापित हाइड्रॉक्सीएपेटाइट क्रिस्टल होते हैं। यह खनिजों से निर्मित होता है। इसमें कैल्सियम फॉस्फेट और कैल्सियम हाइड्रॉक्साइड होता है।

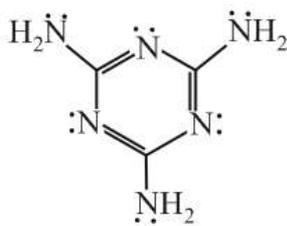
इसलिए, दांतों की सतह पर इनेमल का मुख्य घटक  $[3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{Ca}(\text{OH})_2]$  है।

प्रश्न.2. मेलामाइन में इलेक्ट्रॉनों के एकाकी युग्मों की कुल संख्या है:

- A) 6
- B) 3
- C) 4
- D) 12

उत्तर: 6

हल: मेलामाइन की संरचना इस प्रकार है:



इलेक्ट्रॉनों के एकाकी इलेक्ट्रॉन युग्मों की कुल संख्या '6' है।

प्रश्न.3. निम्नलिखित में से कौन सा एक विस्तृत स्पेक्ट्रम प्रतिजैविक नहीं है?

- A) एमोक्सीसिलीन
- B) पेनिसिलीन
- C) क्लोरैम्फेनिकॉल
- D) ऐम्पिसिलिन

उत्तर: पेनिसिलीन

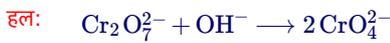


**हल:** एक विस्तृत स्पेक्ट्रम प्रतिजैविक एक प्रतिजैविक है जो दो मुख्य जीवाणु समूहों, ग्राम - धनात्मक और ग्राम - ऋणात्मक, या किसी भी प्रतिजैविक पर कार्य करता है जो रोग उत्पन्न करने वाले जीवाणु की एक विस्तृत श्रृंखला के विरुद्ध कार्य करता है। पेनिसिलिन G इसमें एक संकीर्ण स्पेक्ट्रम होता है। एम्पिसिलिन और एमॉक्सीसिलिन पेनिसिलिन का संश्लेषित रूपांतरण हैं। इनमें व्यापक स्पेक्ट्रम होता है। क्लोराम्फेनिकॉल एक विस्तृत स्पेक्ट्रम प्रतिजैविक है। यह तेजी से जठरांत्र संबंधी मार्ग से अवशोषित होता है और इसलिए इसे टाइफाइड, पेचिश, तीव्र ज्वर, भूत्र संक्रमण का कुछ प्रकार, मस्तिष्कावरण शोथ और निमोनिया के मामले में मौखिक रूप से दिया जा सकता है।

प्रश्न.4. डाइक्रोमेट आयन और क्रोमेट आयनों के बीच ऑक्सीकरण संख्या में अंतर है -

- A) 6
- B) 0
- C) 12
- D) 3

**उत्तर:** 0



माना क्रोमियम की ऑक्सीकरण संख्या  $x$  है।

$$\begin{aligned} \text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} \text{ में क्रोमियम की ऑक्सीकरण अवस्था} \\ = 2x + (-2)7 = -2 \\ x = +6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CrO}_4^{2-} \text{ में Cr की ऑक्सीकरण अवस्था} \\ = x + (-2)4 = -2 \\ x = +6 \end{aligned}$$

इसलिए,  $\text{CrO}_4^{2-}$  में Cr की ऑक्सीकरण अवस्था भी 6 है। अतः, आयनों के बीच की ऑक्सीकरण संख्या का अंतर 0 है।

प्रश्न.5. प्रकाश रासायनिक धूम में कौनसा यौगिक न्यूनतम होता है, या नहीं पाया जाता है?

- A) यदि  $\text{CH}_2 = \text{O}$  है, तब  $x$  निम्न अन्तराल में स्थित है:
- B) यदि  $\text{NO}_2$  है, तब  $x$  निम्न अन्तराल में स्थित है:
- C) यदि  $\text{O}_3$  है, तब  $x$  निम्न अन्तराल में स्थित है:
- D) यदि  $\text{N}_2$  है, तब  $x$  निम्न अन्तराल में स्थित है:

**उत्तर:** यदि  $\text{N}_2$  है, तब  $x$  निम्न अन्तराल में स्थित है:

**हल:** प्रकाश रासायनिक धूम कोहरा, एक प्रकार का धूम है जो तब उत्पन्न होता है जब सूर्य से पराबैंगनी प्रकाश वायुमंडल में उपस्थित नाइट्रोजन के ऑक्साइड के साथ अन्योन्यक्रिया करता है। यह धूम कोहरा सामान्यतः अत्यधिक जनसंख्या में पाए जाने वाले शहरों में देखा जाता है, यह अपेक्षाकृत जलवायु को गर्म रखा जाता है। इसलिए, जो यौगिक प्रकाश रासायनिक धुंध के लिए उत्तरदायी हैं, वे  $\text{HCHO}$ ,  $\text{O}_3$  और  $\text{NO}_2$  हैं।

प्रश्न.6.  $300\text{ K}$  तापमान पर एक ग्लूकोज विलयन का परासरण दाब  $7.47\text{ atm}$  है,  $\frac{g}{L}$  में विलयन की सांद्रता की गणना कीजिए: (ग्लूकोज का अणु भार) = 180 U

$$\left( R = 0.083\text{ L atm mol}^{-1}\text{ K}^{-1} \right)$$

- A) 54
- B) 0.3
- C) 30
- D) 108

**उत्तर:** 54



हल: परासरण दाब,  $\pi = iCRT$

$i$  = वॉंट हॉफ गुणांक

$C$  = मोलरता में सांद्रता

$R$  = सार्वत्रिक गैस स्थिरांक

$T$  = ताप

$C$  = मोलरता

$$= \frac{\text{मोल}}{\text{लीटर}}$$

$$= \frac{\omega}{GM\omega} / \text{लीटर}$$

$\pi = iCRT$

ग्लूकोज के लिए  $i = 1$ , क्योंकि यह न तो संयोजित होता है और न ही विलयन में वियोजित होता है।

$$7.47 = 1 \times C \times 0.083 \times 300$$

$$7.47 = 1 \times \frac{\omega}{180} \times 0.083 \times 300$$

$$\omega = \frac{7.47 \times 180}{0.083 \times 300} = 54 \text{ g/Lit}$$

प्रश्न.7. मार्शल अम्ल में  $\pi$  बंधों की संख्या क्या होगी?

A) 4

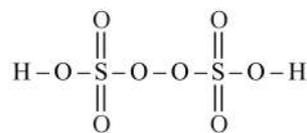
B) 3

C) 6

D) 2

उत्तर: 4

हल: मार्शल अम्ल का अणु सूत्र  $H_2S_2O_8$  है और इसकी संरचना



है। जैसा कि हम उपरोक्त संरचना में देख सकते हैं, यहाँ कुल  $4\pi$  बंध उपस्थित हैं।

प्रश्न.8. X और Y के एक आयनिक यौगिक में, X, HCP के जालक बिंदु पर उपस्थित होता है और Y चतुष्फलकीय रिक्तियों के  $\frac{2}{3}$  पर उपस्थित होता है। जालक में X का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

A) 42.86 %

B) 33.33 %

C) 50 %

D) 66.67 %

उत्तर: 42.86 %



हल: षट्कोणीय निविड संकुलन जालक में प्रभावी परमाणुओं की संख्या = 6

X के परमाणुओं की संख्या = 6

HCP में उपस्थित चतुष्फलकीय रिक्तियां = 12 ( $2 \times$  परमाणुओं की संख्या)

Y परमाणुओं की संख्या =  $\frac{2}{3} \times 12 = 8$  परमाणु

$$\% X = \frac{6}{14} \times 100 = 42.86\%$$

प्रश्न.9.  $[\text{Co}_2(\text{CO})_8]$  की संरचना में, Co – Co बंधों की संख्या X है और Co – CO शीर्षस्थ बंधों की संख्या Y है। X + Y का मान ज्ञात कीजिए।

A) 7

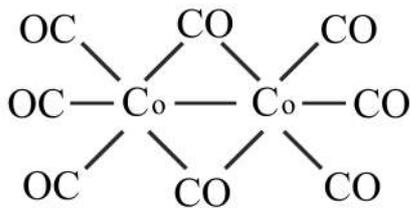
B) 6

C) 3

D) 5

उत्तर: 7

हल:



Co – Co बंधों की संख्या 1 है और Co – CO शीर्षस्थ बंधों की संख्या 6 है। इस प्रकार,  $x + y = 7$

प्रश्न.10.  $A_{(g)} \rightarrow B_{(g)} + \frac{1}{2}C_{(g)}$

$K_p$ ,  $\alpha$  और साम्यावस्था दाब P के बीच संबंध ज्ञात कीजिए।

A) 
$$k_p = \frac{\alpha^{\frac{3}{2}} p^{\frac{1}{2}}}{(1-\alpha)(2+\alpha)^{\frac{1}{2}}}$$

B) 
$$k_p = \frac{\alpha^2 p}{(1-\alpha)(2+\alpha)}$$

C) 
$$k_p = \frac{\alpha^{\frac{3}{2}} p^{\frac{3}{2}}}{(1-\alpha)(2+\alpha)^{\frac{3}{2}}}$$

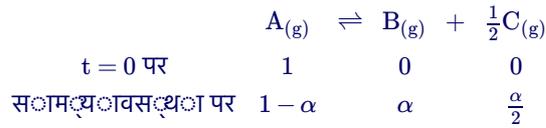
D) 
$$k_p = \frac{\alpha^{\frac{3}{2}} p^{\frac{3}{2}}}{(1-\alpha)(2+\alpha)^{\frac{1}{2}}}$$

उत्तर:

$$k_p = \frac{\alpha^{\frac{3}{2}} p^{\frac{1}{2}}}{(1-\alpha)(2+\alpha)^{\frac{1}{2}}}$$



हल:



साम्यावस्था पर कुल मोल हैं,  $= 1 - \alpha + \alpha + \frac{\alpha}{2} = 1 + \frac{\alpha}{2}$   $P_B = \frac{\alpha}{1 + \frac{\alpha}{2}}P$   $P_C = \frac{\frac{\alpha}{2}}{1 + \frac{\alpha}{2}}P$   $P_A = \frac{1 - \alpha}{1 + \frac{\alpha}{2}}P$

$$K_p = \frac{P_B \times P_C^{\frac{1}{2}}}{P_A} = \frac{\left(\frac{\alpha}{1 + \frac{\alpha}{2}}P\right) \left(\frac{\frac{\alpha}{2}}{1 + \frac{\alpha}{2}}P\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{1 - \alpha}{1 + \frac{\alpha}{2}}P\right)}$$

$$K_p = \frac{\alpha^{\frac{3}{2}} P^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}} (1 - \alpha) \left(1 + \frac{\alpha}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$k_p = \frac{\alpha^{\frac{3}{2}} P^{\frac{1}{2}}}{(1 - \alpha)(2 + \alpha)^{\frac{1}{2}}}$$

प्रश्न.11. निम्नलिखित में से स्थायी नाइट्रोजन हैलाइड है:

- A)  $NF_3$
- B)  $NCl_3$
- C)  $NBr_3$
- D)  $NI_3$

उत्तर:  $NF_3$

हल: हैलोजन का आकार F से I तक बढ़ जाता है। फ्लोरीन की उच्च विद्युत ऋणात्मकता के कारण N - F बंध अन्य N - X बंध की तुलना में अधिक प्रबल होता है। हैलोजन का आकार जितना बड़ा होता है, नाइट्रोजन हैलाइड का स्थायित्व उतना ही कम होता है:

स्थायित्व क्रम  $NF_3 > NCl_3 > NBr_3 > NI_3$  है।

प्रश्न.12. कथन 1: जल और तेल का पायस अस्थायी होता है और दो अलग - अलग परतों में पृथक होता है।

कथन 2: यह विद्युत अपघट्य के आधिक्य को मिलाकर स्थिर किया गया है।

- A) कथन और कारण दोनों सत्य हैं और कारण, कथन की सही व्याख्या है।
- B) कथन और कारण दोनों सत्य हैं, लेकिन कारण, कथन की सही व्याख्या नहीं है।
- C) कथन सत्य है, लेकिन कारण असत्य है।
- D) कथन असत्य है, लेकिन कारण सत्य है।

उत्तर: कथन सत्य है, लेकिन कारण असत्य है।

हल: तेल और जल एक - दूसरे में विलेय नहीं होते हैं। चूंकि तेल अध्रुवीय कार्बनिक यौगिक हैं और जल एक ध्रुवीय यौगिक है। इसलिए, वे जलविरागी प्रकार के कोलाइड का निर्माण करेंगे।

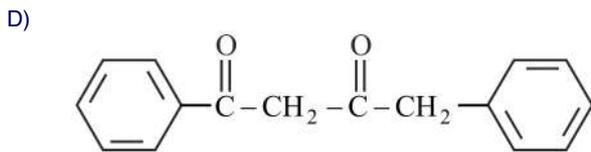
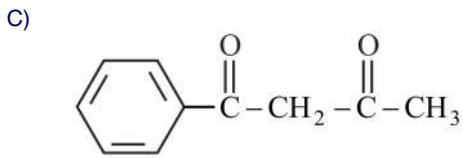
जलविरागी संघट्ट अस्थायी हैं और कुछ स्थायीकारी जैसे प्रोटीन, मसूड़े, प्राकृतिक और संश्लेषित साबुन, आदि की आवश्यकता होती है।

इसलिए, कथन 1 सत्य है लेकिन कथन 2 असत्य है।

प्रश्न.13. निम्नलिखित में से संयुग्मी डाइऑन की पहचान कीजिए:

A)

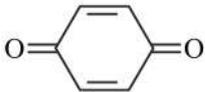




उत्तर:

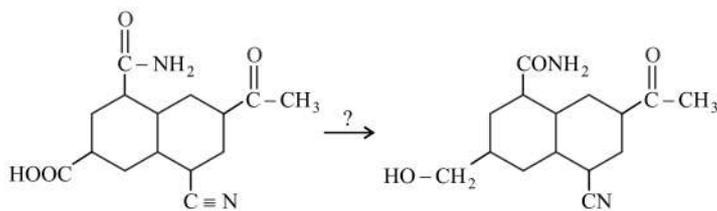


हल: डाइऑन में, दो कीटो समूह उपस्थित होते हैं। यदि  $\pi$  बंधों को एक एकल बंध द्वारा अलग किया जाता है, तब हम कह सकते हैं कि वहाँ एक संयुग्मन का अस्तित्व होता है।  
अणु



में, सभी  $\pi$  बंध एकल बंध द्वारा अलग होते हैं और यह एक डाइऑन है।

प्रश्न.14. दिए गए रूपांतरण के लिए सबसे उपयुक्त अभिकर्मक होगा-



A)  $\text{NaBH}_4$

B)  $\text{LiAlH}_4$

C)  $\text{H}_2/\text{Pd}$

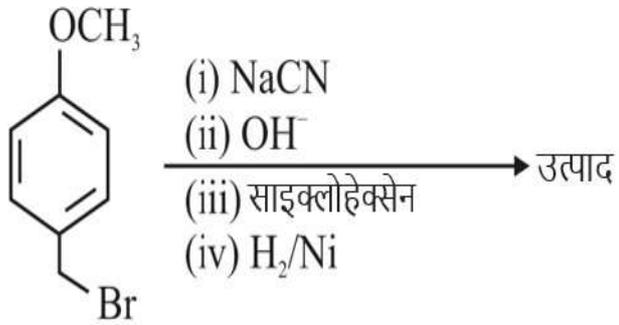
D)  $\text{B}_2\text{H}_6$

उत्तर:  $\text{B}_2\text{H}_6$

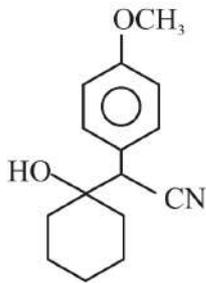
हल:  $\text{B}_2\text{H}_6$  एक अपचायक है जो कार्बोक्सिलिक अम्ल को एल्कोहॉल में अपचयित कर सकता है। यह यौगिक में उपस्थित अन्य समूहों को प्रभावित नहीं करता है।  $\text{LiAlH}_4$  और  $\text{H}_2/\text{Pd}$ , इन सभी क्रियात्मक समूहों को एल्कोहॉल या एमीन में अपचयित कर सकता है।  $\text{NaBH}_4$ , कीटोन समूह को एल्कोहॉल में अपचयित कर देगा।



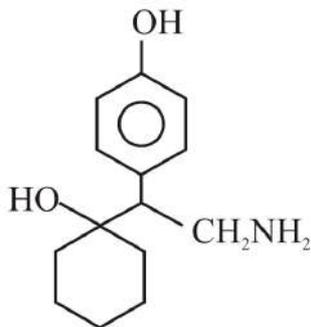
प्रश्न.15. निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रम में अंतिम उत्पाद कौन सा है?



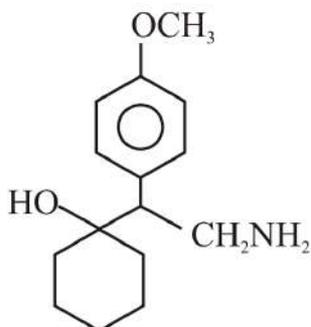
A)



B)

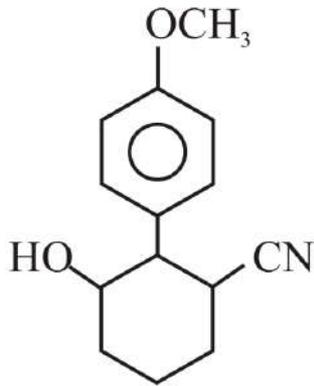


C)

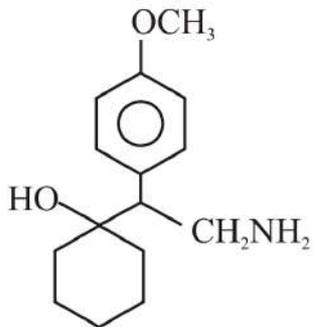




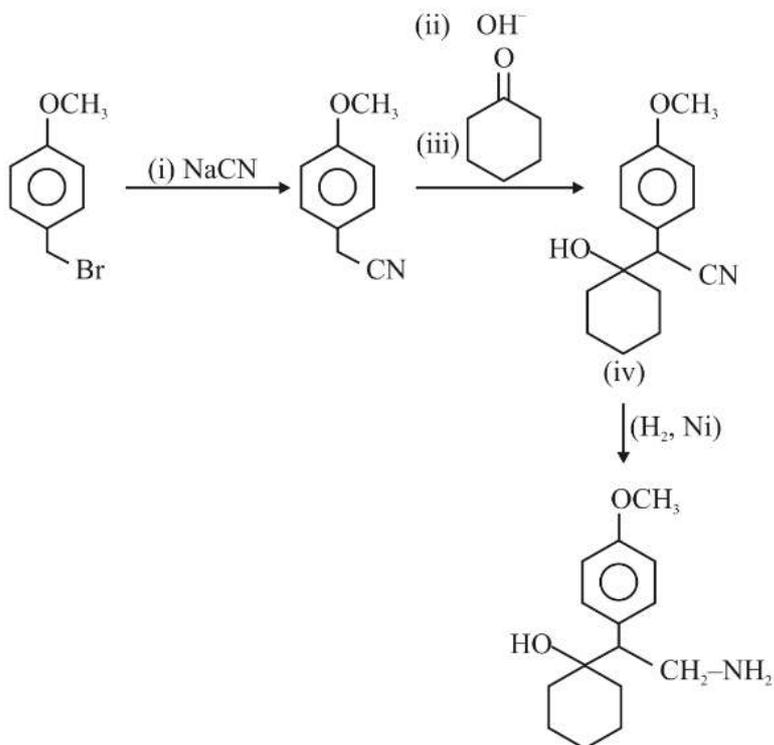
D)



उत्तर:



हल:



प्रश्न.16.

	स्तंभ I		स्तंभ II
(1)	केलामाइन	(p)	PbS
(2)	गैलेना	(q)	ZnCO <sub>3</sub>
(3)	स्फेलेराइट	(r)	FeCO <sub>3</sub>
(4)	सिडेराइट	(s)	ZnS



- A)  $1 - q, 2 - p, 3 - s, 4 - r.$   
B)  $1 - p, 2 - q, 3 - r, 4 - s$   
C)  $1 - q, 2 - p, 3 - r, 4 - s$   
D)  $1 - r, 4 - s, 3 - q, 4 - p$

**उत्तर:**  $1 - q, 2 - p, 3 - s, 4 - r.$

**हल:** कैलामाइन, जिंक का कार्बोनेट अयस्क है। इसका संघटन  $ZnCO_3$  है।

गैलेना को लेड ग्लान्स भी कहा जाता है, यह लेड (II) सल्फाइड  $PbS$  का प्राकृतिक खनिज रूप है।

स्फेलेराइट सूत्र  $ZnS$  के साथ एक सल्फाइड खनिज है। यह जिंक का सबसे महत्वपूर्ण अयस्क है।

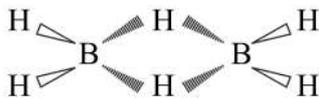
सिडेराइट एक खनिज है, जो आयरन (II) कार्बोनेट ( $FeCO_3$ ) से बना होता है।

प्रश्न.17. निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सही है?

- A)  $B_2H_6$  लुईस अम्ल है।  
B)  $B_2H_6$  में सभी B – H बंध बराबर होते हैं।  
C)  $B_2H_6$  में समतलीय संरचना होती है।  
D) समतल में हाइड्रोजन की अधिकतम संख्या छः है।

**उत्तर:**  $B_2H_6$  लुईस अम्ल है।

**हल:** ( $B_2H_6$ ) में 2 इलेक्ट्रॉनों की कमी है। इसलिए, यह लुईस अम्ल के रूप में कार्य कर सकता है। डाइबोरेन ( $B_2H_6$ ) की संरचना निम्न है:



सभी B – H बंध बराबर नहीं हैं। सेतु B – H बंध लम्बाई, शीर्षस्थ B – H बंध ( $B_2H_6$ ) बंध से अधिक है, यह एक असमतलीय अणु है। एक तल में हाइड्रोजन की अधिकतम संख्या 4 होती है।

प्रश्न.18. निम्नलिखित में से किसका गलनांक अधिकतम होता है?

- A) फार्मिक अम्ल  
B) ऐसीटिक अम्ल  
C) प्रोपियोनिक अम्ल  
D) ब्यूटेनोइक अम्ल

**उत्तर:** ऐसीटिक अम्ल



**हल:** गलनांक अणुओं के बीच आण्विक द्रव्यमान और अंतरा - अणुक बलों पर निर्भर करता है। दिए गए विकल्पों में से, H - बंध सभी अणुओं में उपस्थित है। लेकिन जैसे - जैसे C की संख्या में वृद्धि होती है, H - बंध का विस्तार कम होता जाता है।

अंतरा - अणुक H - बंध के कारण ऐसीटिक अम्ल द्विलक के रूप में अस्तित्व में होता है। जिसके कारण इसका आण्विक द्रव्यमान उच्च होता है, और छोटे आकार के कारण इसमें H - बंध के निर्माण की अधिकतम प्रवृत्ति होती है। इसलिए, इसका गलनांक अधिकतम होता है।

फार्मिक अम्ल  $8^{\circ}\text{C}$

ऐसीटिक अम्ल  $17^{\circ}\text{C}$

प्रोपियोनिक अम्ल  $-22^{\circ}\text{C}$

ब्यूटेनोइक अम्ल  $-8^{\circ}\text{C}$

प्रश्न.19.

2, 7- डाइमेथिल -2, 6- ऑक्टाडाइईन  $\xrightarrow{\text{H}^+}$  A उत्पाद A में,  $sp^2$  संकरित कार्बन की संख्या का पता लगाएं?

A) 2

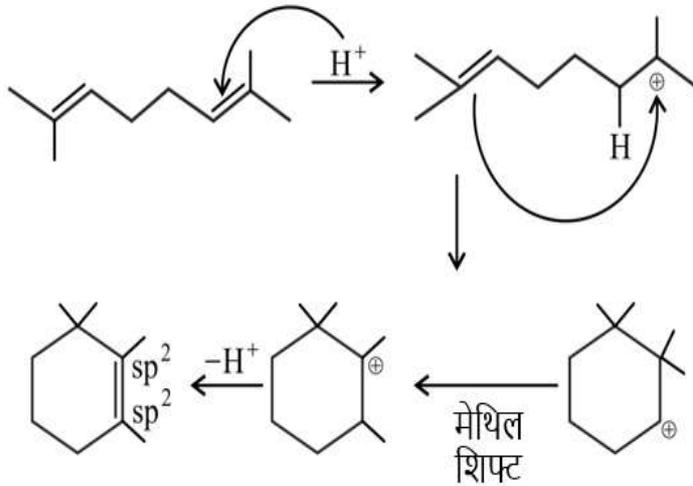
B) 4

C) 6

D) 0

**उत्तर:** 2

**हल:**



इसलिए, अंतिम उत्पाद में  $sp^2$  संकरित कार्बन की कुल संख्या दो है।

प्रश्न.20. एथेनॉल में LiF और  $\text{MgCl}_2$  की विलेयता के बारे में निम्नलिखित में से कौन सा कथन सही है?

A) LiF,  $\text{MgCl}_2$  की तुलना में अधिक घुलनशील होता है

B)  $\text{MgCl}_2$ , LiF की तुलना में अधिक घुलनशील होता है

C) दोनों एथेनॉल में समान रूप से विलेय होते हैं।

D) दोनों एथेनॉल में विलेय नहीं होते हैं।

**उत्तर:**  $\text{MgCl}_2$ , LiF की तुलना में अधिक घुलनशील होता है

**हल:** फ्रैंज़ान के नियम के अनुसार, छोटे धनायन और बड़े ऋणायन द्वारा निर्मित यौगिक में अधिक सहसंयोजक गुण होते हैं।  $\text{Li}^+$  और  $\text{Mg}^{2+}$  में से,  $\text{Mg}^{2+}$  छोटा धनायन है।  $\text{F}^-$  और  $\text{Cl}^-$  में से,  $\text{Cl}^-$  बड़ा ऋणायन है। इसलिए,  $\text{MgCl}_2$  में अधिक सहसंयोजक गुण होता है। इसलिए,  $\text{MgCl}_2$  एथेनॉल में आसानी से विलेय हो जाता है।

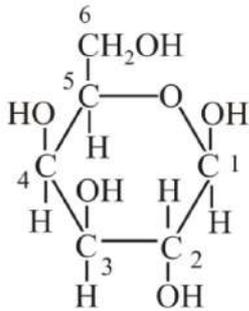


प्रश्न.21. \_\_\_\_\_ स्थिति के अतिरिक्त, ग्लूकोज और गैलेक्टोज सभी स्थितियों में समरूप विन्यास रखते हैं।

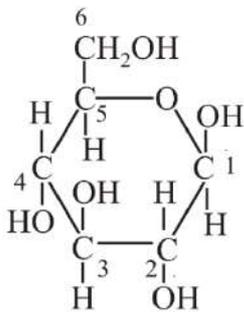
- A) C – 3
- B) C – 4
- C) C – 5
- D) C – 2

उत्तर: C – 4

हल: ग्लूकोज और गैलेक्टोज की संरचनाएं हैं:



ग्लूकोज



गैलेक्टोज

अतः ग्लूकोज और गैलेक्टोज केवल C – 4 कार्बन पर व्यवस्था में भिन्न होते हैं।

प्रश्न.22. निम्नलिखित में से किस से, हाइड्रोजन व्यावसायिक रूप से तैयार किया जाता है?

- A) कार्बन
- B) ऑक्सीजन
- C) क्लोरीन
- D) नाइट्रोजन

उत्तर: कार्बन

हल:  $C + \text{H}_2\text{O} \xrightarrow{\text{वाष्प}} \text{CO} + \text{H}_2$  जल गैस  
 हाइड्रोजन की सांद्रता को निम्नलिखित जल गैस स्थानांतरण अभिक्रिया द्वारा बढ़ा किया जा सकता है।



उपरोक्त अभिक्रिया व्यावसायिक रूप से हाइड्रोजन निर्मित करने के लिए एक उदाहरण है।



प्रश्न.23. दो समावयवी, मध्यावयवी हो सकते हैं, यदि उनके पास है -

- A) भिन्न - भिन्न क्रियात्मक समूह।
- B) कार्बन कंकाल भिन्न होता है।
- C) क्रियात्मक समूहों के दोनों पक्ष में कार्बन परमाणुओं की संख्या अलग - अलग होती है।
- D) विभिन्न अणु सूत्र।

**उत्तर:** क्रियात्मक समूहों के दोनों पक्ष में कार्बन परमाणुओं की संख्या अलग - अलग होती है।

**हल:** मध्यावयवी, संरचनात्मक समावयवी होते हैं, जो एक क्रियात्मक समूह के दोनों ओर विभिन्न ऐल्किल समूहों की उपस्थिति के कारण होते हैं।

उदाहरण:  $C_2H_5 - O - C_2H_5$  और  $C_3H_7 - O - CH_3$  मध्यावयवी हैं क्योंकि उनके अणु सूत्र समान हैं लेकिन ऑक्सीजन के दोनों पक्षों में ऐल्किल समूहों में भिन्न हैं।

प्रश्न.24. निम्नलिखित  $Na_2O$ ,  $Cl_2O_7$ ,  $As_2O_3$ ,  $N_2O$ ,  $NO$  में से कितने ऑक्साइड उदासीन हैं?

- A) 2
- B) 5
- C) 3
- D) 4

**उत्तर:** 2

**हल:** धात्विक ऑक्साइड प्रकृति में क्षारीय होते हैं, अधातुओं के ऑक्साइड प्रकृति में अम्लीय होते हैं। उदासीन ऑक्साइड वे ऑक्साइड होते हैं जो न तो अम्लीय होते हैं और न ही क्षारीय होते हैं।

दिए गए ऑक्साइडों में से  $Na_2O$  एक धात्विक ऑक्साइड है, और यह प्रकृति में क्षारीय है।

$N_2O$  और  $NO$  अधातु ऑक्साइड हैं, लेकिन प्रकृति में उदासीन हैं।

$As_2O_3$ , एक उभयधर्मी ऑक्साइड है। यह अम्ल और क्षार दोनों के साथ अभिक्रिया करता है।

प्रश्न.25. निम्नलिखित में से कौन सा विटामिन खाद्य के माध्यम से जीवित जीव को नहीं दिया जा सकता है?

- A) विटामिन C
- B) विटामिन K
- C) विटामिन D
- D) विटामिन B<sub>5</sub>

**उत्तर:** विटामिन D

**हल:** विटामिन D वसा में विलेय स्थायिकों का एक समूह है, जो कैल्सियम, मैग्नीशियम और फॉस्फेट के आंत्र अवशोषण और कई अन्य जैविक प्रभाव को बढ़ाने के लिए उत्तरदायी होता है। विटामिन D की आपूर्ति आहार के माध्यम से नहीं की जा सकती है, लेकिन इसे पूरक के रूप में दिया जा सकता है।



## सेक्शन C: गाणत

प्रश्न.1. यदि प्रत्येक वास्तविक संख्या  $x$  के लिए,  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$  है, तब  $f(x)$  का न्यूनतम मान है:

- A)  $f$  परिबद्ध होने पर भी प्राप्त नहीं होता है।
- B) 0 के बराबर है।
- C) 1 के बराबर है।
- D) -1 के बराबर है।

उत्तर: -1 के बराबर है।

हल: दिया गया है,  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1} = 1 - \frac{2}{x^2+1}$

अब,  $f(x)$  तब न्यूनतम होगा जब  $\frac{2}{x^2+1}$  अधिकतम होगा, अर्थात्, जब  $x^2 + 1$  न्यूनतम होता है, अर्थात्,  $x = 0$  पर,

$$\therefore f(x) \text{ का न्यूनतम मान} = f(0) = \frac{0-1}{0+1} = -1$$

प्रश्न.2. समतल  $x + 2y + 3z = 2$  और  $x - y + z = 3$  की प्रतिच्छेदन रेखा से गुजरने वाले और बिंदु  $(3, 1, -1)$  से  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  दूरी पर स्थित समतल का समीकरण है:

- A)  $5x - 11y + z = 17$
- B)  $\sqrt{2}x + y = 3\sqrt{2} - 1$
- C)  $x + y + z = \sqrt{3}$
- D)  $x - \sqrt{2}y = 1 - \sqrt{2}$

उत्तर:  $5x - 11y + z = 17$



**हल:** दो दिए गए समतलों के प्रतिच्छेदन से होकर जाने वाले समतल का समीकरण निम्न है:

$$x + 2y + 3z - 2 + k(x - y + z - 3) = 0$$

$$\Rightarrow (1+k)x + (2-k)y + (3+k)z - 2 - 3k = 0 \dots (1)$$

यह दिया गया है कि बिंदु  $(3, 1, -1)$  से समतल (1) की दूरी  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  है, अर्थात्,

$$\left| \frac{ax_1 + by_1 + cz_1 + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right| = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{3(1+k) + (2-k) - (3+k) - (2+3k)}{\sqrt{(1+k)^2 + (2-k)^2 + (3+k)^2}} \right| = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{-2k}{\sqrt{3k^2 + 4k + 14}} \right| = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$$\frac{4k^2}{3k^2 + 4k + 14} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow 3k^2 + 4k + 14 = 3k^2$$

$$\Rightarrow k = \frac{-7}{2}$$

$k$  का मान समीकरण (1) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$\frac{-5}{2}x + \frac{11}{2}y - \frac{z}{2} + \frac{17}{2} = 0$$

$$\Rightarrow 5x - 11y + z = 17$$

प्रश्न.3. जब  $3^{2022}$  को 5 से विभाजित किया जाता है, तब शेषफल के रूप में प्राप्त होता है:

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

**उत्तर:** 4

**हल:**  $(3^2)^{1011} = (10-1)^{1011} = -(1-10)^{1011}$   
 $= -[1 - {}^{1011}C_1 10 + {}^{1011}C_2 10^2 \dots] = 10q - 1$   
 इसलिए, यहाँ शेषफल निम्न होगा,  
 $= 5 - 1 = 4$

प्रश्न.4.  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim p) \equiv$

- A)  $\sim p$
- B)  $p$
- C)  $\sim q$
- D)  $q$

**उत्तर:**  $\sim p$



हल:  $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$   
 $\equiv \neg p \vee (q \wedge \neg q) \equiv \neg p \vee f \equiv \neg p$

प्रश्न.5. यदि समीकरण  $3x^2 + \lambda x - 1 = 0$  के मूल  $\alpha, \beta$  के व्युत्क्रम के वर्गों का योग 15 है, तब  $6(\alpha^3 + \beta^3)^2$  का मान बराबर है:

- A) 46
- B) 36
- C) 24
- D) 18

उत्तर: 24

हल: दिया गया है,  $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = 15$

समीकरण  $3x^2 + \lambda x - 1 = 0$  के लिए,

$$\alpha + \beta = \frac{-\lambda}{3}, \alpha\beta = \frac{-1}{3} \Rightarrow \alpha^2\beta^2 = \frac{1}{9}$$

$$\text{फिर, } \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= \frac{\lambda^2}{9} - 2\left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{\lambda^2}{9} + \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = \frac{\lambda^2 + 6}{9}$$

$$\text{अब, } \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = 15 \Rightarrow \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} = 15$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda^2 + 6}{9} \times \frac{1}{\alpha^2\beta^2} = 15$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda^2 + 6}{9} \times \frac{1}{\frac{1}{9}} = 15$$

$$\Rightarrow \lambda^2 + 6 = 15$$

$$\Rightarrow \lambda = \pm 3$$

$$\text{अब, } 6(\alpha^3 + \beta^3)^2 = 6((\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2))^2$$

$$= 6 \times 1 \times \left(\frac{15}{9} + \frac{1}{3}\right)^2$$

$$= 6 \times 1 \times (2)^2 = 6 \times 4 = 24$$

प्रश्न.6. अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} = 2y$  को निरूपित करने वाले वक्र का समीकरण होगा:

- A)  $y = cx$
- B)  $y^2 = cx$
- C)  $y = cx^2$
- D)  $y^2 = cx^2$

उत्तर:  $y = cx^2$



**हल:**  $x \frac{dy}{dx} = 2y \Rightarrow \frac{dy}{y} = 2 \frac{dx}{x}$   
 $\Rightarrow \ln|y| = 2 \ln|x| + C \Rightarrow \ln|y| = \ln x^2 + \ln c$   
 $\Rightarrow y = cx^2$

प्रश्न.7. यदि  $(\tan^{-1} x)^3 + (\cot^{-1} x)^3$  का हल  $k\pi^3$  है, तब  $k$  का न्यूनतम मान बराबर है:

- A)  $\frac{1}{32}$   
 B)  $\frac{1}{64}$   
 C)  $\frac{1}{8}$   
 D)  $\frac{1}{16}$

**उत्तर:**  $\frac{1}{32}$

**हल:** हमें प्राप्त है,  $(\tan^{-1} x)^3 + (\cot^{-1} x)^3 = k\pi^3$   
 हम जानते हैं कि,  $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$   
 $\Rightarrow \left(\frac{\pi}{2} - \cot^{-1} x\right)^3 + (\cot^{-1} x)^3 = k\pi^3$   
 $\Rightarrow \frac{\pi^3}{8} - (\cot^{-1} x)^3 - \frac{3\pi^2}{4} (\cot^{-1} x) + \frac{3\pi}{2} (\cot^{-1} x)^2 + (\cot^{-1} x)^3 = k\pi^3$   
 $k = \frac{3}{2\pi^2} \left[ (\cot^{-1} x - \frac{\pi}{4})^2 + \frac{\pi^2}{48} \right]$   
 यह स्पष्ट है कि,  $k$  तब न्यूनतम होगा, जब  $\cot^{-1} x = \frac{\pi}{4}$  होगा,  
 $\therefore k_{\min} = \left( \frac{3}{2\pi^2} \left( \frac{\pi^2}{48} \right) \right) \Rightarrow k_{\min} = \frac{1}{32}$

प्रश्न.8. फलन  $y = \frac{\cos^{-1}\left(\frac{x^2-5x+6}{x^2-9}\right)}{\log(x^2-3x+2)}$  का प्रांत है:

- A)  $x \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right) \cup (2, \infty) - \{3\}$   
 B)  $x \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right] \cup (2, \infty) - \{3\}$   
 C)  $x \in \left(-\frac{1}{2}, 1\right) \cup [2, \infty) - \{3\}$   
 D)  $x \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right) \cup [2, \infty) - \{3\}$

**उत्तर:**  $x \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right) \cup (2, \infty) - \{3\}$



**हल:** हम जानते हैं कि,  $\cos^{-1} x$  तब परिभाषित है जब  $-1 \leq x \leq 1$  है, इसलिए,  $\cos^{-1} \left( \frac{x^2-5x+6}{x^2-9} \right)$  तब परिभाषित है जब

$$-1 \leq \frac{x^2-5x+6}{x^2-9} \leq 1 \text{ और } x^2-9 \neq 0$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{(x-3)(x-2)}{(x-3)(x+3)} \leq 1 \text{ और } x \neq \pm 3$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{x-2}{x+3} \leq 1 \text{ और } x \neq \pm 3, \Rightarrow -1 \leq \frac{x+3-5}{x+3} \leq 1 \text{ और } x \neq \pm 3$$

$$\Rightarrow -1 \leq 1 - \frac{5}{x+3} \leq 1 \text{ और } x \neq \pm 3,$$

$$\Rightarrow -2 \leq -\frac{5}{x+3} \leq 0 \text{ और } x \neq \pm 3$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{5}{x+3} \leq 2 \text{ और } x \neq \pm 3, \Rightarrow x+3 \geq \frac{5}{2} \text{ और } x \neq \pm 3$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{-1}{2} \text{ और } x \neq \pm 3$$

$$\therefore x \in \left[ \frac{-1}{2}, \infty \right) - \{3\} \dots (1)$$

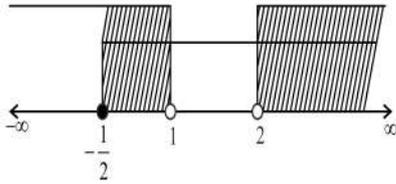
अब, हम जानते हैं कि  $\log(x)$  तब परिभाषित है जब  $x > 0$  है।

इसलिए,  $x^2 - 3x + 2 > 0$  के लिए,  $\log(x^2 - 3x + 2)$  परिभाषित है,

$$\Rightarrow (x-1)(x-2) > 0$$

$$\Rightarrow x > 2 \text{ या } x < 1 \dots (2)$$

समीकरण (1) और (2) से,



$$\therefore x \in \left[ -\frac{1}{2}, 1 \right) \cup (2, \infty) - \{3\}$$

**प्रश्न.9.** यदि  $f(\theta) = \sin \theta + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin \theta + t \cos \theta) \cdot f(t) d\theta$  है, तो  $\left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) d\theta \right|$  है:

A)  $|1 + \pi t f(t)|$

B)  $|-1 + \pi t f(t)|$

C)  $1 - \pi t + (t)$

D)  $1 + \pi^2 t f(t)$

**उत्तर:**  $|1 + \pi t f(t)|$



हल: यहाँ,  $f(\theta) = \sin \theta + f(t)[- \cos \theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} + t f(t)[\sin \theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$

$$\Rightarrow f(\theta) = \sin \theta + 2t f(t)$$

$$\text{अब, } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin \theta + 2t f(t)) d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta + 2t f(t) \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta$$

$$= [-\cos \theta]_0^{\frac{\pi}{2}} + 2t f(t) [\theta]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 1 + \pi t f(t)$$

$$\text{इसलिए, } \left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) d\theta \right| = |1 + \pi t f(t)|$$

प्रश्न.10. यदि  $a_i$ , सार्व अंतर 1 के साथ समांतर श्रेणी (A.P.) का अनुक्रम है और  $\sum_{i=1}^n a_i = 192$  तथा  $\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} a_{2i} = 120$  है, तब  $n$  का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ  $n$  एक सम पूर्णांक है।

A) 18

B) 36

C) 96

D) 48

उत्तर: 96

हल: दिया गया है,  $\sum_{i=1}^n a_i = 192$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = 192$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = 192$$

$$a_1 + a_n = \frac{384}{n} \dots (1)$$

साथ ही, यह भी दिया गया है,  $\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} a_{2i} = 120$

$$\Rightarrow \frac{a_2 + a_4 + \dots + a_n}{\frac{n}{2} \text{ पद}} = 120$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} \times \frac{1}{2} [a_2 + a_n] = 120$$

$$a_2 + a_n = \frac{480}{n}$$

$$a_1 + 1 + a_n = \frac{480}{n} \dots (2)$$

अब, समीकरण (2) – समीकरण (1)

$$\frac{480}{n} - \frac{384}{n} = (a_1 + a_n + 1) - (a_1 + a_n)$$

$$\frac{1}{n} (480 - 384) = 1$$

$$480 - 384 = n$$

$$n = 96$$

प्रश्न.11. यदि बहुपद समीकरण  $f(x) = (1+x)(1+2x) \dots (1+2^{20}x)$  के रूप में दिया गया है। तब  $x^{20}$  का गुणांक ज्ञात कीजिए।

A)  $2^{211} - 2^{190}$

B)  $2^{211} - 2^{191}$



C)  $2^{210} - 2^{190}$

D)  $2^{210} - 2^{191}$

उत्तर:  $2^{211} - 2^{190}$

हल: दिया गया है,  $f(x) = (1+x)(1+2x) \dots (1+2^{20}x)$

अब बहुपद का प्रसार करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$= x^{21} (1 \times 2 \times 2^2 \times \dots \times 2^{20}) + x^{20} ((1 \times 2 \times 2^2 \dots 2^{19}) + (1 \times 2 \times 2^2 \dots 2^{18} \times 2^{20}) + (1 \times 2 \times 2^2 \dots 2^{17} \times 2^{19} \times 2^{20}) \dots \dots \dots + 1$$

अब,  $x^{20}$  का गुणांक होगा,

$$= 2^{0+1+2+\dots+20} \left\{ \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} \dots \frac{1}{2^{20}} \right\}$$

$$= 2^{210} \left\{ \frac{1 \left( 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{21} \right)}{1 - \frac{1}{2}} \right\}$$

$$= 2^{211} \left\{ 1 - \frac{1}{2^{21}} \right\}$$

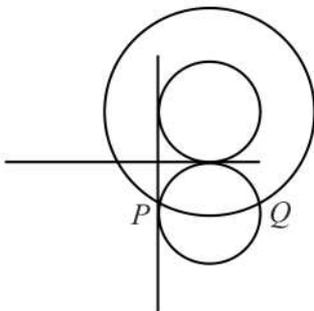
$$= 2^{211} - 2^{190}$$

प्रश्न.12. यदि  $S = \{z \in C : 1 \leq |z - (1+i)| \leq 2\}$  और  $A = \{z \in S : |z - (1-i)| = 1\}$  है, तो समुच्चय  $A$  है:

- A) एक रिक्त समुच्चय है।
- B) एक एकल समुच्चय है।
- C) ठीक दो अवयवों वाला एक समुच्चय है।
- D) अपरिमित अवयवों वाला एक समुच्चय है।

उत्तर: अपरिमित अवयवों वाला एक समुच्चय है।

हल:



$S$ , केंद्र  $(1, 1)$  के साथ संकेंद्री वृत्तों के बीच के क्षेत्र को प्रदर्शित करता है।

समुच्चय  $A$  में वृत्त  $|z - (1 - i)| = 1$  के लघु चाप  $PQ$  पर स्थित सभी बिंदु शामिल हैं।

इसलिए,  $A$  अपरिमित अवयवों वाला एक समुच्चय है।

प्रश्न.13. यदि एक वृत्त  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ , बिंदु  $(0, 6)$  से होकर गुजरता है और साथ ही, बिंदु  $(2, 4)$  पर  $y = x^2$  को भी स्पर्श करता है, तब  $a + c$  का मान है:

- A) 16
- B) 12

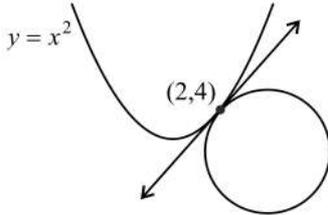


C) 10

D)  $\frac{17}{5}$

उत्तर: 16

हल:



बिंदु  $(2, 4)$  पर  $y = x^2$  की स्पर्शिका का समीकरण  $= \frac{1}{2}(y + 4) = 2x$

$$\Rightarrow 4x - y - 4 = 0$$

तब बिंदु  $(2, 4)$  पर इस स्पर्शिका को स्पर्श करने वाले वृत्त का निकाय है,

$$(x - 2)^2 + (y - 4)^2 + \lambda(4x - y - 4) = 0 \dots (i)$$

चूँकि, यह बिंदु  $(0, 6)$  से होकर गुजरता है, हमें प्राप्त होता है,

$$4 + 4 + \lambda(-10) = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{4}{5}$$

इसलिए, समीकरण (i) निम्नानुसार हो जाता है,

$$x^2 + y^2 - \frac{4}{5}x - \frac{44}{5}y + \frac{84}{5} = 0$$

$$\text{अतः } a + c = \frac{80}{5} = 16$$

प्रश्न.14. यदि सदिश  $\vec{a}$  और  $\vec{c}$  के बीच का कोण  $\frac{\pi}{12}$  है और  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$  है तथा  $\vec{b} = \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}$  है, तो  $6|\vec{c}|^2$  का मान है:

A)  $\frac{8(6-\sqrt{3})}{11}$

B)  $\frac{8(6+\sqrt{3})}{11}$

C)  $\frac{8(3+\sqrt{3})}{11}$

D)  $\frac{24(6+\sqrt{3})}{11}$

उत्तर:  $\frac{8(6+\sqrt{3})}{11}$



हल:

$$\vec{b} = \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a},$$

$$\vec{b} \cdot \vec{b} = (\vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}) \cdot (\vec{c} + \vec{c} \times \vec{a})$$

$$\Rightarrow |\vec{b}|^2 = (\vec{c} \cdot \vec{c}) + \vec{c} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) + (\vec{c} \times \vec{a}) \cdot \vec{c} + (\vec{c} \times \vec{a}) \cdot (\vec{c} \times \vec{a})$$

$$\Rightarrow 1 = |\vec{c}|^2 + \vec{c} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{c} + |\vec{c} \times \vec{a}|^2 \left( \because |\vec{b}| = 1 \right) \Rightarrow 1 = |\vec{c}|^2 + |\vec{c}|^2 + |\vec{a}|^2 \sin^2 \frac{\pi}{12}$$

$$\Rightarrow 1 = |\vec{c}|^2 + |\vec{c}|^2 + (1)^2 \sin^2 \frac{\pi}{12} \Rightarrow 1 = |\vec{c}|^2 + |\vec{c}|^2 \left( \frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow 1 = |\vec{c}|^2 \left[ 1 + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \right] \Rightarrow 1 = |\vec{c}|^2 \left[ 1 + \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \right] \Rightarrow |\vec{c}|^2 = \frac{4}{6 - \sqrt{3}}$$

$$\therefore 6|\vec{c}|^2 = \frac{24}{6 - \sqrt{3}} \times \frac{6 + \sqrt{3}}{6 + \sqrt{3}} = \frac{8(6 + \sqrt{3})}{11}$$

प्रश्न.15. अंतराल  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  में समीकरण  $81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 9$  के हलों की संख्या है:

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 4

उत्तर: 0

हल:

$$\text{हमें प्राप्त है, } 81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 9$$

$$\Rightarrow 81^{\sin^2 x} + 81^{1 - \sin^2 x} = 9$$

$$\Rightarrow 81^{\sin^2 x} + \frac{81}{81^{\sin^2 x}} = 9 \dots (1)$$

$$\text{माना } 81^{\sin^2 x} = y$$

$$\text{हम जानते हैं कि, } -1 \leq \sin x \leq 1$$

$$0 \leq \sin^2 x \leq 1 \text{ और } 1 \leq 81^{\sin^2 x} \leq 81$$

$$\text{अतः } 1 \leq y \leq 81$$

इसलिए, समीकरण (1) को निम्न रूप में लिखा जा सकता है,

$$y + \frac{81}{y} = 9$$

$$\Rightarrow y^2 + 81 = 9y$$

$$\Rightarrow y^2 - 9y + 81 = 0$$

$$\text{विविक्तकर} = D = 81 - 4(1)(81)$$

$$= D = -3(81) < 0$$

$\therefore$  उपरोक्त समीकरण के मूल वास्तविक नहीं हैं।

अतः समीकरण  $81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 9$  के हलों की संख्या शून्य के बराबर है।

प्रश्न.16.

यदि  $ax - \mu y = 2$  अतिपरवलय  $\frac{a^2 x^2}{\lambda^2} - \frac{b^2 y^2}{1} = 4$  की स्पर्शिका है, तब  $\left(\frac{\lambda}{a}\right)^2 - \left(\frac{\mu}{b}\right)^2$  का मान है:



- A) 1  
B) 0  
C) 2  
D) 3

उत्तर: 1

हल: दिया गया है,  $ax - \mu y = 2$

$$y = \frac{ax}{\mu} - \frac{2}{\mu} \dots (1) \text{ [} y = mx + c \text{ के साथ तुलना करने पर]}$$

अब, हम जानते हैं कि अतिपरवलय पर स्पर्शरेखा का प्रतिबंध है,

$$C = \sqrt{A^2 m^2 - B^2}$$

अब समीकरण (1) से,

$$C = \frac{-2}{\mu} \text{ और } m = \frac{a}{\mu} \text{ और अतिपरवलय से } \frac{a^2 x^2}{4\lambda^2} - \frac{b^2 y^2}{4} = 1$$

$$A^2 = \frac{4\lambda^2}{a^4} \quad B^2 = \frac{4}{b^2}$$

अब,  $C = \sqrt{A^2 m^2 - B^2}$  में मान रखने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$\frac{-2}{\mu} = \sqrt{\frac{4\lambda^2}{a^4} \times \left(\frac{a}{\mu}\right)^2 - \frac{4}{b^2}}$$

अब दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$$\Rightarrow \frac{4}{\mu^2} = \frac{4\lambda^2}{a^4} \times \frac{a^2}{\mu^2} - \frac{4}{b^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\mu^2} = \frac{\lambda^2}{a^2 \mu^2} - \frac{1}{b^2}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{\lambda^2}{a^2} - \frac{\mu^2}{b^2}$$

इसलिए, विकल्प (A) सही है।

प्रश्न.17.  $S = \left\{ \theta : \theta \in [-\pi, \pi] - \left\{ \pm \frac{\pi}{2} \right\} \text{ और } \sin \theta \tan \theta + \tan \theta = \sin 2\theta \right\}$  दिया गया है। यदि  $T = \sum \cos 2\theta$  है, जहाँ  $\theta \in S$  है, तब  $T + n(S)$  का मान है:

- A) 4  
B) 5  
C) 7  
D) 9

उत्तर: 9



**हल:** दिया गया है,  $\sin \theta \tan \theta + \tan \theta = \sin 2\theta$ ;  $\theta \neq \pm \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\Rightarrow \sin \theta = 0 \text{ या } \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = 2 \cos \theta$$

$$\Rightarrow \theta = 0, \pi, -\pi \text{ या } \sin \theta + 1 = 2(1 - \sin^2 \theta)$$

$$\Rightarrow \theta = 0, \pi, -\pi \text{ या } 2 \sin^2 \theta + \sin \theta - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \theta = 0, \pi, -\pi \text{ या } \sin \theta = \frac{1}{2}, \sin \theta = -1$$

$$\Rightarrow \theta = 0, \pi, -\pi \text{ या } \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \text{ या } \theta = \frac{-\pi}{2} \text{ (अस्वीकृत कर दिया गया है)}$$

$$\text{अतः } \theta = \left\{ 0, \pi, -\pi, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$$

$$\Rightarrow n(S) = 5$$

$$\text{अब, } T = \sum \cos 2\theta$$

$$= \cos 0 + \cos 2\pi + \cos(-2\pi) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)$$

$$= 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4$$

$$\text{इसलिए, } T + n(S) = 9$$

प्रश्न.18.

यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  है, जहां  $a \in N$  (प्राकृत संख्या का समुच्चय) और  $\sum_{a=1}^{50} |Adj A| = 100 K$  है और तब  $K$  का मान है:

A)  $\frac{1821}{4}$

B)  $\frac{1719}{4}$

C)  $\frac{1723}{2}$

D)  $\frac{1717}{2}$

**उत्तर:**  $\frac{1821}{4}$



हल: हम जानते हैं कि,

$$|Adj A| = |A|^{n-1}$$

यहां,  $n, 3 \times 3$  आव्यूह है,

$$\text{इसलिए, } |Adj A| = |A|^{3-1} = |A|^2$$

$$\text{अब, } |A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & a \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ ज्ञात कीजिए,}$$

$$= 1 \times 1 - 0 + a(0 + 1)$$

$$= 1 + a$$

$$\text{इसलिए, } |A| = 1 + a$$

$$\text{अब, } |Adj A| = |A|^2 = (1 + a)^2$$

अब, निम्न को ज्ञात करने पर,

$$\sum_{a=1}^{50} |adj A| = \sum_{a=1}^{50} (1 + a)^2 = 100 K$$

$$\Rightarrow 2^2 + 3^2 + 4^2 \dots 51^2 = 100 K$$

$$\Rightarrow 1^2 + 2^2 \dots 51^2 - 1^2 = 100 K$$

$$\Rightarrow \frac{51 \times (51+1)(2 \times 51+1)}{6} - 1 = 100 K$$

$$\Rightarrow \frac{51 \times 52 \times 103}{6} - 1 = 100 K$$

$$\Rightarrow 45526 - 1 = 100 K$$

$$\frac{45525}{100} = K$$

$$\frac{1821}{4} = K$$

प्रश्न.19. यदि फलन  $x(y) = x$  और अवकल समीकरण  $y \frac{dx}{dy} = 2x + y^3(y+1)e^y$  के रूप में दिया गया है, तथा  $x(1) = 0$  है, तब  $x(e)$  का मान बराबर है:

A)  $(e^e - 1)$

B)  $e^3(e^e - 1)$

C)  $e^e - 1$

D)  $e^e - 3$

उत्तर:  $e^3(e^e - 1)$



हल: दिया गया है,

$$\frac{dx}{dy} - \frac{2x}{y} = y^2(y+1)e^y$$

समाकलन गुणक ज्ञात करने के लिए,

$$\text{समाकलन गुणक, } I.F. = e^{\int -\frac{2}{y} dy} = e^{-2 \ln y} = \frac{1}{y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y^2} = \int (y+1)e^y dy$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y^2} = y \cdot e^y + C$$

$$0 = e + C \Rightarrow C = -e$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y^2} = ye^y - e$$

समीकरण में  $y = e$  रखने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$\Rightarrow \frac{x}{e^2} = e \cdot e^e - e$$

$$\Rightarrow x = e^3(e^e - 1)$$

प्रश्न.20. एक गोलाकार गुब्बारा फुलाया जाता है और इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल एक निश्चित दर से बढ़ रहा है, प्रारंभ में त्रिज्या 3 इकाई है, 5 सेकंड के बाद त्रिज्या 7 इकाई है, तो 9 सेकंड के बाद त्रिज्या है:

- A) 9
- B) 7
- C) 5
- D) 3

उत्तर: 9

हल: मान लीजिए कि गोलाकार गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $A = 4\pi r^2$  है,

$$\frac{dA}{dt} = 8\pi r \frac{dr}{dt} = k \text{ (मान लें) } \dots (1)$$

$t$  के सापेक्ष दोनों पक्षों का समाकलन करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$4\pi r^2 = kt + C$$

यह दिया गया है,  $t = 0$  पर,  $r = 3$  है,

$$\Rightarrow 36\pi = C$$

यह भी दिया गया है कि,  $t = 5$  पर,  $r = 7$  है,

$$\Rightarrow 4\pi \times 49 = 5k + 36\pi$$

$$\Rightarrow 5k = 4\pi(49 - 9)$$

$$\Rightarrow 5k = 4\pi \times 40$$

$$\Rightarrow k = 32\pi$$

$k$  के मान को समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$4\pi r^2 = 32\pi t + 36\pi$$

$$\Rightarrow r^2 = 8t + 9$$

दिया गया है,  $t = 9$

$$\Rightarrow r^2 = 81 \Rightarrow r = 9$$

