

## 25 जून, 2022 - शिफ्ट 1 (स्मृति आधारित प्रश्न)

### जेईई मेन परीक्षा 2022 - सेशन 1

#### सेक्शन A: भौतिक विज्ञान

प्रश्न.1. एक पदार्थ का परावैद्युत स्थिरांक 4 है और एक माध्यम की आपेक्षिक पारगम्यता 1 है, तो क्रांतिक कोण का मान क्या है?

- A)  $10^\circ$
- B)  $20^\circ$
- C)  $30^\circ$
- D)  $60^\circ$

उत्तर:  $30^\circ$

हल: आपेक्षिक अपवर्तनांक है,  $\mu = \sqrt{\mu_r \epsilon_r} = \sqrt{4 \times 1} = 2$

अब, पूर्ण परावर्तन के लिए, क्रांतिक कोण है

$$\sin \theta_c = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \theta_c = \sin^{-1} \left( \frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \theta_c = 30^\circ$$

प्रश्न.2. यदि  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$ , कोण  $\theta$  के साथ इकाई सदिश हैं, तो  $\left| \vec{a} + \vec{b} \right|$  और  $\left| \vec{a} - \vec{b} \right|$  के बीच संबंध ज्ञात कीजिए।

A)  $\frac{\left| \vec{a} - \vec{b} \right|}{\left| \vec{a} + \vec{b} \right|} = \tan \left( \frac{\theta}{2} \right)$

B)  $\frac{\left| \vec{a} - \vec{b} \right|}{\left| \vec{a} + \vec{b} \right|} = \cot \left( \frac{\theta}{2} \right)$

C)  $\left| \vec{a} - \vec{b} \right| = \left| \vec{a} + \vec{b} \right|$

D) इनमें से कोई नहीं

उत्तर:  $\frac{\left| \vec{a} - \vec{b} \right|}{\left| \vec{a} + \vec{b} \right|} = \tan \left( \frac{\theta}{2} \right)$



हल: हम जानते हैं,

$$1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)$$

$$1 + \cos \theta = 2 \cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)$$

अब,

$$\left( \vec{a} + \vec{b} \right) \cdot \left( \vec{a} + \vec{b} \right) = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow \left( \vec{a} + \vec{b} \right) \cdot \left( \vec{a} + \vec{b} \right) = (1)^2 + 2 \times 1 \times 1 \times \cos \theta + (1)^2$$

$$\Rightarrow \left( \vec{a} + \vec{b} \right) \cdot \left( \vec{a} + \vec{b} \right) = 2(1 + \cos \theta)$$

$$\Rightarrow \left| \vec{a} + \vec{b} \right|^2 = 4 \cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \left| \vec{a} + \vec{b} \right| = 2 \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \dots (1)$$

इसी प्रकार,

$$\left( \vec{a} - \vec{b} \right) \cdot \left( \vec{a} - \vec{b} \right) = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow \left( \vec{a} - \vec{b} \right) \cdot \left( \vec{a} - \vec{b} \right) = (1)^2 - 2 \times 1 \times 1 \times \cos \theta + (1)^2$$

$$\Rightarrow \left( \vec{a} - \vec{b} \right) \cdot \left( \vec{a} - \vec{b} \right) = 2(1 - \cos \theta)$$

$$\Rightarrow \left| \vec{a} - \vec{b} \right|^2 = 4 \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \left| \vec{a} - \vec{b} \right| = 2 \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \dots (2)$$

इसलिए,

$$\frac{\left| \vec{a} - \vec{b} \right|}{\left| \vec{a} + \vec{b} \right|} = \tan \left( \frac{\theta}{2} \right)$$

प्रश्न.3. प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में वाटहीन धारा प्रवाहित होती है, तब परिपथ में होता/होते है/हैं:

- A) केवल  $L$
- B) केवल  $RC$
- C)  $RLC$
- D) केवल  $R$

उत्तर: केवल  $L$

हल: केवल संधारित्र या प्रेरक वाले एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में धारा को वाटहीन कहा जाता है क्योंकि औसत शक्ति शून्य होती है। चूंकि वाटहीन धारा का वोल्टता के साथ  $\phi = 90^\circ$  का कला अंतर होता है, इसलिए शक्ति गुणांक  $\cos \phi$  शून्य होगा।

प्रश्न.4.  $I_1 = 9I$  और  $I_2 = I$  तीव्रता की दो तरंगें कला संबद्ध स्रोतों से आ रही हैं, जो बिंदु P पर व्यतिकरण करती हैं, जहाँ कलांतर  $\frac{\pi}{2}$  है और बिंदु Q पर व्यतिकरण करती हैं जहाँ कलांतर  $\pi$  है। तब बिंदु P और बिंदु Q पर तीव्रताओं के बीच का अंतर है:

- A)  $6I$
- B)  $9I$



C)  $8I$

D)  $3I$

उत्तर:  $6I$

हल: परिणामी तीव्रता निम्न द्वारा दी जाती है,

$$I_{\text{परिणामी}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$$

$$P \text{ पर, } I_P = 9I + I + 2\sqrt{9I \times I} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 10I$$

$$Q \text{ पर, } I_Q = 9I + I + 2\sqrt{9I \times I} \cos(\pi) = 10I - 2 \times 3I = 4I$$

अब, तीव्रताओं के बीच अंतर है:  $10I - 4I = 6I$

प्रश्न.5.  $\vec{A}$  एक अशून्य सदिश है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा समीकरण सही है?

A)  $\vec{A} \cdot \vec{A} = 0$

B)  $\vec{A} \times \vec{A} = 0$

C)  $\vec{A} \times \vec{A} < 0$

D)  $\vec{A} \times \vec{A} > 0$

उत्तर:  $\vec{A} \times \vec{A} = 0$

हल: चूंकि दोनों सदिश समान ही हैं, इसलिए वे एक दूसरे के समांतर होंगे। हम जानते हैं कि दो समांतर सदिशों का सदिश गुणनफल शून्य होता है।

अतः,

$$\vec{A} \times \vec{A} = 0 \text{ सही उत्तर है।}$$

प्रश्न.6. यदि कोई द्रव्यमान अपने पहले सेकंड में (प्रारंभिक वेग शून्य है) 2 m की दूरी तय करता है, तब इसके द्वारा 9वें सेकंड में तय की गई दूरी है:

A) 34 m

B) 36 m

C) 38 m

D) 40 m

उत्तर: 34 m

हल:  $n$  वें सेकंड में तय की गई दूरी निम्न द्वारा दी जाती है,  $S_n = u + \frac{a}{2}(2n - 1)$

दिया गया है,  $u = 0$

अब,

$$S_1 = u + \frac{a}{2}(2 \times 1 - 1)$$

$$\Rightarrow 2 = 0 + \frac{a}{2}$$

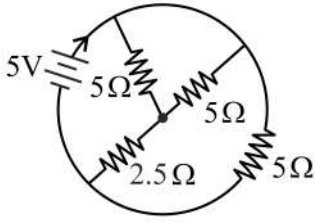
$$\Rightarrow a = 4 \text{ m s}^{-2}$$

पुनः,

$$S_9 = 0 + \frac{4}{2}(2 \times 9 - 1) = 34 \text{ m}$$



प्रश्न.7. दिए गए परिपथ में बैटरी द्वारा आपूर्ति की जाने वाली धारा ज्ञात कीजिए।



A) 2 A

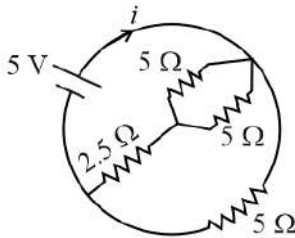
B) 3 A

C) 4 A

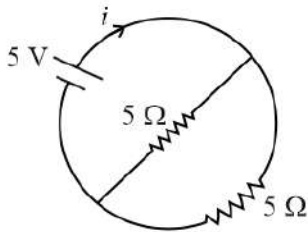
D) 5 A

उत्तर: 2 A

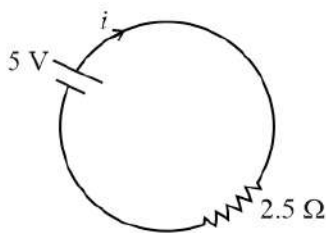
हल:



इस स्थिति में,  $5\ \Omega$  और  $5\ \Omega$  समांतर में हैं। अतः, उनके संयुक्त प्रतिरोध का मान  $2.5\ \Omega$  होगा। अब, उपस्थित  $2.5\ \Omega$  के साथ यह  $2.5\ \Omega$  श्रेणी में हैं और इसलिए इसे  $5\ \Omega$  लिखने के लिए संयुक्त किया जा सकता है।



अंतिम आरेख में, हम बैटरी के सिरो पर तुल्य प्रतिरोध को  $2.5\ \Omega$  के रूप में लिख सकते हैं।



अतः, बैटरी के माध्यम से धारा है,

$$i = \frac{5\text{ V}}{2.5\ \Omega} = 2\text{ A}$$

प्रश्न.8. बल  $\vec{F} = (3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k})\text{ N}$  का  $\vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} + 1\hat{k})\text{ m}$  के परितः बल आघूर्ण (N m में) ज्ञात कीजिए।

A)  $8\hat{i} - \hat{j} - 14\hat{k}$



B)  $8\hat{i} + \hat{j} - 14\hat{k}$

C)  $8\hat{i} - \hat{j} + 14\hat{k}$

D)  $8\hat{i} + \hat{j} + 14\hat{k}$

उत्तर:  $8\hat{i} - \hat{j} - 14\hat{k}$

हल: सदिश रूप में बल आघूर्ण को स्थिति सदिश और बल के सदिश गुणन के रूप में व्यक्त किया जाता है।

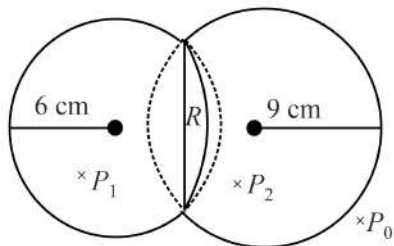
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\Rightarrow \vec{\tau} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{\tau} = (4 + 4)\hat{i} - (4 - 3)\hat{j} + (-8 - 6)\hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{\tau} = (8\hat{i} - \hat{j} - 14\hat{k}) \text{ N m}$$

प्रश्न.9. वायु के दो बुलबुले, जिनकी वक्रता त्रिज्या 6 cm और 9 cm है, एक दूसरे को स्पर्श करते हैं, तब दोनों बुलबुलों के लिए उभयनिष्ठ अंतरापृष्ठ की वक्रता त्रिज्या होगी:



A) 16 cm

B) 18 cm

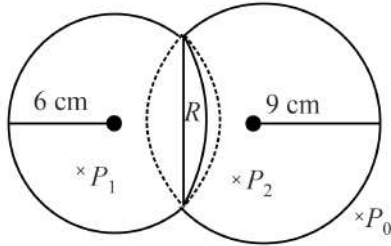
C) 20 cm

D) 24 cm

उत्तर: 18 cm



हल:



वायु के बुलबुले के अंदर आधिक्य दाब,  $\Delta P = \frac{4T}{r}$  के रूप में दिया जाता है।

$$P_1 = P_0 + \frac{4T}{R_1} \text{ और } P_2 = P_0 + \frac{4T}{R_2}$$

अंतरापृष्ठ की वक्रता इस प्रकार होगी कि,

$$P_1 - P_2 = \frac{4T}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{4T}{R_1} - \frac{4T}{R_2} = \frac{4T}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{1}{R} \Rightarrow R = 18 \text{ cm}$$

प्रश्न.10. गोलाकार वर्षा की बूँद का सीमान्त वेग  $v_T$  गोलाकार वर्षा की बूँद की त्रिज्या ( $r$ ) पर किस प्रकार निर्भर करता है?

- A)  $r$
- B)  $r^2$
- C)  $\frac{1}{r}$
- D)  $\frac{1}{r^2}$

उत्तर:  $r^2$

हल: त्रिज्या  $r$  और घनत्व  $\rho$  के एक गोले का अंतिम वेग, घनत्व  $\sigma$  और श्यानता  $\eta$  के एक द्रव में डूबा हुआ है, जो  $v_T = \frac{2(\rho - \sigma)r^2g}{9\eta}$  द्वारा दिया जाता है। इसलिए, गोलाकार वर्षा की बूँद के लिए,  $v_T \propto r^2$  है।

प्रश्न.11. जब एक प्रतिरोधक के माध्यम से 2 A की धारा प्रवाहित होती है, तो 15 s में उत्पादित ऊर्जा 300 J होती है। उत्पन्न ऊर्जा का मान ज्ञात कीजिए, जब समान प्रतिरोधक के माध्यम से 10 s के लिए 3 A की धारा का प्रवाह होता है।

- A) 450 J
- B) 350 J
- C) 550 J
- D) 650 J

उत्तर: 450 J

हल: उत्पन्न ऊर्जा निम्न द्वारा दी जाती है,  $H = i^2Rt$

जब  $i = 2 \text{ A}$ ,  $t = 15 \text{ s}$  है, तब ऊर्जा  $H = 300 = 2^2 \times R \times 15$  है।

प्रतिरोध  $R = 5 \Omega$  है।

जब  $i = 3 \text{ A}$ ,  $t = 10 \text{ s}$  है। तब ऊर्जा,  $H' = 3^2 \times 5 \times 10 = 450 \text{ J}$

प्रश्न.12. एक लंबे बेलनाकार तार के अनुप्रस्थ काट की त्रिज्या  $R$  होने पर एक स्थायी धारा  $I$  प्रवाहित होती है। यदि तार के अक्ष से दूरी  $r$  है, तब ( $r \ll R$ ) के लिए चुंबकीय क्षेत्र  $B$  किस रूप में परिवर्तित होता है?



- A)  $B \propto r$
- B)  $B \propto \frac{1}{r}$
- C)  $B \propto r^2$
- D)  $B \propto \frac{1}{r^2}$

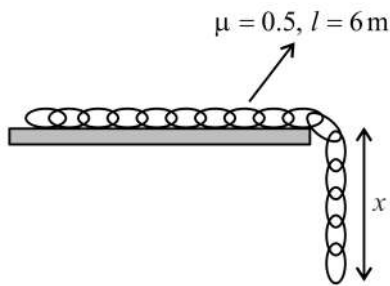
उत्तर:  $B \propto r$

हल: ऐम्पियर के नियम का उपयोग करते हुए और इस बात पर ध्यान देते हुए कि बेलनाकार तार के अनुप्रस्थ काट पर स्थायी विद्युत धारा एकसमान रूप से वितरित होती है।

$$B = \begin{cases} \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}, & r \leq R \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, & r > R \end{cases}$$

इस प्रकार, इस प्रकार,  $r < R$  के लिए केंद्र से चुंबकीय क्षेत्र  $B \propto r$

प्रश्न.13. निम्नलिखित आकृति में, कुल लंबाई 6 m की एक समान चैन की x लंबाई मेज से लटकी हुई है। x का अधिकतम मान क्या है, जिसके लिए चैन फिसलेगी नहीं?

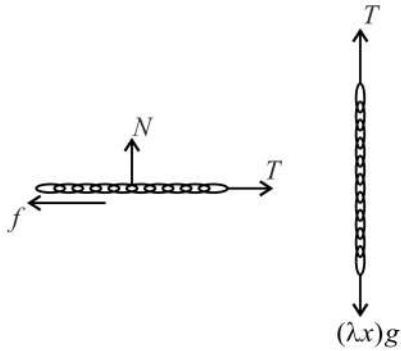


- A) 2 m
- B) 3 m
- C) 4 m
- D) 5 m

उत्तर: 2 m



**हल:** माना कि,  $\lambda$  = चेन की प्रति इकाई लंबाई का द्रव्यमान और मेज के माध्यम से लटके द्रव्यमान की लंबाई  $x$  है।



चेन पर मेज द्वारा लगाया गया अभिलंब बल,  $N = (l - x)\lambda g$

चेन में विकसित तनाव नीचे की दिशा में कार्य करने वाले गुरुत्वाकर्षण बल को संतुलित करेगा,  $T = \lambda x g$

मेज के भाग के लिए संभव अधिकतम सीमांत बल,

$$f_{max} = \mu N = \mu (l - x)\lambda g$$

साम्यावस्था के लिए,  $f_{max} = T$ ,

$$\Rightarrow \mu (l - x)\lambda g = \lambda x g$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (6 - x) = x \Rightarrow x = 2 \text{ m}$$

प्रश्न.14. एक कण बल  $\vec{F} = (10\hat{i} + 5\hat{j})$  N के प्रभाव में गति करना शुरू कर देता है। यदि कण का द्रव्यमान 0.1 kg है और  $t = 2$  s में इसका विस्थापन  $\vec{s} = (a\hat{i} + b\hat{j})$  m द्वारा दिया जाता है, तब  $\frac{a}{b}$  का मान है :

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5

**उत्तर:** 2

**हल:**  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{10\hat{i} + 5\hat{j}}{0.1} = 100\hat{i} + 50\hat{j}$

सदिश रूप में तय किए गए विस्थापन को इस प्रकार लिखा जा सकता है,

$$\vec{s} = \vec{u}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$\Rightarrow \vec{s} = \frac{1}{2}(100\hat{i} + 50\hat{j})(2)^2$$

$$\Rightarrow \vec{s} = 200\hat{i} + 100\hat{j}$$

इसकी तुलना,  $\vec{s} = a\hat{i} + b\hat{j}$  से करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$a = 200 \text{ और } b = 100$$

$$\text{इसलिए, } \frac{a}{b} = 2$$

प्रश्न.15. एक निश्चित ताप पर  $O_2$  गैस की वर्ग मूल माध्य चाल और अति संभाव्य चाल का अनुपात है:





A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

C)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$

D)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

उत्तर:  $\sqrt{\frac{3}{2}}$

हल:  $O_2$  गैस की वर्ग माध्य मूल चाल,  $v_{\text{वर्ग माध्य मूल}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3RT}{32}}$

और  $O_2$  गैस की अति संभाव्य चाल  $v_{\text{अति संभाव्य चाल}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2RT}{32}}$

इस प्रकार,  $\frac{v_{\text{वर्ग माध्य मूल}}}{v_{\text{अति संभाव्य चाल}}} = \frac{\sqrt{\frac{3RT}{32}}}{\sqrt{\frac{2RT}{32}}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

प्रश्न.16. फोटोडायोड निम्नलिखित में से किस कारण से पश्च बायसित किया जाता है?

A) सुग्राहिता बढ़ाने के लिए

B) धारा प्रवाह को बढ़ाने के लिए

C) अवक्षयी चौड़ाई को कम करने के लिए

D) विभव अवरोध को कम करने के लिए

उत्तर: सुग्राहिता बढ़ाने के लिए

हल: फोटोडायोड का उपयोग पश्च बायसन की स्थितियों में किया जाता है, हालांकि धारा कम होती है।

p-n संधि की अग्र बायसिंग में, अवक्षय क्षेत्र की चौड़ाई कम होती है और यह और कम होती जाती है, जैसे-जैसे हम वोल्टता में वृद्धि करते हैं। इसलिए यहाँ एक छोटा क्षेत्र है जहाँ फोटॉन बंधों को तोड़ देते हैं और कम धारा उत्पन्न होती है। जबकि p - n संधि की पश्च बायसिंग में, अवक्षय क्षेत्र की चौड़ाई अधिक होती है और इसमें वृद्धि होती जाती है, जैसे-जैसे हम वोल्टता में वृद्धि करते हैं। अतः कार्य करने के लिए फोटॉनों का क्षेत्रफल अधिक होता है और अधिक धारा उत्पन्न की जा सकती है। इसलिए, सुग्राहिता को बढ़ाने के लिए फोटोडायोड को पश्च बायसित किया जाता है।

प्रश्न.17. यदि  $A, B, C$  और  $D$  भौतिक राशियाँ  $\frac{A^2 B^3}{C^4} = D$  के रूप में संबंधित हैं, तब  $D$  में प्रतिशत त्रुटि के अधिकतम मान का परिमाण है:

A)  $\left(\frac{2\Delta A}{A} + \frac{3\Delta B}{B} + \frac{4\Delta C}{C}\right) \times 100$

B)  $\left(\frac{2\Delta A}{A} - \frac{3\Delta B}{B} + \frac{4\Delta C}{C}\right) \times 100$

C)  $\left(\frac{2\Delta A}{A} + \frac{3\Delta B}{B} - \frac{4\Delta C}{C}\right) \times 100$

D)  $\left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C}\right) \times 100$

उत्तर:  $\left(\frac{2\Delta A}{A} + \frac{3\Delta B}{B} + \frac{4\Delta C}{C}\right) \times 100$



हल: दिया गया है:  $D = \frac{A^2 B^3}{C^4}$

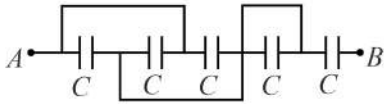
आपेक्षिक त्रुटि निम्न द्वारा दी जाती है

$$\frac{\Delta D}{D} = \left[ 2 \times \frac{\Delta A}{A} + 3 \times \frac{\Delta B}{B} + 4 \times \frac{\Delta C}{C} \right]$$

अब,  $D$  में अधिकतम प्रतिशत त्रुटि है,

$$\frac{\Delta D}{D} \times 100 = \left[ 2 \times \frac{\Delta A}{A} + 3 \times \frac{\Delta B}{B} + 4 \times \frac{\Delta C}{C} \right] \times 100$$

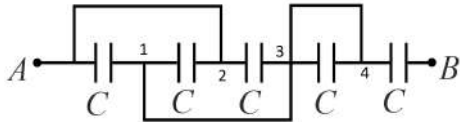
प्रश्न.18.  $A$  और  $B$  ( $C = 8 \mu\text{F}$ ) के बीच तुल्य धारिता ज्ञात कीजिए।



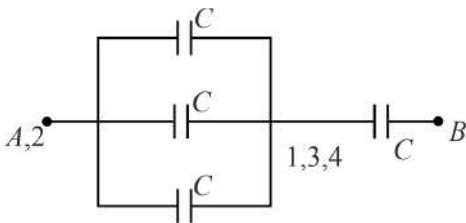
- A)  $6 \mu\text{F}$
- B)  $8 \mu\text{F}$
- C)  $10 \mu\text{F}$
- D)  $12 \mu\text{F}$

उत्तर:  $6 \mu\text{F}$

हल:



बिंदु 3 और 4 समान विभव पर हैं, अतः हम संधारित्र को एक तार के साथ प्रतिस्थापित कर सकते हैं।



बिंदु A और 3 के बीच संधारित्र समानांतरक्रम संयोजन में हैं जैसा कि ऊपर दिखाया गया है और उनका संयुक्त धारिता का मान  $3C$  होगा।

यह  $3C$  धारिता  $C$  के साथ श्रेणीक्रम में है। बिंदु A और B के बीच निकाय की तुल्य धारिता है,

$$C_{AB} = \frac{3C \times C}{3C + C} = \frac{3C}{4}$$

$$\Rightarrow C_{AB} = \frac{3}{4} \times 8 \mu\text{F} = 6 \mu\text{F}$$

प्रश्न.19. बोर केमॉडल का उपयोग करके  $H$  और  $He^+$  की तीसरी कक्षा में  $e^-$  की चाल का अनुपात ज्ञात कीजिए?

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{1}{3}$
- C)  $\frac{1}{4}$



D)  $\frac{1}{5}$

उत्तर:  $\frac{1}{2}$

हल: इलेक्ट्रॉन की चाल  $v = 2.18 \times 10^6 \times \frac{Z}{n} \text{ m s}^{-1}$  द्वारा दी जाती है, जहाँ,  $Z$  परमाणु क्रमांक है और  $n$ , कक्षा की संख्या है।

अब, तीसरी कक्षा के लिए, इलेक्ट्रॉन की चाल का अनुपात:

$$\frac{v_H}{v_{\text{He}^+}} = \frac{Z_H}{Z_{\text{He}^+}} = \frac{1}{2}$$

प्रश्न.20. एक विद्युत चुम्बकीय तरंग में विद्युत क्षेत्र,  $E = 56.5 \sin(\omega t - kx)$  है। तरंग की तीव्रता ज्ञात कीजिए।

A)  $5.65 \text{ W m}^{-2}$

B)  $56.5 \text{ W m}^{-2}$

C)  $4.24 \text{ W m}^{-2}$

D)  $42.4 \text{ W m}^{-2}$

उत्तर:  $4.24 \text{ W m}^{-2}$

हल: दिया है,  $E = 56.5 \sin(\omega t - kx)$

विद्युत चुम्बकीय तरंग के व्यापक समीकरण के साथ इसकी तुलना करने पर,

$$E = E_0 \sin(\omega t - kx)$$

हमारे पास है,  $E_0 = 56.5 \text{ N C}^{-1}$

इसलिए तीव्रता होगी,  $I = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 c$

$$= \frac{1}{2} \times 8.85 \times 10^{-12} \times (56.5)^2 \times 3 \times 10^8$$

$$= 4.24 \text{ W m}^{-2}$$

प्रश्न.21. 500 g द्रव्यमान का एक गुटका  $12 \text{ m s}^{-1}$  की चाल से गति करते हुए अपनी चाल को आधा करने से पहले 30 cm की दूरी पर एक स्प्रिंग को संपीडित करता है। स्प्रिंग का स्प्रिंग नियतांक ज्ञात कीजिए।

A)  $600 \text{ N m}^{-1}$

B)  $750 \text{ N m}^{-1}$

C)  $900 \text{ N m}^{-1}$

D)  $1050 \text{ N m}^{-1}$

उत्तर:  $600 \text{ N m}^{-1}$

हल: दिया गया है: गुटकेका द्रव्यमान  $m = 500 \text{ g}$ , गुटकेका प्रारंभिक वेग  $u = 12 \text{ m s}^{-1}$  और गुटकेका अंतिम वेग  $v = \frac{u}{2} = 6 \text{ m s}^{-1}$

चूंकि, निकाय पर असंरक्षी बल कार्य नहीं कर रहे हैं, इसलिए हम ऊर्जा का संरक्षण कर सकते हैं।

इस प्रकार, गुटकेकी गतिज ऊर्जा में हानि = स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि

$$\frac{1}{2} m u^2 - \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x^2$$

$$\frac{1}{2} \times 0.5 \times 12^2 - \frac{1}{2} \times 0.5 \times 6^2 = \frac{1}{2} k \times 0.3^2$$

$$k = 600 \text{ N m}^{-1}$$



## सेक्शन B: रसायन विज्ञान

प्रश्न.1. एथिलिडीन क्लोराइड का IUPAC नाम है:

- A) 1, 1 - डाइक्लोरोएथेन
- B) 1, 2 - डाइक्लोरोएथेन
- C) 1, 1 - डाइक्लोरोएथीन
- D) 1, 2 - डाइक्लोरोएथीन

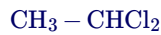
उत्तर: 1, 1 - डाइक्लोरोएथेन

हल: 1, 1 - डाइक्लोरोएथेन

एथिलिडीन क्लोराइड, दो कार्बन परमाणुओं के साथ एक जेमिनल डाई हैलाइड है।

सामान्य नाम प्रणाली में, जेम डाइहैलाइड को एल्किलीन हैलाइड के रूप में नामित किया जाता है और विस-डाइहैलाइड को एल्किलीन डाइहैलाइड के रूप में नामित किया जाता है।

एथिलिडीन क्लोराइड की संरचना है:

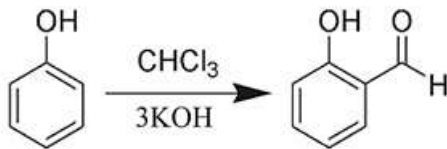


प्रश्न.2. राइमर-टीमान अभिक्रिया में शामिल होता है:

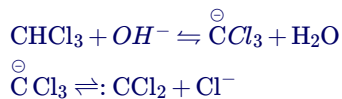
- A) कार्बोनियम आयन मध्यवर्ती
- B) कार्बोन मध्यवर्ती
- C) कार्ब-ऋणायन मध्यवर्ती
- D) मुक्त मूलक मध्यवर्ती

उत्तर: कार्बोन मध्यवर्ती

हल: राइमर-टीमान अभिक्रिया, क्षारीय माध्यम में क्लोरोफॉर्म के साथ फीनॉल की अभिक्रिया है, जिसका उत्पाद सैलिसिलैल्डिहाइड है।



मध्यवर्ती डाइक्लोरोकार्बोन का निर्माण क्लोरोफॉर्म और KOH की 1, 1 विलोपन अभिक्रिया के द्वारा होता है।



डाइक्लोरोकार्बोन एक इलेक्ट्रॉन न्यून स्पीशीज है।

प्रश्न.3. सबसे प्रबल ऑक्सीकारक है:

- A)  $\text{Mn}^{3+}$
- B)  $\text{Ti}^{3+}$
- C)  $\text{Fe}^{3+}$
- D)  $\text{Cr}^{3+}$



उत्तर:  $\text{Mn}^{3+}$

हल: वह पदार्थ, जिसमें अपचयन विभव का उच्चतम मान होगा, सबसे प्रबल ऑक्सीकारक होगा। अपचयन विभव के मान इस प्रकार हैं:

$$E_{\text{Mn}^{3+}/\text{Mn}^{2+}}^0 = +1.57 \text{ V}$$

$$E_{\text{Ti}^{3+}/\text{Ti}^{2+}}^0 = -0.37 \text{ V}$$

$$E_{\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}}^0 = +0.77 \text{ V}$$

$$E_{\text{Cr}^{3+}/\text{Cr}^{2+}}^0 = -0.41 \text{ V}$$

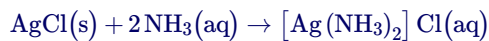
जैसा कि हम देख सकते हैं कि  $\text{Mn}^{3+}$  के मानक अपचयन विभव का मान उच्चतम होता है, इसलिए यह सबसे प्रबल ऑक्सीकारक होगा।

प्रश्न.4. जलीय  $\text{NH}_3$  के साथ  $\text{AgCl}$  की अभिक्रिया पर प्राप्त उत्पाद होता है-

- A)  $[\text{Ag}(\text{NH}_3)_4] \text{Cl}$
- B)  $[\text{Ag}(\text{NH}_3)_2 \text{Cl}_2]$
- C)  $[\text{Ag}(\text{NH}_3)_2] \text{Cl}$
- D)  $[\text{Ag}(\text{NH}_3) \text{Cl}]$

उत्तर:  $[\text{Ag}(\text{NH}_3)_2] \text{Cl}$

हल: श्वेत अवक्षेप सिल्वर क्लोराइड अमोनिया में विलेय होता है और उपसहसंयोजन संख्या 2 के साथ संकुल का निर्माण करता है। संकुल का निर्माण नीचे दर्शाया गया है-



यह अमोनियामय सिल्वर क्लोराइड है।

प्रश्न.5. निम्नलिखित में से कौन सा कृत्रिम मधुरक है?

- A) बाइथायोनॉल
- B) ऐलिटम
- C) लेक्टोस
- D) सैल्वरसैन

उत्तर: ऐलिटम

हल: पूतिरोधी गुणों को प्रदान करने के लिए साबुन में बाइथायोनॉल को मिलाया जाता है।

सैल्वरसैन एक प्रतिसूक्ष्मजीवी औषधि है।

ऐलिटम उच्च क्षमता वाला मधुरक है, हालांकि यह एस्पार्टेम की तुलना में अधिक स्थायी है, इसका उपयोग करते समय खाद्य की मिठास का नियंत्रण कठिन है।

लेक्टोस एक डाइसैकेराइड है, यह दुग्ध शर्करा होता है।

प्रश्न.6. निम्नलिखित में से कौन सा समइलेक्ट्रॉनिक है?

- A)  $\text{HF}$  और  $\text{H}_2\text{O}$
- B)  $\text{CH}_4$  और  $\text{SF}_6$



C)  $O_2$  और  $O_3$

D)  $H_2$  और  $F_2$

**उत्तर:** HF और  $H_2O$

**हल:** समइलेक्ट्रॉनिक स्पीशीज वे होती हैं, जिनमें इलेक्ट्रॉनों की संख्या बराबर होती है।

दिए गए विकल्पों में से, विकल्प A में दोनों HF और  $H_2O$  में प्रत्येक में 10 इलेक्ट्रॉन होते हैं, इसलिए, यह समइलेक्ट्रॉनिक हैं।

प्रश्न.7. जलीय विलयन में सबसे अधिक गतिशीलता वाला आयन है:

A)  $Ba^{2+}$

B)  $Mg^{2+}$

C)  $Ca^{2+}$

D)  $Be^{2+}$

**उत्तर:**  $Ba^{2+}$

**हल:** धनायन का आकार जितना बड़ा होता है, इसका जलयोजित होना उतना ही कम होता है।

इसलिए, जलीय विलयन में उच्च गतिशीलता प्रदर्शित करते हैं।

दी गई स्पीशीज में से  $Ba^{2+}$  आयन का आकार सबसे बड़ा होता है, इसलिए जलयोजित बहुत कम सीमा तक होता है और उच्चतम गतिशीलता को दर्शाता है।

प्रश्न.8. स्वर्ण (Au) केनिष्कर्षण में संकुल आयन 'X' और 'Y' का निर्माण शामिल है।



X और Y क्रमशः हैं: \_\_\_\_\_

A)  $[Au(CN)_2]^-$  और  $[Zn(CN)_4]^{2-}$

B)  $[Au(CN)_4]^{3-}$  और  $[Zn(CN)_4]^{2-}$

C)  $[Au(CN)_3]^-$  और  $[Zn(CN)_6]^{4-}$

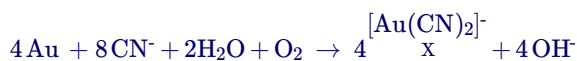
D)  $[Au(CN)_4]^-$  और  $[Zn(CN)_3]^-$

**उत्तर:**  $[Au(CN)_2]^-$  और  $[Zn(CN)_4]^{2-}$

**हल:** स्वर्ण केनिष्कर्षण को निक्षालन प्रक्रम द्वारा किया जाता है।

सोडियम सायनाइड ( $NaCN$ ) का उपयोग स्वर्ण के लिए निक्षालन अभिकर्मक के रूप में किया जाता है।

धातु को सोडियम सायनाइड के साथ अभिक्रिया पर विलेय सायनाइड संकुल में परिवर्तित कर दिया जाता है।



बाद में Zn के साथ विस्थापन द्वारा सिल्वर को पुनः प्राप्त किया जाता है।



X और Y क्रमशः  $[Au(CN)_2]^-$  और  $[Zn(CN)_4]^{2-}$  हैं।



प्रश्न.9. निम्नलिखित में से कौन सा अणु इलेक्ट्रॉन केनिष्कासन द्वारा स्थायी हो जाता है?

- A)  $C_2$
- B)  $O_2$
- C)  $N_2$
- D)  $H_2$

उत्तर:  $O_2$

**हल:** इन सभी अणुओं में,  $O_2$  इलेक्ट्रॉनों केनिष्कासन द्वारा स्थायी किया जाता है, क्योंकि इसमें प्रति-बंधित कक्षक में इलेक्ट्रॉन होते हैं। इस प्रकार प्रति - बंधित कक्षक से इलेक्ट्रॉन को हटाने पर,  $O_2$  की बंध कोटि बढ़ जाती है। इस प्रकार इलेक्ट्रॉनों केनिष्कासन केबाद यह अधिक स्थायी हो जाता है।  $O_2^+$  की बंध कोटि 2.5 है और यह  $O_2$  से अधिक है, जिसमें बंध कोटि 2 है। इसलिए, विकल्प B सही है।

प्रश्न.10. टिंडल प्रभाव केबारे में निम्नलिखित में से कौन सा गलत है?

- A) अपवर्तनांक में अधिक अंतर होता है।
- B) परिक्षिप्त कणों की तरंग दैर्ध्य आपतित प्रकाश की तरंग दैर्ध्य से कम होती है।
- C) परिक्षिप्त कणों की तरंग दैर्ध्य, आपतित प्रकाश की तरंग दैर्ध्य के लगभग समान होती है।
- D) इस परिघटना को कोलॉइड विलयन द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

उत्तर: परिक्षिप्त कणों की तरंग दैर्ध्य आपतित प्रकाश की तरंग दैर्ध्य से कम होती है।

**हल:** टिंडल प्रभाव केवल तब देखा जाता है जब निम्नलिखित दो स्थितियां संतुष्ट होती हैं।

- (i) परिक्षिप्त कणों का व्यास उपयोग की गयी प्रकाश की तरंग दैर्ध्य से बहुत कम नहीं होता है; और
- (ii) परिक्षिप्त प्रावस्था के अपवर्तनांक और परिक्षेपण माध्यम के अपवर्तनांक परिमाण में बहुत भिन्न होते हैं। यह कोलॉइड विलयनों का एक विशिष्ट गुण होता है।

प्रश्न.11.  $C_7H_5N_3O_6$  के 681 mg में नाइट्रोजन परमाणुओं की संख्या  $x \times 10^{21}$  होती है।  $x$  का मान क्या है?

- A) 6
- B) 5.4
- C) 2.7
- D) 1.8

उत्तर: 5.4



**हल:** दिए गए यौगिकों का द्रव्यमान = 681 mg

$$\begin{aligned} \text{C}_7\text{H}_5\text{N}_3\text{O}_6 \text{ का मोलर द्रव्यमान} &= 12 \times 7 + 5 \times 1 + 14 \times 3 + 6 \times 16 \\ &= 84 + 5 + 42 + 96 \\ &= 227 \end{aligned}$$

$$\text{यौगिक केमोलों की संख्या} = \frac{681 \times 10^{-3}}{227} = 3 \times 10^{-3} \text{ मोल}$$

N केमोलों की संख्या =  $3 \times$  यौगिक केमोलों की संख्या

$$= 3 \times 3 \times 10^{-3} = 9 \times 10^{-3} \text{ मोल}$$

$$\text{N केपरमाणुओं की संख्या} = 9 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^{23}$$

$$= 5.4 \times 10^{21}$$

इसलिए,  $x = 5.4$

प्रश्न.12. निम्नलिखित में से कौन से मुक्त मूलक को बहुलीकीकरण द्वारा निर्मित किया जाता है?

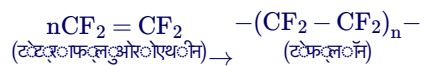
- A) टेरीलीन
- B) मेलामाइन
- C) नाइलॉन -6, 6
- D) टेप्लॉन

**उत्तर:** टेप्लॉन

**हल:** योगात्मक बहुलीकीकरण, मुक्त मूलक क्रियाविधि के माध्यम से होता है।

दिए गए बहुलकों में से, टेप्लॉन एक योगात्मक बहुलक है।

टेप्लॉन का निर्माण उच्च दाब पर एक मुक्त मूलक या परसल्फेट उत्प्रेरक के साथ टेट्राफ्लुओरोएथीन को गर्म करके किया जाता है।



प्रश्न.13. निम्नलिखित अभिक्रिया में मध्यवर्ती ज्ञात कीजिए:



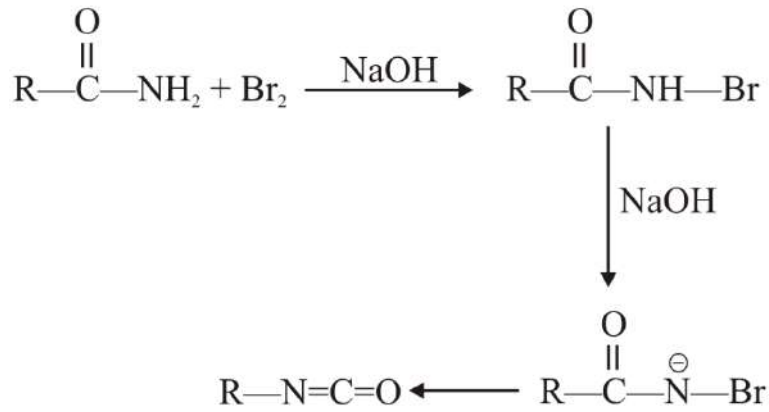
- A) R - CN
- B) R - NC
- C) R - NCO
- D) R - COOH

**उत्तर:** R - NCO

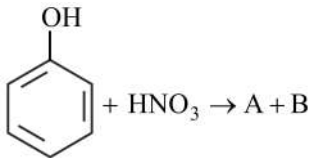




**हल:** दी गई अभिक्रिया प्राथमिक एमीन के निर्माण के लिए हॉफमान ब्रोमामाइड निम्नीकरण क्रियाविधि का अनुसरण करती है। इस अभिक्रिया में ऐल्किल या ऐरिल आइसोसायनेट का निर्माण एक मध्यवर्ती के रूप में होता है। मध्यवर्ती का निर्माण नीचे दिखाया गया है,



प्रश्न.14.

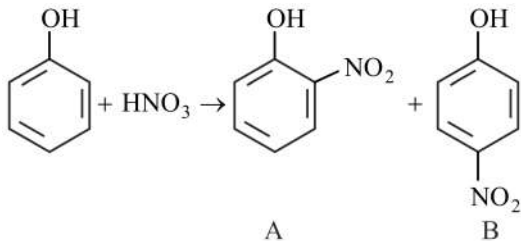


A और B को किसके द्वारा अलग किया जा सकता है?

- A) वर्णलेखिकी
- B) भाप आसवन
- C) प्रभाजी आसवन
- D) NMR

**उत्तर:** भाप आसवन

**हल:**



यौगिक A भापीय वाष्पशील है।

यह यौगिक A में अंतः अणुक हाइड्रोजन बंधन की उपस्थिति के कारण होता है।

इसलिए, उपरोक्त मिश्रण को भाप आसवन द्वारा अलग किया जा सकता है।

प्रश्न.15. निम्नलिखित में से कौन सा ऐल्कीन जलयोजन पर तृतीयक-ब्यूटिल ऐल्कोहॉल देगा?

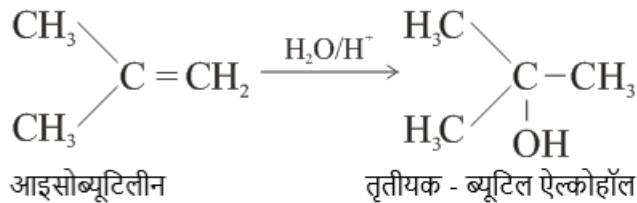
- A) एथिलीन
- B) आइसोब्यूटिलीन
- C) प्रोपिलीन



D) n-ब्यूटिलीन

उत्तर: आइसोब्यूटिलीन

हल: जब आइसोब्यूटिलीन, एक अम्ल उत्प्रेरक की उपस्थिति में जल के साथ अभिक्रिया करता है, तो यह तृतीयक - ब्यूटिल ऐल्कोहॉल का निर्माण करता है।



प्रश्न.16.  $(\text{CH}_3)_3\text{C} - \text{O}^- \text{K}^+$  के साथ  $(\text{CH}_3)_2\text{C} - \text{Cl}$  निम्न में से किस अभिक्रिया का निर्माण करेगा?

A)  $\text{SN}_1$

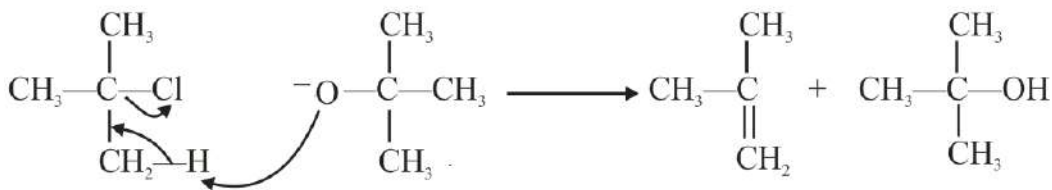
B)  $\text{SN}_2$

C)  $\text{E}_1$

D)  $\text{E}_2$

उत्तर:  $\text{E}_2$

हल:  $(\text{CH}_3)_3\text{C} - \text{O}^- \text{K}^+$  अपनी स्थूलता के कारण एक प्रबल क्षार और एक दुर्बल नाभिकरागी है। इसलिए यह निम्नानुसार  $\text{E}_2$  विलोपन अभिक्रिया देगा। इसलिए यह निम्न प्रकार से  $\text{E}_2$  विलोपन अभिक्रिया देगा।



प्रश्न.17. निम्नलिखित में से इलेक्ट्रॉन की कमी वाली स्पीशीज है:

A)  $\text{B}_2\text{H}_6$

B)  $\text{H}_2\text{O}$

C)  $\text{CH}_4$

D)  $\text{NH}_3$

उत्तर:  $\text{B}_2\text{H}_6$

हल: एक अणु को इलेक्ट्रॉन न्यून कहा जाता है, क्योंकि सहसंयोजक बंधों की अपेक्षित संख्या निर्मित करने के लिए पर्याप्त संयोजी इलेक्ट्रॉन नहीं होते हैं।

उदाहरण के लिए,

$\text{B}_2\text{H}_6$  में, केवल 12 इलेक्ट्रॉन हैं, प्रत्येक बोरॉन परमाणुओं से तीन और हाइड्रोजन से छः, जबकि एथेन में 14 ऐसे इलेक्ट्रॉन होते हैं।



प्रश्न.18. स्वच्छ जल (A) और प्रदूषित जल (B) के लिए BOD मान (ppm में) क्रमशः इस प्रकार हैं:

- A)  $A < 5, B > 17$
- B)  $A > 50, B < 27$
- C)  $A > 15, B > 47$
- D)  $A > 25, B < 17$

**उत्तर:**  $A < 5, B > 17$

**हल:** स्वच्छ जल में BOD 5 ppm से कम का मान होगा।

जबकि अत्यधिक प्रदूषित जल में BOD का मान 17 ppm या उससे अधिक हो सकता है।

प्रश्न.19. H-परमाणु की 3<sup>rd</sup> कक्षा और He<sup>+</sup> आयन की 3<sup>rd</sup> कक्षा में इलेक्ट्रॉनों की चालों का अनुपात क्या है?

- A) 3 : 2
- B) 1 : 2
- C) 2 : 3
- D) 1 : 4

**उत्तर:** 1 : 2

**हल:** बोर की कक्षा में इलेक्ट्रॉन का वेग निम्न द्वारा दिया जाता है

$$v = \frac{2\pi me^2 Z}{nh} \text{ या } v \propto \frac{Z}{n}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) \left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{3}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

प्रश्न.20. सुपोषण क्या है?

- A) जैव विविधता में वृद्धि
- B) जैव विविधता में हानि
- C) कार्बनिक पदार्थों का विखंडन
- D) जल में ऑक्सीजन की सांद्रता

**उत्तर:** जैव विविधता में हानि

**हल:** जल में फॉस्फेट का योग, शैवाल की वृद्धि को बढ़ाता है। शैवाल की इस प्रचुर वृद्धि में, जल की सतह को आच्छादित किया जाता है और जल में ऑक्सीजन की सांद्रता को कम कर देता है।

यह अवायवीय स्थितियों का कारण बनता है, जो आमतौर पर खाद्य क्षय केसंचय और प्राणी मृत्यु के साथ होता है।

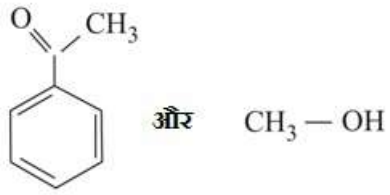
इस प्रकार, ब्लूम-ग्रस्त जल, जल निकाय में अन्य जीवित जीवों की वृद्धि को रोकता है।

यह प्रक्रिया जिसमें पोषक तत्वों से समृद्ध जल निकाय सघन पादप समष्टि का समर्थन करते हैं, जो ऑक्सीजन को नष्ट करके प्राणी जीवन को मारता है और इसके परिणामस्वरूप जैव विविधता की हानि होती है, जिसे सुपोषण के रूप में जाना जाता है।

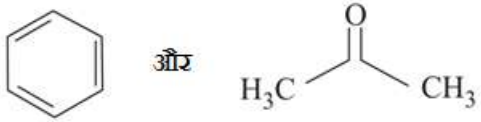
प्रश्न.21. O<sub>2</sub> के साथ क्यूमिन की अभिक्रिया में बनने वाले उत्पाद क्या हैं, इसके बाद तनु HCl के साथ उपचार किया जाता है?



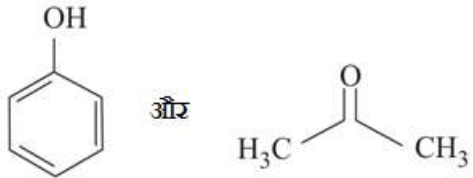
A)



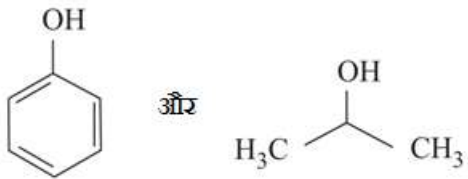
B)



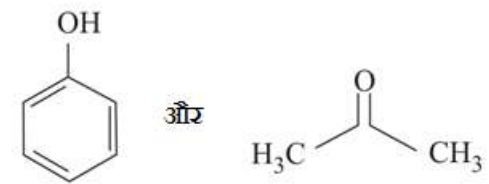
C)



D)

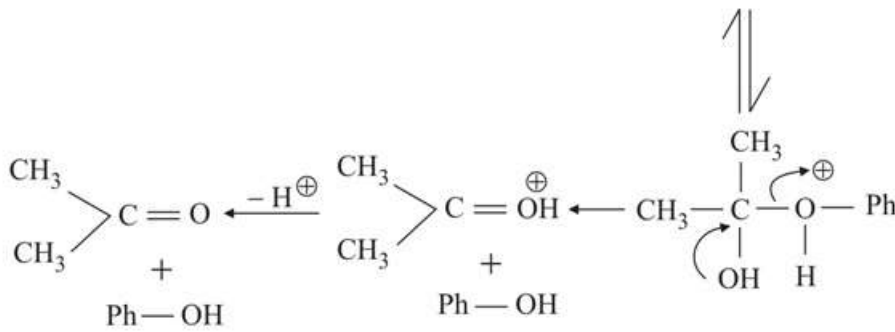
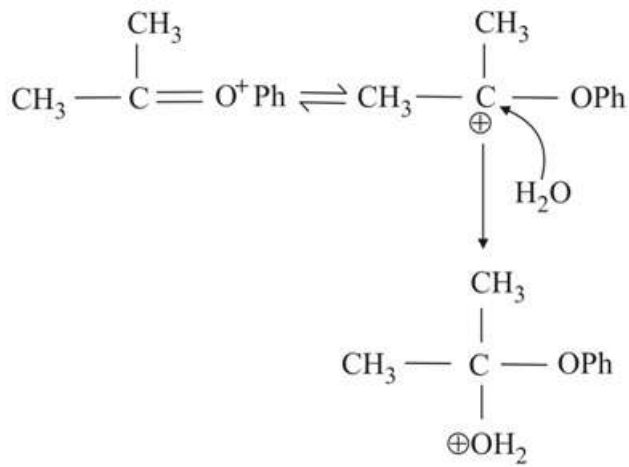
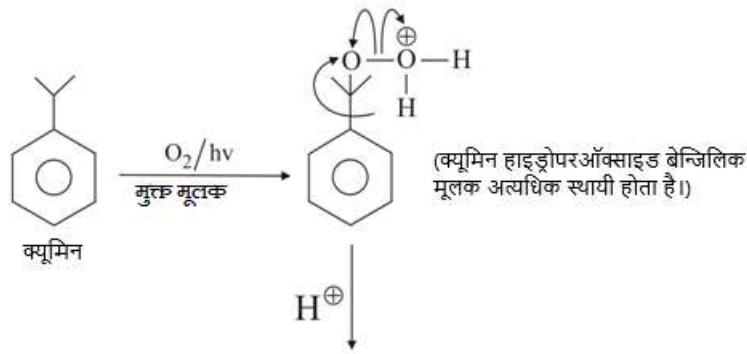


उत्तर:





हल:



प्रश्न.22. NaCl ठोस का घनत्व  $43.1 \text{ g/cm}^3$  है तथा  $Na^+$  और  $Cl^-$  आयनों के बीच की दूरी  $[X] \times 10^{-10} \text{ m}$  है, तब X का मान है:

[दिया गया है:  $N_A = 6 \times 10^{23}$ ] (अपने उत्तर को निकटतम पूर्णांक में दीजिए।)

- A) 1
- B) 2
- C) 4
- D) 9

उत्तर: 1



हल: NaCl के लिए,  $Z = 4$  और  $M = 58.5$  ग्राम

$$d = \frac{Z \times M}{N_A \times \text{आयतन}}$$

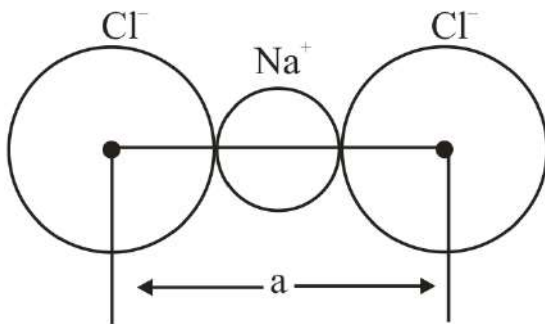
$$43.1 = \frac{4 \times 58.5}{6 \times 10^{23} \times [a]^3}$$

$$a^3 = \frac{4 \times 58.5}{6 \times 43.1} \times 10^{-23}$$

$$= 0.9 \times 10^{-23}$$

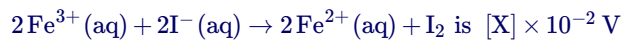
$$= 9 \times 10^{-24}$$

$$a = 2.08 \times 10^{-8} \text{ cm}$$



$$d_{\text{Na}^+ + \text{Cl}^-} = \frac{a}{2} = \frac{2.08 \times 10^{-10}}{2} \text{ m}$$

प्रश्न.23. निम्नलिखित अभिक्रिया के लिए  $E^0_{\text{सेल}}$  है:



X का मान है \_\_\_\_\_

दिया गया है,  $E^0_{\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}} = 0.77 \text{ V}$  और  $E^0_{\text{I}_2/\text{I}^-} = 0.54 \text{ V}$

- A) 23
- B) 100
- C) 13
- D) -23

उत्तर: 23

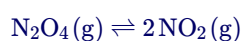
हल:  $E^0_{\text{सेल}} = (E^0_{\text{RP}})_C - (E^0_{\text{RP}})_A$

$$= 0.77 - 0.54$$

$$= 0.23 \text{ V}$$

$$= 23 \times 10^{-2} \text{ V}$$

प्रश्न.24. निम्नलिखित अभिक्रिया के अनुसार  $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g})$ ,  $\text{NO}_2$  में वियोजित हो जाता है,



जब  $\text{N}_2\text{O}_4$  का 50% साम्यावस्था पर वियोजित हो जाता है, तब 298 K और 1 atm दाब पर अभिक्रिया का  $\Delta G^0$  होगा :

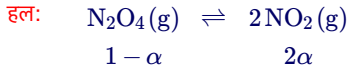
- A) -684.7 J
- B) 684.7 J



C)  $-342.35 \text{ J}$

D)  $342.35 \text{ J}$

उत्तर:  $-684.7 \text{ J}$



$$K_p = \frac{4\alpha^2 p}{1 - \alpha^2} = \frac{4 \times (0.5)^2 \times 1}{1 - (0.5)^2} = \frac{1}{0.75}$$

$$K_p = \frac{4}{3}$$

$$\Delta G^\circ = -2.303 RT \log K_p$$

$$= -2.303 \times 8.314 \times 298 \left[ \log \frac{4}{3} \right]$$

$$= -684.7 \text{ J}$$

प्रश्न.25. निम्न में से किसके कारण साबुन की कम मात्रा ठीक से साफ नहीं हो सकती है?

A) CMC का मान दी गई सांद्रता से अधिक होता है।

B) CMC मान, दी गई सांद्रता से कम होता है।

C) वृहत् अणु कोलॉइड का निर्माण होता है

D) यह विद्युत् - अपघट्य के रूप में कार्य नहीं करता है।

उत्तर: CMC का मान दी गई सांद्रता से अधिक होता है।

हल: मिसेल या संगुणित कोलॉइड का निर्माण एक निश्चित सांद्रता के ऊपर होता है। CMC के रूप में जाना जाता है। इसलिए, यदि साबुन की सांद्रता कम है तो इसका अर्थ यह है कि यह CMC मान को प्राप्त नहीं कर पाया है।

प्रश्न.26.  $\text{Ce}^{4+}$  कार्य करता है:

A) प्रबल ऑक्सीकारक के रूप में।

B) प्रबल अपचायक के रूप में।

C) रेडॉक्स प्रदर्शित नहीं करता है।

D) ऑक्सीकारक और अपचायक के रूप में।

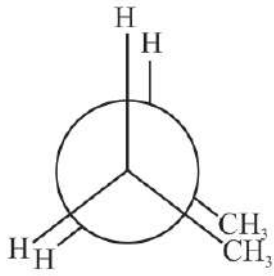
उत्तर: प्रबल ऑक्सीकारक के रूप में।

हल:  $\text{Ce}^{\text{IV}}$  का निर्माण इसके उत्कृष्ट गैस विन्यास के कारण अनुकूल होता है, लेकिन यह प्रबल ऑक्सीकारक है जो +3 अवस्था में वापस आ जाता है।  $E^\circ$  के लिए  $\frac{\text{Ce}^{4+}}{\text{Ce}^{3+}}$  का मान  $E^\circ_{\text{Ce}^{4+}/\text{Ce}^{3+}} = 1.74 \text{ V}$  है जो इसकी ऑक्सीकरण प्रकृति के लिए अनुकूल है।

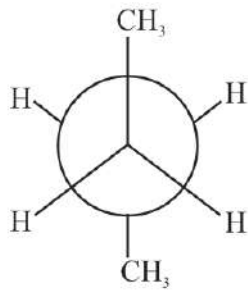
प्रश्न.27. अधिकतम द्वितल कोण के साथ सांतरित संरूपण की पहचान कीजिए:



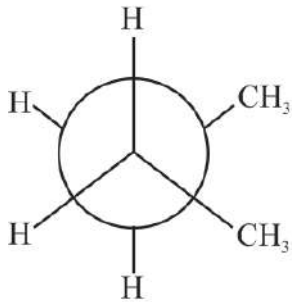
A)



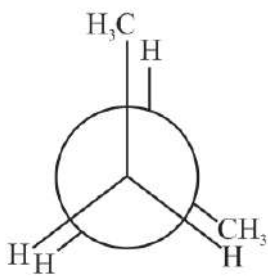
B)



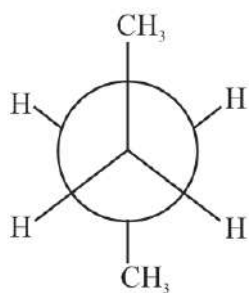
C)



D)



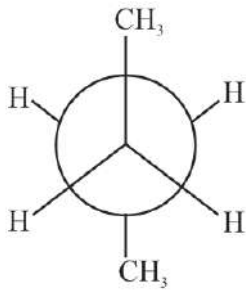
उत्तर:







**हल:** एक सांतरित संरूपण, एक एथेन - जैसे अणु का एक रासायनिक संरूपण होता है, जिसमें प्रतिस्थापी एक - दूसरे से अधिकतम दूरी पर होते हैं। इसके लिए  $60^\circ$  के मरोड़ी कोण की आवश्यकता होती है।



प्रतिसंरूपण में द्वितल कोण  $180^\circ$  (अधिकतम) होता है

प्रश्न.28. कथन 1 ( $S_1$ ) : डेविस केजर्मर प्रयोग ने इलेक्ट्रॉन की तरंग प्रकृति को स्थापित किया।

कथन 2 ( $S_2$ ) : यदि इलेक्ट्रॉन की तरंग प्रकृति होती है, तो वे व्यतिकरण और विवर्तन को प्रदर्शित करते हैं।

- A)  $S_1$  सत्य है।  $S_2$  असत्य है।
- B)  $S_1$  असत्य है।  $S_2$  सत्य है।
- C)  $S_1$  और  $S_2$  दोनों सत्य हैं।
- D)  $S_1$  और  $S_2$  दोनों असत्य हैं।

**उत्तर:**  $S_1$  और  $S_2$  दोनों सत्य हैं।

**हल:** डेविसन और जर्मर प्रयोग ने दिखाया कि परमाणु क्रिस्टल से गुजरने पर इलेक्ट्रॉन किरण पुंज विवर्तन से गुजर सकता है। इससे यह पता चलता है कि तरंगों के रूप में इलेक्ट्रॉनों की तरंग प्रकृति व्यतिकरण और विवर्तन को प्रदर्शित कर सकती है।



## सेक्शन C: गणित

प्रश्न.1.  $\frac{1}{2 \cdot 3^{10}} + \frac{1}{2^2 \cdot 3^9} + \dots + \frac{1}{2^9 \cdot 3^2} + \frac{1}{2^{10} \cdot 3^1} = \frac{k}{2^{10} \cdot 3^{10}}$  है। जब  $k$  को 6 से विभाजित किया जाता है, तब शेषफल बराबर है:

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5

उत्तर: 5

हल: हम जानते हैं,  $x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1})$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2 \cdot 3^{10}} + \frac{1}{2^2 \cdot 3^9} + \dots + \frac{1}{2^9 \cdot 3^2} + \frac{1}{2^{10} \cdot 3} \\ &= \frac{2^9 + 2^8 \cdot 3 + \dots + 2 \cdot 3^8 + 3^9}{2^{10} \cdot 3^{16}} = \frac{3^{10} - 2^{10}}{2^{10} \cdot 3^{10}} \end{aligned}$$

इसलिए,  $k = 3^{10} - 2^{10}$

चूँकि,  $k$  को 6 से विभाजित करने पर, हमें शेषफल ज्ञात करने की आवश्यकता है।

इसलिए,  $3^{10} = 6q_1 + 3$  और  $2^{10} = 6q_2 + 4$

अब  $k$ ,  $(6q_1 + 3) - (6q_2 + 4)$  के रूप का होगा।

$$= 6(q_1 - q_2) - 1$$

अतः, जब  $k$  को 6 से विभाजित किया जाता है, तो हमें शेषफल  $6 - 1 = 5$  प्राप्त होता है।

प्रश्न.2.

समाकलन ज्ञात कीजिए:  $\int_0^{\pi} \frac{\sin x \cdot e^{\cos x}}{(1 + \cos^2 x)(e^{\cos x} + e^{-\cos x})} dx$

- A)  $\frac{\pi}{2}$
- B)  $\frac{\pi}{4}$
- C)  $\frac{\pi}{6}$
- D)  $\frac{\pi}{3}$

उत्तर:  $\frac{\pi}{4}$



हल: दिया गया है,

$$I = \int_0^{\pi} \frac{\sin x \cdot e^{\cos x}}{(1+\cos^2 x)(e^{\cos x} + e^{-\cos x})} dx \quad \dots (i)$$

समाकल गुणधर्म  $\int_a^b f(a+b-x) = \int_a^b f(x)$  का उपयोग करने पर,

$$\text{हमें प्राप्त होता है, } I = \int_0^{\pi} \frac{\sin x \cdot e^{-\cos x}}{(1+\cos^2 x)(e^{-\cos x} + e^{\cos x})} dx \quad \dots (ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{(1+\cos^2 x)} \cdot \frac{(e^{\cos x} + e^{-\cos x})}{e^{\cos x} + e^{-\cos x}} dx$$

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx \Rightarrow 2I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$$

माना,  $\cos x = t \Rightarrow -\sin x dx = dt$

$$I = - \int_1^0 \frac{dt}{1+t^2} \Rightarrow I = -[\tan^{-1} t]_1^0 = -\left[0 - \frac{\pi}{4}\right] = \frac{\pi}{4}$$

अतः, सही उत्तर विकल्प B है।

प्रश्न.3. यदि  $\triangle ABC$  की भुजाएँ  $a, b, c$  हैं और यदि  $\frac{a+b}{7} = \frac{b+c}{8} = \frac{c+a}{9}$  है, तो  $\frac{r}{R}$  ज्ञात कीजिए। (जहां  $R$  परित्रिज्या है और  $r$  अंतःत्रिज्या है)

A)  $\frac{7}{9}$

B)  $\frac{3}{5}$

C)  $\frac{2}{5}$

D)  $\frac{4}{9}$

उत्तर:  $\frac{2}{5}$

हल: माना  $\frac{a+b}{7} = \frac{b+c}{8} = \frac{c+a}{9} = k$

इसलिए,  $a + b = 7k$ ,  $b + c = 8k$ ,  $c + a = 9k$

उपरोक्त को हल करने पर, हमें  $a = 4k$ ,  $b = 3k$ ,  $c = 5k$  प्राप्त होता है और अर्ध-परिमाप की गणना करने पर,

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\Rightarrow S = 6k$$

हम जानते हैं कि,  $\frac{r}{R} = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$

$$\Rightarrow \frac{r}{R} = 4 \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} \times \sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{ac}} \times \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{R} = 4 \cdot \frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{abc}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{R} = 4 \cdot \frac{(2k)(3k)(k)}{(4k)(3k)(5k)}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{2}{5}$$



प्रश्न.4. यदि  $f(x) = x^3 + x - 5$  और  $f(g(x)) = x$  है, तो  $g'(63)$  बराबर है:

- A) 49  
B)  $\frac{1}{49}$   
C)  $\frac{1}{11908}$   
D)  $\frac{1}{47}$

उत्तर:  $\frac{1}{49}$

हल: यहाँ,  $g(f(x)) = x$  है, क्योंकि  $f(x)$  और  $g(x)$  एक-दूसरे के प्रतिलोम हैं।

$$\text{अब, } g'(f(x))f'(x) = 1$$

$$\Rightarrow g'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)} \quad \dots (i)$$

$$\text{अब, } f(x) = 63 \Rightarrow x^3 + x - 5 = 63$$

$$\Rightarrow x^3 + x - 68 = 0$$

इसलिए,  $x = 4$  उपरोक्त समीकरण को संतुष्ट करता है।

$$g'(63) = \frac{1}{f'(4)} \text{ समीकरण (i) से,}$$

$$= \frac{1}{3(4)^2 + 1} = \frac{1}{49}$$

प्रश्न.5. एक वृत्त  $S$ , रेखा  $l_1 = 4x - 3y + k_1 = 0$  और  $l_2 = 4x - 3y + k_2 = 0$  को स्पर्श करता है जहाँ  $k_1, k_2 \in R$  है। यदि वृत्त के केंद्र से होकर गुजरने वाली रेखा,  $l_1$  बिंदु  $(-1, 2)$  पर और रेखा  $l_2$  बिंदु  $(3, -6)$  पर प्रतिच्छेद करती है, तब वृत्त का समीकरण है:

- A)  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 11 = 0$   
B)  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$   
C)  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 11 = 0$   
D)  $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 11 = 0$

उत्तर:  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$

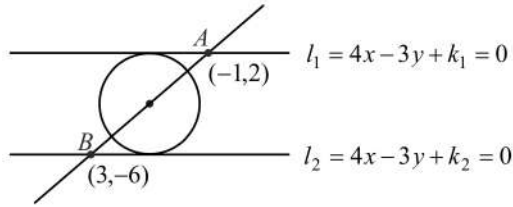


हल: दिया गया है,

$$l_1 = 4x - 3y + k_1 = 0 \quad l_2 = 4x - 3y + k_2 = 0$$

यहाँ रेखा  $l_1$  और  $l_2$  समांतर हैं।

इसलिए,



अब बिंदु  $A(-1, 2)$ , रेखा  $l_1$  को संतुष्ट करता है,

$$\text{इसलिए, } -4 - 3 \times 2 + k_2 = 0 \Rightarrow k_2 = 10$$

साथ ही, बिंदु  $B(3, -6)$ , रेखा  $l_2 = 4x - 3y + k_2$  को करता है,

$$\text{इसलिए, } 4 \times 3 - 3 \times (-6) + k_2 = 0 \Rightarrow k_2 = -30$$

अब समांतर रेखाओं के बीच की दूरी व्यास के बराबर होगी,

$$\text{व्यास} = \left| \frac{k_1 - k_2}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \right|$$

$$= \left| \frac{10 + 30}{5} \right| = 8$$

$$\text{इसलिए, त्रिज्या } \frac{8}{2} = 4$$

अब  $AB$  के मध्य-बिंदु से हमें सममिति द्वारा वृत्त का केंद्र प्राप्त होगा,

इसलिए,  $AB$  में मध्य-बिंदु सूत्र का प्रयोग करके हम केंद्र  $C \equiv (1, -2)$  प्राप्त करते हैं।

अब, वृत्त का समीकरण निम्न प्रकार होगा,

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 16$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$$

प्रश्न.6. यदि  $S = \frac{1}{3} + \frac{5}{9} + \frac{19}{27} + \frac{65}{81} \dots$  100 पदों तक है, तब  $[S]$  बराबर है: (जहां  $[.]$  महत्तम पूर्णांक फलन को निरूपित करता है)

A) 98

B) 99

C) 97

D) 100

उत्तर: 98



हल: माना  $S = \frac{1}{3} + \frac{5}{9} + \frac{19}{27} + \dots$  100 पदों तक

$$S = \frac{3-2}{3^1} + \frac{3^2-2^2}{3^2} + \frac{3^3-2^3}{3^3} + \dots \text{ 100 पदों तक}$$

$$\text{इसलिए, } T_n = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$\Rightarrow S_{100} = 100 - \left[ \frac{\frac{2}{3} \left[ 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{100} \right]}{1 - \frac{2}{3}} \right]$$

$$= 98 + 2 \left(\frac{2}{3}\right)^{100}$$

$$\Rightarrow [S_{100}] = 98$$

प्रश्न.7. एक फलन  $f: N \rightarrow R$  इस प्रकार है कि प्राकृत संख्या  $x$  और  $y$  के लिए,  $f(x+y) = 2f(x) \cdot f(y)$  है, यदि  $f(1) = 2$  और  $\sum_{k=1}^{10} f(a+k) = \frac{512}{3} (2^{20} - 1)$  है, तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिए।

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

उत्तर: 4

हल: दिया गया है,  $f(x+y) = 2f(x) \cdot f(y)$  &  $f(1) = 2$

अब,  $x = 1$  और  $y = 1$  को  $f(x+y) = 2f(x) \cdot f(y)$  में रखने पर हमें प्राप्त होता है,

$$f(1+1) = 2f(1) \cdot f(1) = 2 \times 2^2 = 2^3$$

$$\text{इसलिए, } f(2) = 2^3$$

$$\text{इसी प्रकार, } f(3) = 2^5, f(4) = 2^7, \dots$$

अब,

$$\sum_{k=1}^{10} f(a+k) = \sum_{k=1}^{10} 2f(a) \cdot f(k) = \frac{512}{3} (2^{20} - 1)$$

$$\Rightarrow 2f(a) \sum_{k=1}^{10} f(k) = \frac{512}{3} (2^{20} - 1)$$

$$\Rightarrow 2f(a) \{f(1) + f(2) \dots f(10)\} = \frac{512}{3} (2^{20} - 1)$$

$$\Rightarrow 2f(a) (2 + 2^3 + 2^5 \dots) = \frac{512}{3} (2^{20} - 1)$$

$$\Rightarrow 2f(a) \frac{2((2^2)^{10} - 1)}{2^2 - 1} = \frac{512}{3} (2^{20} - 1)$$

$$\Rightarrow 2 \times 2f(a) \times \frac{2^{20} - 1}{3} = \frac{512}{3} (2^{20} - 1)$$

अब, दोनों पक्षों की तुलना करने पर हमें प्राप्त होता है,

$$4f(a) = 512 \Rightarrow f(a) = 128$$

$$\Rightarrow f(a) = 2^7 \Rightarrow a = 4$$

अतः विकल्प B सही है।

प्रश्न.8. दो घटनाएँ  $E_1$  तथा  $E_2$  के लिए, यदि  $P\left(\frac{E_1}{E_2}\right) = \frac{1}{2}$ ,  $P\left(\frac{E_2}{E_1}\right) = \frac{3}{4}$  तथा  $P(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{8}$  है, तब:



- A)  $P(E_1' \cap E_2') = P(E_1')P(E_2')$   
B)  $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1')P(E_2)$   
C)  $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2')$   
D)  $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1)P(E_2)$

उत्तर:  $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2')$

हल:  $\frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)} = \frac{1}{2}, \frac{P(E_2 \cap E_1)}{P(E_1)} = \frac{3}{4}, P(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{8}$   
 $\Rightarrow P(E_2) = \frac{1}{4}, P(E_1) = \frac{1}{6}, P(E_1 \cup E_2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{7}{24}$   
 $P(E_1' \cap E_2') = P(E_1 \cup E_2)' = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$   
 $P(E_2') = \frac{3}{4} \Rightarrow P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2')$

प्रश्न.9. यदि  $f(x)$  एक बहुपद इस प्रकार है कि  $f(x) + f'(x) + f''(x) = x^5 + 64$  है, तब  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{f(x)}{x-1} \right)$  का मान बराबर है:

- A) -15  
B) 15  
C) -8  
D) -7

उत्तर: -15

हल: माना  $f(x) = (x-1)(x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d)$   
 $f(x) + f'(x) + f''(x) = x^5 + (a+4)x^4 + (b+3a+16)x^3 + (9a+2b+c-12)x^2 + (d+c+4b-6a)x + (c-2b)$   
 $\therefore f(x) + f'(x) + f''(x) = x^5 + 64$   
 $\Rightarrow a+4=0, b+3a+16=0, 9a+2b+c-12=0, d+c+4b-6a=0$   
 $\Rightarrow a=-4, b=-4, c=56, d=-64$   
इसलिए,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 56x - 64)$   
 $= 1 - 4 - 4 + 56 - 64 = -15$

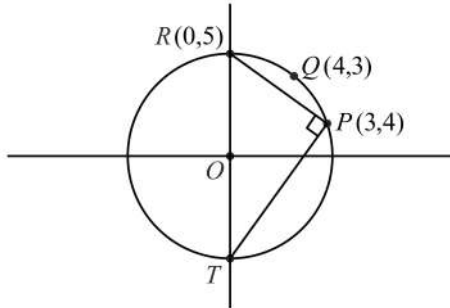
प्रश्न.10. यदि  $z$ , वृत्त पर एक बिंदु है, जो  $P: (3+4i), Q: (4+3i)$  और  $R: (5i)$  से होकर गुजरता है। वृत्त पर एक बिंदु  $T$  इस प्रकार मान लीजिए कि  $TP \perp PR$  है।  $\arg(T)$  का मान ज्ञात कीजिए।

- A)  $-\frac{\pi}{2}$   
B)  $\frac{\pi}{2}$   
C)  $\pi$   
D) 0

उत्तर:  $-\frac{\pi}{2}$



**हल:** दिया गया है, एक वृत्त जो  $P : (3 + 4i)$ ,  $Q : (4 + 3i)$  और  $R : (5i)$  से होकर गुजरता है।  
अब बिंदुओं को वृत्त पर अंकित कीजिए।



आरेख से, हम देखते हैं कि,  $OR = OP = OQ =$ त्रिज्या

अब, निरीक्षण से,  $O$  वृत्त का केंद्र होगा, जो  $(0,0)$  है

और  $RT$  व्यास है चूँकि  $TP \perp PR$  है,

इसलिए, विभाजन सूत्र द्वारा, हमें प्राप्त होता है,

$$T \equiv (0, -5)$$

इसलिए,  $\arg(T) = -\frac{\pi}{2}$  है, चूँकि यह ऋणात्मक  $y$ -अक्ष पर स्थित है।

प्रश्न.11.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_e(x^2 + 1) - e^{-x} + 1$  और  $g(x) = \frac{1-2e^{2x}}{e^x}$  द्वारा परिभाषित दो फलन हैं। यदि असमिका  $f\left(g\left(\frac{(\alpha-1)^2}{3}\right)\right) > f\left(g\left(\alpha - \frac{5}{3}\right)\right)$  सत्य है, तब:

- A)  $\alpha \in (0, 2)$
- B)  $\alpha \in (2, 3)$
- C)  $\alpha \in (3, 4)$
- D)  $\alpha \in \mathbb{R}$

**उत्तर:**  $\alpha \in (2, 3)$

**हल:**  $f(x) = \log_e(x^2 + 1) - e^{-x} + 1 \Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{x^2+1} + e^{-x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

इसलिए,  $f(x)$  वर्धमान है,

$$g(x) = e^{-x} - 2e^x \Rightarrow g'(x) = -(e^{-x} + 2e^x) < 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

इसलिए,  $g(x)$  हासमान है,

$\Rightarrow f(g(x))$  हासमान है,

$$\Rightarrow f\left(g\left(\frac{(\alpha-1)^2}{3}\right)\right) > f\left(g\left(\alpha - \frac{5}{3}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \frac{(\alpha-1)^2}{3} < \alpha - \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow (\alpha - 2)(\alpha - 3) < 0 \Rightarrow \alpha \in (2, 3)$$

प्रश्न.12. अवयव  $\{-1, 0, 1\}$  वाले ऐसे कितने  $3 \times 3$  आव्यूह संभव हैं जिनके सभी अवयवों का योग 5 है।

- A) 512





- B) 420  
C) 414  
D) 520

उत्तर: 414

हल:

$$\text{दिया गया आव्यूह है: } 3 \times 3 = \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & - & - \\ - & - & - \end{bmatrix}$$

यहाँ हम देख सकते हैं कि हमें उन नौ अवयवों को ज्ञात करना है जिनका योगफल 5 है।

**स्थिति 1:** जब पाँच 1 हैं और चार 0 हैं,

अब, विभाजन और वितरण विधि से हमें प्राप्त होता है,

$$\Rightarrow \frac{9!}{5!4!} = 126 \quad \dots (i)$$

**स्थिति 2 :** जब छह 1 हैं और एक  $\{-1\}$  है और दो 0 हैं।

पुनः विभाजन और वितरण विधि से, हमें प्राप्त होता है,

$$\Rightarrow \frac{9!}{6!2!1!} = 252 \quad \dots (ii)$$

**स्थिति 3 :** जब सात 1 हैं और दो  $\{-1\}$  हैं,

तो, विभाजन और वितरण द्वारा, हमें प्राप्त होता है,

$$\Rightarrow \frac{9!}{7!2!} = 36 \quad \dots (iii)$$

अब समीकरण (i), (ii) और (iii) को जोड़ने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$126 + 252 + 36 = 414$$

इसलिए, कुल 414 तरीके होंगे।

प्रश्न.13. यदि  $a_n = 19^n - 12^n$  है, तब  $\frac{31a_9 - a_{10}}{57a_8}$  का मान बराबर है:

- A) 4  
B) 6  
C) 2  
D) 5

उत्तर: 4

हल: यदि  $\alpha$  और  $\beta$  द्विघात समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के मूल हैं,

$$\text{तो } \alpha^n = 31\alpha^{n-2} - 228\alpha^{n-1} \text{ और } \beta^n = 31\beta^{n-2} - 228\beta^{n-1}$$

$$\text{इसलिए, } \alpha^n - \beta^n = 31(\alpha^{n-2} - \beta^{n-2}) - 228(\alpha^{n-1} - \beta^{n-1})$$

$$\text{या } a_n - 31a_{n-1} + 228a_{n-2} = 0 \text{ जहाँ } a_n = \alpha^n - \beta^n$$

चूँकि, 19 और 12 द्विघात समीकरण  $x^2 - 31x + 228 = 0$  के मूल हैं।

$$\text{हम जानते हैं कि } a_n - 31a_{n-1} + 228a_{n-2} = 0$$

$$\text{अब, } n = 10 \text{ के लिए, } a_{10} - 31a_9 + 228a_8 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{31a_9 - a_{10}}{57a_8} = 4$$



प्रश्न.14. यदि  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4$  है और  $\theta \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right]$ ,  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के बीच का कोण है, तो  $\left|(\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{b} + \vec{a})\right|^2 + 4(\vec{a} \cdot \vec{b})^2$  का मान बराबर है:

- A) 248
- B) 576
- C) 144
- D) 432

उत्तर: 576

हल:

$$\begin{aligned} & \left|(\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{b} + \vec{a})\right|^2 + 4(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 \\ &= \left|\vec{b} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{a} - \vec{a} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{a}\right|^2 + 4(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 \\ &= 4 \left[ \left|\vec{a} \times \vec{b}\right|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 \right] = 4|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2 = 4 \times 9 \times 16 = 576 \end{aligned}$$

प्रश्न.15. यदि  $g : (0, \infty) \rightarrow R$  एक अवकलनीय फलन है और सभी  $x > 0$  के लिए,  $\int \left[ \frac{x(\cos x - \sin x)}{e^x + 1} + g(x) \frac{(e^x + 1 - xe^x)}{(e^x + 1)^2} \right] dx = \frac{x}{e^x + 1} g(x) + C$  है, जहाँ  $C$  एक अचर है, तब:

- A)  $g(x), \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$  में हासमान है।
- B)  $g(x), \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$  में वर्धमान है।
- C)  $g + g', \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  में वर्धमान है।
- D)  $g - g', \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  में हासमान है।

उत्तर:  $g(x), \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$  में वर्धमान है।

हल:

$$\begin{aligned} & \int \frac{x}{e^x + 1} (\cos x - \sin x) dx + \int g(x) \frac{e^x + 1 - xe^x}{(e^x + 1)^2} dx \\ &= \frac{x}{e^x + 1} (\sin x + \cos x) - \int \frac{e^x + 1 - xe^x}{(e^x + 1)^2} (\sin x + \cos x) dx + \int g(x) \frac{e^x + 1 - xe^x}{(e^x + 1)^2} dx \end{aligned}$$

तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$g(x) = \sin x + \cos x$$

$$\Rightarrow g(x) = \sqrt{2} \left[ \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) \right]$$

चूँकि  $x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$  है, इसलिए,  $x + \frac{\pi}{4} \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$  है,

इसलिए,  $g(x), \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$  में वर्धमान है।



प्रश्न.16. यदि  $y = y(x)$  दिए गए समीकरण  $y^2 dx + (x^2 - xy + y^2) dy = 0$  का हल है और यह वक्र बिंदु  $(1, 1)$  से होकर भी गुजरता है और रेखा  $y = \sqrt{3}x$  बिंदु  $(\alpha, \sqrt{3}\alpha)$  पर प्रतिच्छेद करता है, तब  $\log e(\sqrt{3}\alpha)$  का मान ज्ञात कीजिए।

A)  $\frac{\pi}{2}$

B)  $\frac{\pi}{4}$

C)  $\frac{\pi}{6}$

D)  $\frac{\pi}{12}$

उत्तर:  $\frac{\pi}{12}$

हल: दिया गया है,  $y^2 dx + (x^2 - xy + y^2) dy = 0$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} = -\frac{(x^2 - xy + y^2)}{y^2} \dots (i)$$

अब, माना  $x = vy \Rightarrow v + y \frac{dv}{dy} = \frac{dx}{dy}$

अब, समीकरण (i) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$\Rightarrow v + y \frac{dv}{dy} = -(v^2 - v + 1)$$

$$\Rightarrow y \frac{dv}{dy} = -v^2 - 1$$

$$\Rightarrow \frac{-dv}{1+v^2} = \frac{dy}{y}$$

अब, दोनों पक्षों का समाकलन करने पर,

$$\Rightarrow -\int \frac{dv}{1+v^2} = \int \frac{dy}{y}$$

$$\Rightarrow -\tan^{-1} v = \log |y| + c$$

$$\Rightarrow -\tan^{-1} \left( \frac{x}{y} \right) = \log |y| + c$$

साथ ही, यह वक्र बिंदु  $(1, 1)$  से होकर गुजरता है,

$$\Rightarrow \tan^{-1} 1 = \log |1| + c$$

$$\Rightarrow c = -\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow -\tan^{-1} \frac{x}{y} = \log |y| - \frac{\pi}{4}$$

अब,  $y = \sqrt{3}x$  और  $x = \alpha$  रखने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$= -\tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{3}x} = \log |\sqrt{3}\alpha| - \frac{\pi}{4}$$

$$= -\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \log (\sqrt{3}\alpha) - \frac{\pi}{4}$$

$$= -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = \log |\sqrt{3}\alpha|$$

प्रश्न.17. 3-अंकों वाली संख्याओं की संख्या, जो 7 से विभाज्य है, है:

A) 128

B) 112

C) 127



D) 114

उत्तर: 128

हल: पहली 3-अंकीय संख्या जो 7 का एक गुणज है, 105 है,  
अंतिम 3-अंकीय संख्या जो 7 का एक गुणज है 994 है,  
अब  $n$ वें पद के सूत्र को उपयोग करने पर,

$$994 = 105 + (n - 1)7$$

$$\Rightarrow 994 - 105 = (n - 1)7$$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{889}{7} \Rightarrow n - 1 = 127$$

इसलिए,  $n = 128$

प्रश्न.18. यदि  $y^2 = x$  और  $x^2 + y^2 = 2$  की दो उभयनिष्ठ स्पर्शरेखाओं की ढाल  $m_1$  और  $m_2$  के रूप में है, तब  $8|m_1m_2|$  का मान है:

A)  $3\sqrt{2} - 4$

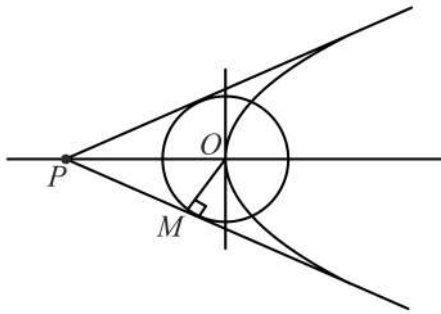
B)  $6\sqrt{2} - 4$

C)  $\sqrt{2} - 4$

D)  $3\sqrt{2}$

उत्तर:  $3\sqrt{2} - 4$

हल:



परवलय की स्पर्शरेखा के समीकरण को निम्न रूप में लिखा जा सकता है,

$$y = mx + \left(\frac{1}{4m}\right) \text{ या } y - mx - \frac{1}{4m} = 0$$

अब, बिंदु  $(0,0)$  से स्पर्शरेखा तक की लंबवत दूरी दिए गए वृत्त की त्रिज्या के बराबर है,

$$\text{इसलिए, } OM = \sqrt{2} \Rightarrow \left| \frac{-\frac{1}{4m}}{\sqrt{1+m^2}} \right| = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2(16m^2)(1+m^2) = 1 \Rightarrow 32m^4 + 32m^2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{-2^5 + 2^3\sqrt{16+2}}{2 \times 2^5}, \text{ ऋणात्मक चिह्न की उपेक्षा कीजिए, क्योंकि यह एक वर्ग फलन है।}$$

$$\text{अब, } |8m_1m_2| = |8m^2|$$

$$= \left| \frac{-2^5 + 2^3\sqrt{16+2}}{2^3} \right| = 3\sqrt{2} - 4$$

