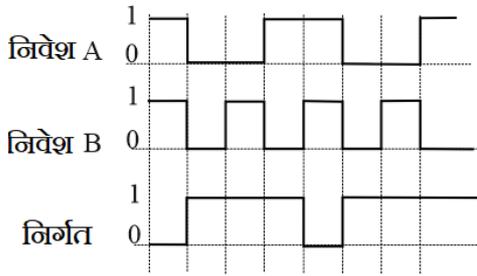


27 जून, 2022 - शिफ्ट 1 (स्मृति आधारित प्रश्न)

जेईई मेन परीक्षा 2022 - सेशन 1

सेक्शन A: भौतिक विज्ञान

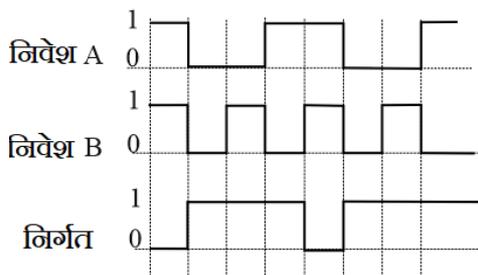
प्रश्न.1. नीचे दिए गए निर्गत, निवेश A और B के लिए तर्क(log) द्वार की पहचान कीजिए।



- A) NAND
- B) AND
- C) OR
- D) NOR

उत्तर: NAND

हल: दिए गए निवेश और निर्गत के लिए, सत्यता सारणी नीचे दी गई है।



इनपुट A	इनपुट B	निर्गत
1	1	0
0	1	1
1	0	1
0	0	1

स्पष्ट रूप से, यह एक NAND गेट है।

प्रश्न.2. **कथन**
1 : ब्रह्माण्ड के सभी पिंडों के लिए गुरुत्वाकर्षण का नियम सही है।

कथन
2 : पृथ्वी के केंद्र में किसी व्यक्ति का भार शून्य हो जाता है।

- A) कथन 1 और कथन 2 दोनों सत्य हैं।
- B) कथन 1 सत्य है और कथन 2 असत्य है।



- C) कथन 1 और कथन 2 दोनों असत्य हैं।
D) कथन 1 असत्य है और कथन 2 सत्य है।

उत्तर: कथन 1 और कथन 2 दोनों सत्य हैं।

हल: ब्रह्मांड में सभी जगहों पर गुरुत्वाकर्षण बल उपस्थित है। यह किन्हीं दो पदार्थों के बीच आकर्षण बल है, जिनका अपना द्रव्यमान होता है।

ब्रह्मांड में प्रत्येक वस्तु हर दूसरी वस्तु को एक बल के साथ आकर्षित करती है जो उनके द्रव्यमान के गुणनफल के समानुपाती और उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

पृथ्वी के केंद्र में रखे किसी पिंड का भार शून्य होता है। ऐसा इसलिए है क्योंकि गुरुत्वीय त्वरण केंद्र में शून्य होता है और इसलिए केंद्र में भार (mg) शून्य होता है। अतः दोनों कथन सत्य हैं।

प्रश्न.3. समान गतिज ऊर्जा वाले α -कण और कार्बन-12 के डी-ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य का अनुपात ज्ञात कीजिए।

- A) $\sqrt{3} : 1$
B) $1 : \sqrt{3}$
C) $2 : \sqrt{3}$
D) $\sqrt{3} : 2$

उत्तर: $\sqrt{3} : 1$

हल: डी-ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य को $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$ के रूप में व्यक्त किया जाता है, जहां, K गतिज ऊर्जा है और m द्रव्यमान है।

यहाँ, $(K)_\alpha = (K)_{C-12}$

अब, अनुपात $\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_{C-12}} = \frac{\sqrt{12m}}{\sqrt{4m}} = \sqrt{3} : 1$

प्रश्न.4. स्व प्रेरकत्व का विमीय सूत्र है:

- A) MLT^{-2}
B) $ML^2T^{-1}A^{-2}$
C) $ML^2T^{-2}A^{-2}$
D) $ML^2T^{-2}A^{-1}$

उत्तर: $ML^2T^{-2}A^{-2}$

हल: ऊर्जा $E = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow [L] = \frac{[E]}{[I]^2} = \frac{[ML^2T^{-2}]}{[A^2]} = [ML^2T^{-2}A^{-2}]$

प्रश्न.5. एक बिंदु आवेश को एक विलगित समांतर प्लेट संधारित्र की दो प्लेटों के बीच रखा गया है। आवेश पर बल 10N है। यदि एक प्लेट को हटा दिया जाता है, तो बल क्या होगा?

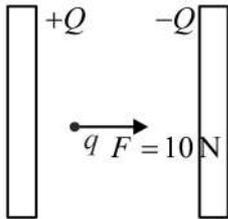
- A) 0N



- B) 5N
- C) 10N
- D) 20 N

उत्तर: 5N

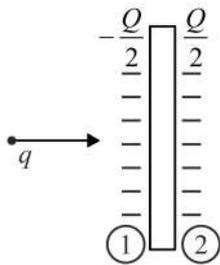
हल:



प्रत्येक प्लेट के कारण विद्युत क्षेत्र, $E_1 = E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{Q}{2A\epsilon_0}$

प्लेटों के बीच नेट विद्युत क्षेत्र, $E_{\text{नेट}} = E_1 + E_2 = \frac{Q}{A\epsilon_0}$

प्लेटों के बीच आवेशित कण पर बल, $F_1 = qE_{\text{नेट}} = \frac{qQ}{A\epsilon_0} = 10 \text{ N}$

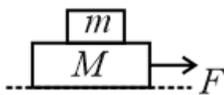


अब, दूसरी स्थिति में, नेट विद्युत क्षेत्र $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{Q}{2A\epsilon_0} = 5 \text{ N}$

आवेशित कण पर बल,

$$F_2 = qE = \frac{qQ}{2A\epsilon_0} = 5 \text{ N}$$

प्रश्न.6. दिखाए गए चित्र में, घर्षण गुणांक $\mu = 0.5$ के साथ हर जगह घर्षण उपस्थित है और $m=2 \text{ kg}$ तथा $M=8 \text{ kg}$ है। F का अधिकतम मान क्या है, जिसके लिए दोनों गुटके एक साथ गति करेंगे?

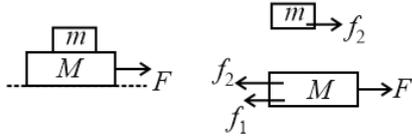


- A) 50 N
- B) 100 N
- C) 150 N
- D) 200 N

उत्तर: 100 N



हल:



दिया है, $\mu = 0.5$, $m = 2 \text{ kg}$ & $M = 8 \text{ kg}$

M और भूमि के बीच संभव अधिकतम घर्षण बल, $(f_1)_{\max} = 0.5 \times (10 \times 10) = 50 \text{ N}$

m और M के बीच संभव अधिकतम घर्षण बल, $(f_2)_{\max} = 0.5 \times (2 \times 10) = 10 \text{ N}$

m द्रव्यमान के गुटकेकेलिए, अधिकतम संभव त्वरण $a_{\max} = \frac{(f_2)_{\max}}{m} = 5 \text{ m s}^{-2}$

अब आवश्यक बल, $\therefore F - (f_1)_{\max} = 10 \times 5 \Rightarrow F = 100 \text{ N}$

प्रश्न.7. दो स्तंभ नीचे दिए गए हैं। स्तंभ 1 विद्युत चुम्बकीय स्पेक्ट्रम की एक परास देता है, जबकि स्तंभ 2 संभावित उपयोग देता है। स्तंभ 1 के साथ स्तंभ 2 का मिलान कीजिए।

	स्तंभ 1		स्तंभ 2
P	पराबैंगनी तरंगें	A	क्रिस्टल संरचना का अध्ययन
Q	सूक्ष्म तरंगें	B	हरितगृह प्रभाव
R	अवरक्त तरंगें	C	शल्य चिकित्सा उपकरणों को रोगाणुरहित करना
S	X-किरणें	D	रेडियो सिग्नल

A) P-C, Q-D, R-B, S-A

B) P-A, Q-B, R-C, S-D

C) P-D, Q-B, R-C, S-A

D) P-C, Q-D, R-A, S-B

उत्तर: P-C, Q-D, R-B, S-A

हल: X-किरणें → क्रिस्टल संरचना का अध्ययन

अवरक्त तरंगें → हरित गृह प्रभाव

सूक्ष्म तरंगें तरंगें → संचार (रेडियो संकेत)

पराबैंगनी तरंगें → शल्य चिकित्सा उपकरणों को रोगाणुरहित करने के लिए

प्रश्न.8. एक तार के मापन से निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होते हैं:

द्रव्यमान = $(0.6 \pm 0.006) \text{ g}$; त्रिज्या = $(0.5 \pm 0.005) \text{ mm}$; लंबाई = $(4 \pm 0.04) \text{ cm}$

इसके घनत्व के मापन में अधिकतम प्रतिशत त्रुटि है:

A) 2%

B) 3%

C) 4%

D) 5%

उत्तर: 4%



हल: तार का आयतन $V = \pi r^2 l$ होता है।

तार का घनत्व, $\rho = \frac{m}{\pi r^2 l}$ है।

घनत्व के मापन में आपेक्षिक त्रुटि,

$$\Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + 2 \times \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta l}{l}$$

$$= \frac{0.006}{0.6} + 2 \times \frac{0.005}{0.5} + \frac{0.04}{4}$$

$$= 0.01 + 0.02 + 0.01 = 0.04$$

\therefore त्रुटि प्रतिशत, $\rho = 0.04 \times 100 = 4\%$

प्रश्न.9. Li^{+2} में इलेक्ट्रॉन के तीसरी कक्षा से पहली कक्षा में संक्रमण के लिए उत्सर्जित प्रकाश की तरंग दैर्घ्य ज्ञात कीजिए।

A) 114 \AA

B) 141 \AA

C) 411 \AA

D) 444 \AA

उत्तर: 114 \AA

हल: संक्रमण में मुक्त ऊर्जा होगी,

$$\Delta E = 13.6 \times Z^2 \left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right] = 13.6 \times 3^2 \times \frac{8}{9} \text{ eV} = 108.8 \text{ eV}$$

अब फोटॉन की ऊर्जा को निम्न रूप में लिखा जा सकता है,

$$\frac{hc}{\lambda} = 108.8 \text{ eV} \Rightarrow \lambda = \frac{12400 \text{ \AA}}{108.8} \approx 114 \text{ \AA}$$

प्रश्न.10. एक कण $t = 0$ पर माध्य स्थिति से शुरू होता है। किसी समय $t = 3 \text{ s}$ पर, इसका विस्थापन इसके प्रारंभिक आयाम का आधा हो जाता है। कण के आवर्त काल का पता लगाए।

A) 12 s

B) 18 s

C) 36 s

D) 48 s

उत्तर: 36 s

हल: विस्थापन समीकरण इस प्रकार दिया जाता है, $x = A \sin \omega t$

अब, जब आयाम को आधा कर दिया जाता है, $\frac{A}{2} = A \sin \omega t$

$$\text{या } \omega t = \frac{\pi}{6}$$

$$t = 3 \text{ s पर, } \omega(3) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{18}$$

$$\text{आवर्त काल, } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{18}} = 36 \text{ s}$$

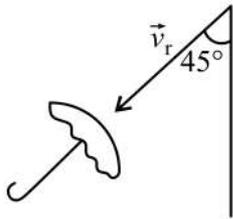
प्रश्न.11. एक लड़की 45° पर एक छाता रखे हुए है और उस पर वर्षा हो रही है। लड़की बिना छाते के $15\sqrt{2} \text{ m s}^{-1}$ के वेग से दौड़ना शुरू करती है, लड़की पर वर्षा ऊर्ध्वाधर रूप से गिरती है। भूमि के सापेक्ष वर्षा का वेग ज्ञात कीजिए।



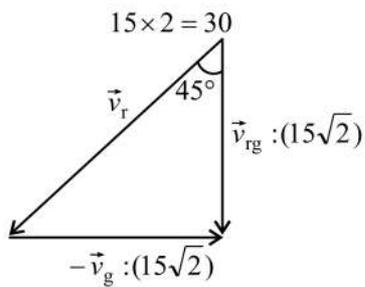
- A) $15\sqrt{2} \text{ m s}^{-1}$
- B) 15 m s^{-1}
- C) 30 m s^{-1}
- D) $30\sqrt{2} \text{ m s}^{-1}$

उत्तर: 30 m s^{-1}

हल:



$$\vec{v}_{rg} = \vec{v}_r - \vec{v}_g$$



$$\text{अतः, } |\vec{v}_r| = \sqrt{(15\sqrt{2})^2 + (15\sqrt{2})^2} = 30 \text{ m s}^{-1}$$

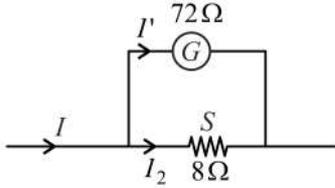
प्रश्न.12. 8Ω के प्रतिरोध द्वारा एक 72Ω के गैल्वेनोमीटर को शंट किया जाता है। गैल्वेनोमीटर के माध्यम से गुजरने वाली कुल धारा का प्रतिशत है:

- A) 0.1%
- B) 10%
- C) 25%
- D) 0.25%

उत्तर: 10%



हल:



मान लीजिए कि G गैल्वेनोमीटर का प्रतिरोध है और I' गैल्वेनोमीटर में प्रवाहित धारा है, जो पूर्ण पैमाने पर विक्षेप उत्पन्न करती है। यदि, I अधिकतम धारा है, और चूंकि, G और S समांतर क्रम में हैं, इसलिए उनके बीच विभवांतर समान होगा। तब,

$$\begin{aligned} I'G &= I_2S \\ \Rightarrow 72I' &= 8I_2 \\ \Rightarrow I_2 &= 9I' \\ \Rightarrow I &= I' + I_2 = 10I' \end{aligned}$$

इसलिए गैल्वेनोमीटर में प्रवाहित कुल धारा का प्रतिशत है,

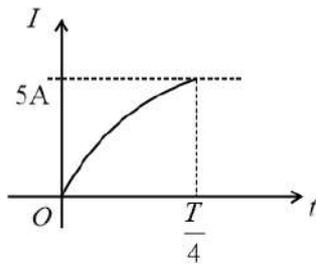
$$\frac{I'}{I} \times 100 = \frac{I'}{10I'} \times 100 = 10\%$$

प्रश्न.13. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ के माध्यम से प्रवाहित होने वाली धारा $I = 5 \sin(120\pi t)$ A द्वारा दी जाती है। धारा को शून्य से शुरू होकर शिखर मान तक पहुंचने में कितना समय लगेगा।

- A) $\frac{1}{60}$ s
- B) 60 s
- C) $\frac{1}{120}$ s
- D) $\frac{1}{240}$ s

उत्तर: $\frac{1}{240}$ s

हल:



यदि धारा का प्रारंभिक मान शून्य है, तो इसे शिखर मान तक पहुंचने में $\frac{T}{4}$ समय लगेगा, जहाँ $T =$ आवर्तकाल है।

जैसाकि हम जानते हैं, $\omega = 120\pi$

$$\text{इसलिए, } t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2 \times 120\pi} = \frac{1}{240} \text{ s}$$

प्रश्न.14. एक प्रकाश किरण वायु से अपवर्तनांक $\sqrt{2}n$ की सतह पर आपतित होती है। आपतन कोण, अपवर्तन कोण का दोगुना है, तो आपतन कोण है :

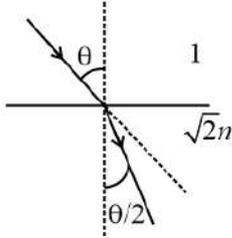
- A) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{n}}{2}\right)$
- B) $2\cos^{-1}\left(\frac{n}{\sqrt{2}}\right)$
- C) $\sin^{-1}(\sqrt{n})$



D) $\sin^{-1}\left(\frac{n}{2}\right)$

उत्तर: $2 \cos^{-1}\left(\frac{n}{\sqrt{2}}\right)$

हल:



मान लीजिए कि आपतन कोण θ है, तब अपवर्तन कोण $\frac{\theta}{2}$ होगा। स्नेल के नियम से, हम लिख सकते हैं,

$$1 \times \sin \theta = \sqrt{2}n \times \sin \frac{\theta}{2}$$

$$2 \sin \left(\frac{\theta}{2}\right) \cos \left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{2}n \sin \left(\frac{\theta}{2}\right)$$

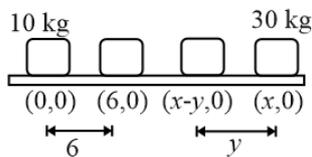
$$\cos \left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{n}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 2 \cos^{-1} \left(\frac{n}{\sqrt{2}}\right)$$

प्रश्न.15. द्रव्यमान 10 kg और 30 kg के दो गुटके x -अक्ष पर क्रमशः $(0, 0)$ और $(x, 0)$ पर स्थित हैं। 10 kg गुटकेको एक ही रेखा 6 cm पर दूसरे गुटकेकी ओर ले जाया जाता है। निकाय के द्रव्यमान केंद्र को अपरिवर्तित रखने के लिए दूसरे गुटकेको कितनी दूरी तय करनी चाहिए?

- A) 10 kg गुटकेसे 4cm दूर
- B) 10 kg गुटकेकी ओर 4cm
- C) 10 kg गुटकेसे 2cm दूर
- D) 10 kg गुटकेकी ओर 2 cm

उत्तर: 10 kg गुटकेकी ओर 2 cm

हल:



$$\text{द्रव्यमान केंद्र की प्रारंभिक स्थिति: } x_{CM} = \frac{10(0)+30x}{40} = \frac{3x}{4}$$

$$\text{द्रव्यमान केंद्र की अंतिम स्थिति: } x'_{CM} = \frac{10(6)+30(x-y)}{40} = \frac{6+3(x-y)}{4}$$

चूंकि द्रव्यमान केंद्र की स्थिति समान रहती है,

$$x_{CM} = x'_{CM} \Rightarrow \frac{3x}{4} = \frac{6+3(x-y)}{4} \Rightarrow 3x = 6 + 3x - 3y$$

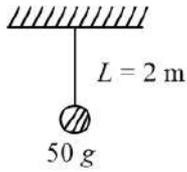
$$\Rightarrow y = 2 \text{ cm}$$

वैकल्पिक विधि,

$$\Delta x_{COM} = \frac{m_1 \Delta x_1 + m_2 \Delta x_2}{(m_1 + m_2)} \Rightarrow 0 = 10 \times 6 + 30y \Rightarrow y = -2 \text{ cm}$$



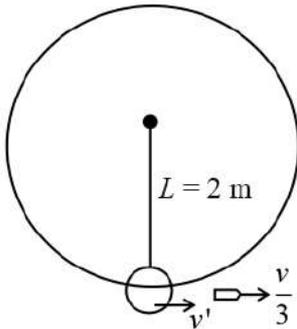
प्रश्न.16. द्रव्यमान 75 g की एक गोली वेग v के साथ गति कर रही है, जो द्रव्यमान 50 g के एक गोलक से टकराती है, जैसा कि दर्शाया गया है। यदि गोली $\frac{v}{3}$ वेग के साथ गोलक से बाहर निकलती है और गोलक ऊर्ध्वाधर वृत्तीय गति को पूरा करता है, तो गोली का वेग v ज्ञात कीजिए।



- A) 10 ms^{-1}
- B) 5 m s^{-1}
- C) 15 m s^{-1}
- D) 20 m s^{-1}

उत्तर: 10 ms^{-1}

हल:



माना कि संघट्ट के बाद गोलक का वेग v' है।

संघट्ट से ठीक पहले और बाद में संवेग संरक्षण लागू कीजिए

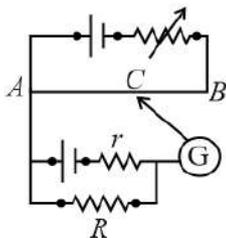
$$75v + 0 = 50v' + (75)\frac{v}{3}$$

$$\Rightarrow v = v'$$

चूंकि गोलक ऊर्ध्वाधर वृत्तीय गति को पूरा करता है, इसलिए

$$v' = \sqrt{5gL} = \sqrt{5 \times 10 \times 2} = 10 \text{ m s}^{-1}$$

प्रश्न.17. विभवमापी के एक प्रयोग में, यदि $R = 8$, तो शून्य बिंदु AC का मान 3 m के बराबर होता है और जब $R = 4$ होता है, तो AC का मान 2 m होता है। आंतरिक प्रतिरोध r का मान ज्ञात कीजिए।



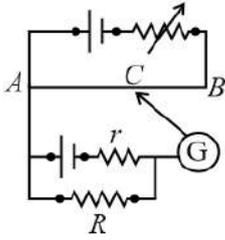
- A) 3Ω
- B) 4Ω
- C) 6Ω



D) 8Ω

उत्तर: 8Ω

हल:



परीक्षण बैटरी केसिरों पर विभवांतर है,

$$\therefore V = \frac{ER}{R+r} \propto l; \frac{R}{R+r} \propto l$$

$$\text{इसलिए, हम लिख सकते हैं, } \frac{\left(\frac{8}{8+r}\right)}{\left(\frac{4}{4+r}\right)} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 4(4+r) = 3(8+r)$$

$$\Rightarrow 16 + 4r = 24 + 3r$$

$$\Rightarrow r = 8 \Omega$$

प्रश्न.18. किसी कार्नो इंजन केलिए, स्रोत 527°C तापमान पर है और सिंक 200 K तापमान पर है। यदि 12 kJ कार्य किया जाता है, तब अवशोषित ऊष्मा है :

A) 16 kJ

B) 20 kJ

C) 14 kJ

D) 18 kJ

उत्तर: 16 kJ

हल: कार्नो इंजन की दक्षता $\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = \frac{W}{Q}$ है, जहाँ, Q अवशोषित ऊष्मा है।

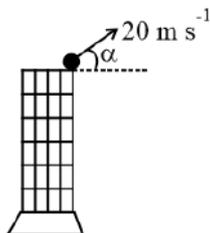
$$\text{यहाँ, } T_H = 527 + 273 = 800\text{ K}$$

$$\text{अब, } \eta = 1 - \frac{200}{800} = \frac{12}{Q}$$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{12}{Q}$$

$$\therefore Q = 16\text{ kJ}$$

प्रश्न.19. एक प्रक्षेप्य को क्षैतिज केसाथ α कोण पर 20 m s^{-1} वेग केसाथ (एक मीनार केशीर्ष से) प्रक्षेपित किया जाता है। 10 s केबाद, क्षैतिज केसाथ वेग का आनत कोण β हो जाता है। तो $(\tan \alpha - \tan \beta)$ का मान है: ($g = 10\text{ m s}^{-2}$ का प्रयोग कीजिए।)



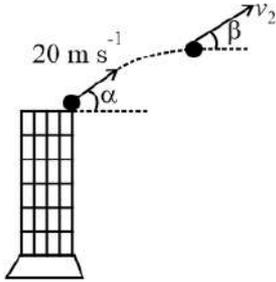
A) $5 \cos \alpha$



- B) $5 \sec \alpha$
- C) $6 \sin \alpha$
- D) $4 \cot \alpha$

उत्तर: $5 \sec \alpha$

हल:



$$v_x = 20 \cos \alpha = v_2 \cos \beta$$

$$v_y = 20 \sin \alpha - g \times 10 = v_2 \sin \beta$$

$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{20 \sin \alpha - 100}{20 \cos \alpha} \Rightarrow \tan \beta = \tan \alpha - \frac{5}{\cos \alpha} \Rightarrow \tan \alpha - \tan \beta = \frac{5}{\cos \alpha}$$

$$= 5 \sec \alpha$$

प्रश्न.20. एक प्रेषक ऐंटीना की ऊंचाई 49 m है और अभिग्राही ऐंटीना की ऊंचाई 25 m है। दृष्टि-रेखा मोड में संतोषजनक संचार के लिए उनके बीच अधिकतम दूरी ज्ञात कीजिए।

- A) 42.93 km
- B) 45.86 km
- C) 52.73 km
- D) 58.64 km

उत्तर: 42.93 km

हल: यहाँ,

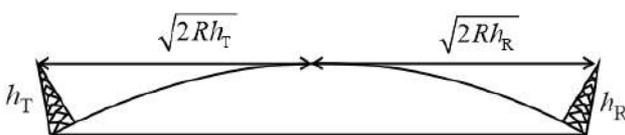
$$h_T = 49\text{m}, h_R = 25\text{m}, R = 64 \times 10^5\text{m}$$

दो ऐंटीना के बीच अधिकतम दूरी है,

$$d = \sqrt{2Rh_T} + \sqrt{2Rh_R}$$

$$= \sqrt{2R(49)} + \sqrt{2R(25)} = 12\sqrt{2R}$$

$$= 12\sqrt{2 \times 64 \times 10^5} = 42.93 \text{ km}$$



प्रश्न.21. धारिता C का एक संधारित्र, वोल्टता V के एक स्रोत से जुड़ा हुआ है। एक लंबे समय के बाद, इसे वियोजित किया जाता है और फिर समान धारिता के एक संधारित्र से जुड़ा जाता है। संधारित्र से संयोजित होने के बाद प्रक्रिया में ऊर्जा का क्षय है:

- A) $\frac{1}{2}CV^2$



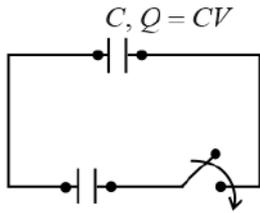
B) $\frac{1}{8}CV^2$

C) $\frac{1}{4}CV^2$

D) CV^2

उत्तर: $\frac{1}{4}CV^2$

हल:



पहले संधारित्र पर प्रारंभिक आवेश होगा, $Q = CV$

चूंकि दूसरा संधारित्र पहले संधारित्र के समरूप है, इसलिए दोनों संधारित्रों के सिरो पर विभवपात $\frac{V}{2}$ के बराबर होगा।

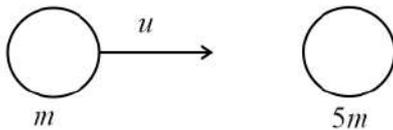
अब, ऊर्जा की हानि, $\Delta H = U_i - U_f$

$$\Rightarrow \Delta H = \frac{1}{2}CV^2 - \frac{1}{2}(2C) \times \left(\frac{V}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \Delta H = \frac{1}{2}CV^2 - \frac{1}{4}CV^2$$

$$\Rightarrow \Delta H = \frac{1}{4}CV^2$$

प्रश्न.22. द्रव्यमान m और $5m$ वाले दो पिंड संघट्ट करते हैं, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। इसलिए पिंड m की गतिज ऊर्जा में प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात कीजिए। (प्रत्यावस्था गुणांक, $e = 1$)



A) 45%

B) 50%

C) 55%

D) 60%

उत्तर: 55%



हल: संघट्ट केबाद,



संवेग संरक्षण को लागू करने पर,

$$mu = mv_1 + 5mv_2 \Rightarrow u = v_1 + 5v_2 \dots (1)$$

$$\text{प्रत्यावस्था गुणांक, } e = 1 = \frac{v_2 - v_1}{u} \therefore u = v_2 - v_1 \dots (2)$$

$$2u = 6v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{u}{3} \text{ और } u = \frac{u}{3} - v_1 \text{ को जोड़ने पर,}$$

गतिज ऊर्जा में प्रतिशत परिवर्तन

$$\therefore v_1 = \frac{u}{3} - u = -\frac{2u}{3}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mu^2}{\frac{1}{2}mu^2} \times 100$$

$$= \frac{v_1^2 - u^2}{u^2} \times 100 = \frac{\frac{4u^2}{9} - u^2}{u^2} \times 100$$

$$= -\frac{5}{9} \times 100$$

प्रश्न.23. यदि किसी पदार्थ की चुंबकीय सुग्राहिता 99 है, तब इसकी चुंबकीय पारगम्यता ज्ञात कीजिए।

- A) 12.6×10^{-5}
- B) 14.8×10^{-5}
- C) 16.4×10^{-5}
- D) 18.2×10^{-5}

उत्तर: 12.6×10^{-5}

हल: चुंबकीय सुग्राहिता के संबंध का उपयोग करते हुए (χ) और आपेक्षिक पारगम्यता (μ_r) का उपयोग कीजिए।

$$\mu_r = 1 + \chi = 1 + 99 = 100$$

$$\text{चुंबकीय पारगम्यता, } \mu = \mu_0 \mu_r$$

$$= 4\pi \times 10^{-7} \times 100$$

$$\mu = 12.6 \times 10^{-5}$$



सेक्शन B: रसायन विज्ञान

प्रश्न.1. श्वेत P $\xrightarrow{\text{सांद्र HNO}_3}$?

- A) $\text{H}_3\text{PO}_3 + \text{N}_2$
- B) $\text{NO}_2 + \text{PH}_3$
- C) $\text{H}_3\text{PO}_4 + \text{NO}_2$
- D) $\text{H}_3\text{PO}_3 + \text{NO}_2$

उत्तर: $\text{H}_3\text{PO}_4 + \text{NO}_2$

हल: $\text{P}_4 + 20\text{HNO}_3 \rightarrow 4\text{H}_3\text{PO}_4 + 20\text{NO}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$

जब फॉस्फोरस सांद्रित नाइट्रिक अम्ल के साथ अभिक्रिया करता है, तो निर्मित उत्पाद फॉस्फोरिक अम्ल, नाइट्रोजन डाइऑक्साइड और जल होते हैं।

प्रश्न.2. $\text{Fe}_{0.93}\text{O}$ में धातु न्यूनता दोष है। Fe^{2+} यौगिक में $\text{Fe}_{0.93}\text{O}$ आयनों के प्रतिशत की गणना कीजिए। (निकटतम पूर्णांक तक पूर्णांक तक पूर्णांकन कीजिए)

- A) 15
- B) 85
- C) 19
- D) 81

उत्तर: 85

हल: $\text{Fe}_{0.93}\text{O}$ में,

मान लीजिए कि Fe^{+2} का प्रतिशत x है और Fe^{+3} का प्रतिशत y है।

दिया गया है, $x + y = 0.93$ (1)

FeO के लिए आवेश संतुलन लागू करने पर,

$$2x + 3y - 2 = 0$$

$$2x + 3y = 2.00$$
 (2)

$\text{Fe}_{0.93}$ के लिए आवेश संतुलन है $x + y = 0.93$

$$2x + 2y = 1.86$$
 (3)

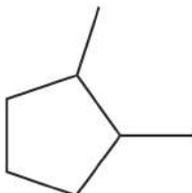
(3) से (2) को घटाने पर,

हम पाते हैं कि $y = 0.14$

$$\%y = \frac{0.14}{0.93} \times 100 = 15\% \quad x = 100 - 15 = 85\%$$

इसलिए Fe^{+2} का प्रतिशत 85% है।

प्रश्न.3.



द्वारा निर्मित त्रिविम समावयवियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

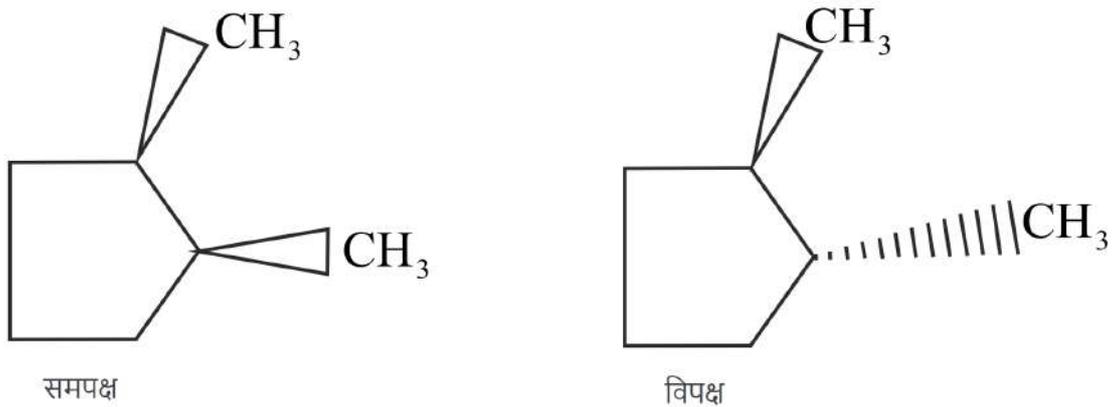
- A) 4



- B) 2
C) 3
D) 5

उत्तर: 3

हल:



विपक्ष रूप प्रकाशिक सक्रिय है, यह 2 प्रतिबिम्ब समावयवी का निर्माण करता है।

इसलिए, कुल त्रिविम समावयवी = 1 + 2 = 3 है।

प्रश्न.4. AgI के लिए \wedge_m° की गणना कीजिए। दिया गया है कि AgNO_3 , KI और KNO_3 के लिए \wedge_m° क्रमशः 13.3, 12.7, 12 $\text{Scm}^2 \text{mol}^{-1}$ है।

- A) 26
B) 13.5
C) 14
D) 28

उत्तर: 14

हल: कोलराउश के नियम के अनुसार

$$\begin{aligned}\wedge_m^\circ \text{AgI} &= \wedge_m^\circ \text{Ag}^+ + \wedge_m^\circ \text{I}^- \\ &= \wedge_m^\circ \text{AgNO}_3 + \wedge_m^\circ \text{KI} - \wedge_m^\circ \text{KNO}_3 \\ &= 13.3 + 12.7 - 12 \\ &= 14 \text{ Scm}^2 \text{mol}^{-1}\end{aligned}$$

प्रश्न.5. विलेय के 2 g को दो अलग - अलग विलायकों A और B में प्रत्येक के 200 g द्रव्यमान में घोला जाता है। दिया गया है कि $K_b(\text{A}) : K_b(\text{B}) = 1 : 2$. (i) $\Delta T_b(\text{A}) : \Delta T_b(\text{B})$ के अनुपात की गणना कीजिए।

- A) 1
B) 2
C) 4
D) 0.5



उत्तर: 0.5

हल: कथनांक में उन्नयन, $\Delta T_b = K_b m$

K_b = मोलल उन्नयन स्थिरांक, m = मोललता

$$m = \frac{\text{विलय का द्रव्यमान}}{\text{विलेय का मोलर द्रव्यमान (M)}} \times \frac{1000}{\text{विलायक का द्रव्यमान}}$$

दिया गया है, $\Delta T_{b1} = K_{b1} \times m_1$ $\Delta T_{b2} = K_{b2} \times m_2$

$$\frac{K_{b1}}{K_{b2}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\Delta T_{b1}}{\Delta T_{b2}} = \frac{K_{b1} \times m_1}{K_{b2} \times m_2}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = 1$$

$$= \frac{1}{2} = 0.5$$

प्रश्न.6. कथन - 1: $\Delta T_f = K_f m$

कथन - 2: मोललता तापमान पर निर्भर नहीं करती है।

- A) कथन - 1 सत्य है और कथन - 2 असत्य है।
 B) कथन - 1 असत्य है और कथन - 2 सत्य है।
 C) दोनों कथन सत्य हैं।
 D) दोनों कथन असत्य हैं।

उत्तर: दोनों कथन सत्य हैं।

हल: हिमांक अवनमन ΔT_f , विलायक के हिमांक में से विलयन के हिमांक को घटाने के बराबर होता है।

यह विलेय की मोलल सांद्रता के भी समानुपाती होता है।

$$\Delta T_f = K_f m$$

जहाँ K_f , हिमांक अवनमन स्थिरांक, केवल विलायक पर निर्भर करता है। मोललता विलायक के प्रति kg में विलेय के मोल हैं। इसलिए, विलायक की सांद्रता को द्रव्यमान के पदों में व्यक्त किया जाता है, और किसी पदार्थ का द्रव्यमान, तापमान में परिवर्तन से प्रभावित नहीं होता है। इसलिए, मोललता तापमान पर निर्भर नहीं करती है।

प्रश्न.7. स्तंभ I में निम्नलिखित अणुओं का स्तंभ II में उनकी संगत आकृतियों के साथ मिलान कीजिए।

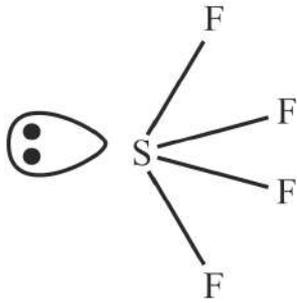
स्तंभ I	स्तंभ II
(i) SF ₄	(P) T आकार का
(ii) BF ₃	(Q) सी - सॉ
(iii) XeF ₄	(R) त्रिकोणीय समतलीय
(iv) ClF ₃	(S) वर्ग समतलीय

- A) (i) - (Q); (ii) - (R); (iii) - (S); (iv) - (P)
 B) (i) - (P); (ii) - (Q); (iii) - (R); (iv) - (S)
 C) (i) - (R); (ii) - (P); (iii) - (Q); (iv) - (S)
 D) (i) - (Q); (ii) - (S); (iii) - (P); (iv) - (R)

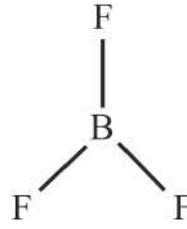
उत्तर: (i) - (Q); (ii) - (R); (iii) - (S); (iv) - (P)



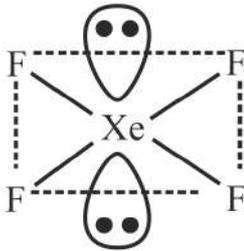
हल:



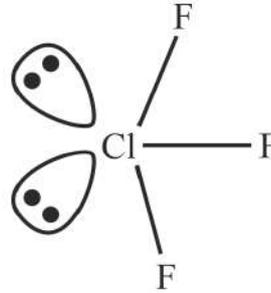
ढेंकुली



त्रिकोणीय समतल



वर्ग समतलीय



T-आकार

प्रश्न.8. निम्नलिखित में से किसमें क्रिस्टल क्षेत्र विपाटन ऊर्जा (CFSE) का मान अधिकतम होता है?

- A) $[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$
- B) $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$
- C) $[\text{Co}(\text{CN})_6]^{3-}$
- D) $[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_6]^{2+}$

उत्तर: $[\text{Co}(\text{CN})_6]^{3-}$

हल: $[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$; $t_{2g}^3 e_g^2$; CFSE = 0

$[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$; $t_{2g}^6 e_g^0$;

$$\text{CFSE} = [-0.4 \times 6 + 0.6 \times 0] \Delta_0 + 2P = -2.4 \Delta_0 + 2P$$

$[\text{Co}(\text{CN})_6]^{3-}$; $t_{2g}^6 e_g^0$;

$$\text{CFSE} = [-0.4 \times 6 + 0.6 \times 0] \Delta_0 + 2P = -2.4 \Delta_0 + 2P$$

$[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_6]^{2+}$; $t_{2g}^4 e_g^2$;

$$\text{CFSE} = [-0.4 \times 4 + 0.6 \times 2] \Delta_0 + 2P = -0.4 \Delta_0$$

चूंकि CN^{-1} एक प्रबल क्षेत्र लिगेंड है, इस संकुल के लिए Δ_0 , $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$ की तुलना में अधिक होगा।



प्रश्न.9. निम्नलिखित का मिलान कीजिए।

a)	बैकेलाइट	p)	पेंट और प्रलाक्ष
b)	ग्लिप्टल	q)	जल केपाइप
c)	पॉलिस्टाइरीन	r)	विद्युत स्विच
d)	PVC	s)	टेलीविजन केबिनेट

A) a - q, b - r, c - s, d - p

B) a - r, b - p, c - s, d - q

C) a - q, b - s, c - r, d - p

D) a - r, b - p, c - q, d - s

उत्तर: a - r, b - p, c - s, d - q

हल: पॉलीविनाइल क्लोराइड (PVC): बरसाती कोट, हाथ की थैली, वाइनिल केफर्श, पानी केपाइप केनिर्माण आदि के लिए।

पॉलिस्टाइरीन: कुचालक पदार्थ के रूप में, खिलौने का निर्माण, रेडियो और टेलीविजन केबिनेट केनिर्माण के लिए।

ग्लिप्टल: पेंट और रोगन केनिर्माण के लिए।

बैकेलाइट: कंघी, विद्युत स्विच, बर्तन केहत्थे और कंप्यूटर डिस्क बनाने के लिए।

प्रश्न.10. कथन I: सामान्य धूम-कोहरा, ठंडे और आर्द्र पर्यावरण में निर्मित होता है।

कथन II: प्रकाश रासायनिक धूम-कोहरे में O_3 और PAN होता है।

निम्नलिखित में से सही कथन हैं -

A) I और II दोनों

B) केवल I

C) केवल II

D) न तो I और न ही II

उत्तर: I और II दोनों

हल: सामान्य धूम - कोहरा, ठंडी आर्द्र जलवायु में होता है। यह धुएँ, कोहरे और सल्फर डाइऑक्साइड का मिश्रण होता है। रासायनिक रूप से यह एक अपचायक मिश्रण है और इसलिए इसे अपचायक धूम - कोहरा भी कहा जाता है।

प्रकाश रासायनिक धूम-कोहरे, गर्म, शुष्क और धूप वाली जलवायु में होता है। प्रकाश रासायनिक धूम-कोहरे के मुख्य घटक स्वचालित वाहनों और कारखानों द्वारा उत्पादित असंतृप्त हाइड्रोकार्बन और नोइट्रोजन ऑक्साइड पर सूर्य के प्रकाश की क्रिया के परिणामस्वरूप उत्पन्न होते हैं। प्रकाश रासायनिक धूम-कोहरे में ऑक्सीकारक की उच्च सांद्रता होती है और इसलिए, इसे ऑक्सीकारक धूम-कोहरा कहा जाता है।

ओजोन एक विषाक्त गैस है और NO_2 और O_3 दोनों प्रबल ऑक्सीकारक हैं और फार्मल्डिहाइड, एक्रोलीन और परॉक्सीएसीटिल नाइट्रेट (PAN) के उत्पाद के रूप में रसायन का निर्माण करने के लिए प्रदूषित वायु में उपस्थित अदहनशील हाइड्रोकार्बन के साथ अभिक्रिया कर सकते हैं।

प्रश्न.11. कथन 1 : Mg^{2+} और O^{2-} की आयनिक त्रिज्या समान है।

कथन 2 : Mg^{2+} और O^{2-} समइलेक्ट्रॉनिक स्पीशीज हैं।

A) दोनों कथन सत्य हैं।

B) दोनों कथन असत्य हैं।

C) कथन A सही है और B गलत है।

D) कथन A गलत है और B सही है।

उत्तर: कथन A गलत है और B सही है।



हल: Mg^{2+} और O^{-2} दोनों में 10 इलेक्ट्रॉन होते हैं और ये समइलेक्ट्रॉनिक स्पीशीज हैं। लेकिन O^{-2} का आकार Mg^{2+} से अधिक होता है चूँकि आकार $\propto \frac{1}{z}$

$$Mg^{2+} \text{ का } \frac{z}{e} = \frac{12}{10} = 1.2$$

$$O^{-2} \text{ का } \frac{z}{e} = \frac{8}{10} = 0.8$$

$$\frac{z}{e} = \frac{\text{प्रोटॉनों की संख्या}}{\text{इलेक्ट्रॉनों की संख्या}}$$

प्रश्न.12. 4f कक्षक में कोणीय नोड की संख्या है:

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

उत्तर: 3

हल: सभी s - कक्षकों में 0 कोणीय नोड होते हैं। सभी p - कक्षकों में 1, d - कक्षक में 2 कक्षक होते हैं और इसी तरह सभी f - कक्षकों में 3 कोणीय नोड होते हैं। इसलिए 4f - कक्षक में भी 3 कोणीय नोड होते हैं।

प्रश्न.13. स्तंभ Q के साथ स्तंभ P में निम्नलिखित का मिलान कीजिए :

P	Q
1) द्रवस्नेही कोलॉइड	x) द्रव - द्रव कोलॉइडी तंत्र
2) पायस	y) संरक्षी कोलॉइड
3) घनात्मक रूप से आवेशित कोलॉइड	z) $FeCl_3 + NaOH$
4) ऋणात्मक आवेशित कोलॉइड	w) $FeCl_3 +$ गर्म जल

- A) 1 - y, 2 - x, 3 - w, 4 - z
- B) 1 - y, 2 - x, 3 - z, 4 - w
- C) 1 - x, 2 - y, 3 - z, 4 - w
- D) 1 - z, 2 - w, 3 - x, 4 - y

उत्तर: 1 - y, 2 - x, 3 - w, 4 - z

हल: द्रवस्नेही कोलॉइड आवेश और विलायकयोजन के कारण स्थायी होते हैं, उनका उपयोग द्रवविरागी कोलॉइड की रक्षा के लिए किया जा सकता है।
पायस, द्रव - द्रव प्रकार के कोलॉइड हैं।

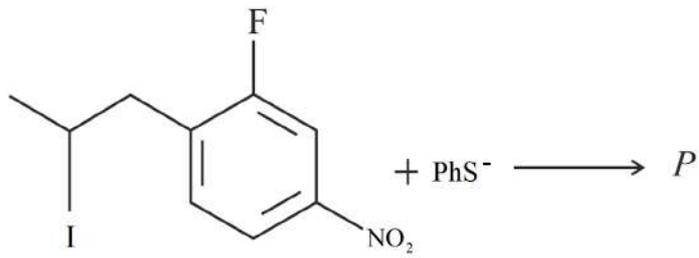
यदि $FeCl_3$ को गर्म जल के आधिक्य में मिलाया जाता है, तो Fe^{3+} आयनों के अधिशोषण के कारण जलयोजित फेरिक ऑक्साइड के एक घनावेशित सॉल का निर्माण होता है।

हालाँकि, जब फेरिक क्लोराइड को $NaOH$ विलयन में मिलाया जाता है, तो OH^- आयनों के अधिशोषण के साथ एक ऋण आवेशित सॉल प्राप्त किया जाता है।



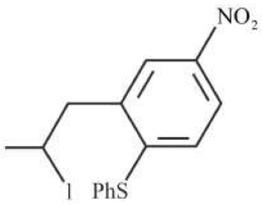


प्रश्न.14.

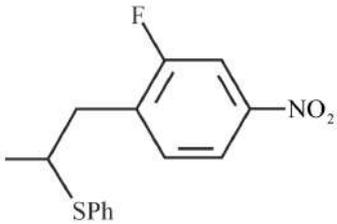


मुख्य उत्पाद (P) है:

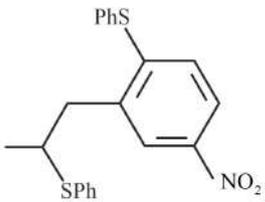
A)



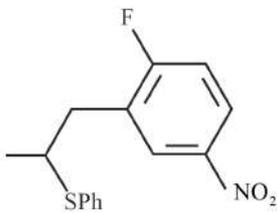
B)



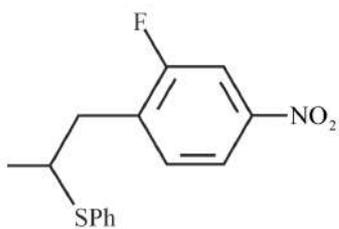
C)



D)

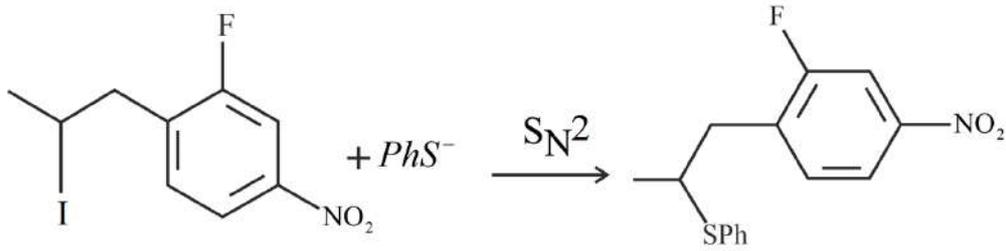


उत्तर:





हल: द्वि - अणुक नाभिकरागी प्रतिस्थापन, उत्पाद P के निर्माण के लिए ऐरोमैटिक नाभिकरागी प्रतिस्थापन अभिक्रिया पर प्रभावी होता है।



प्रश्न.15. λ तरंगदैर्घ्य की एकवर्णी विकिरण एक Li^{2+} आयन पर आपतित होती है, जो इसे मूल अवस्था से तीसरी कक्षा में ले जाती है। \AA में आपतित फोटॉन की तरंग दैर्घ्य ज्ञात कीजिए।

- A) 228
- B) 114
- C) 122.4
- D) 244.4

उत्तर: 114

हल: जैसा कि हम जानते हैं, $\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$

इसीलिए, $\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{hc}{E_3 - E_1}$

$$E_n = -13.6 \times \frac{Z^2}{n^2} \text{eV}$$

Li^{2+} आयन के लिए $Z = 3$

$$E_3 = -13.6 \times \frac{9}{9} = -13.6 \text{eV}$$

$$E_1 = -13.6 \times \frac{9}{1} = -122.4 \text{eV}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{hc}{-13.6 - (-122.4) \text{eV}} = \frac{hc}{108.8 \times 1.602 \times 10^{-19}} \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{108.8 \times 1.602 \times 10^{-19}} = 114 \times 10^{-10} \text{m} \end{aligned}$$

अतः, $\lambda = 114 \text{\AA}$

प्रश्न.16. निम्नलिखित में से कौन सा एक पृथक्करण कीप है?



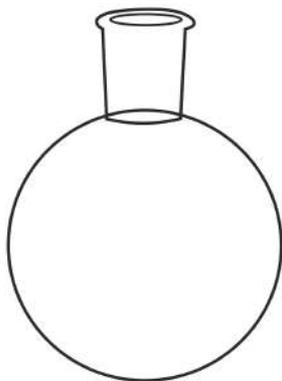
A)



B)

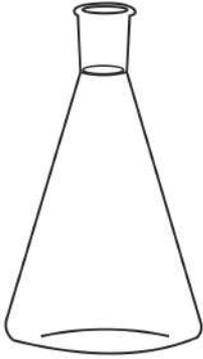


C)





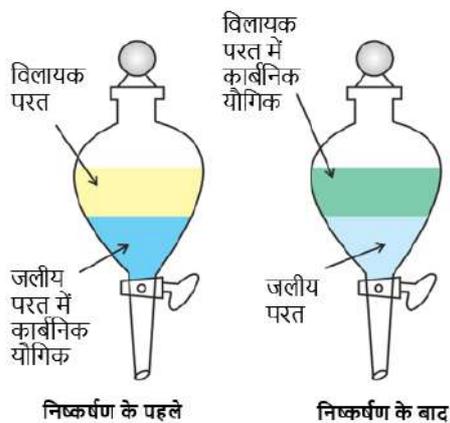
D)



उत्तर:



हल: जब एक कार्बनिक यौगिक एक जलीय माध्यम में उपस्थित होता है, तो इसे एक कार्बनिक विलायक के साथ हिलाकर अलग किया जाता है, जिसमें यह जल की तुलना में अधिक विलेय होता है। कार्बनिक विलायक और जलीय विलयन एक दूसरे के साथ अमिश्रणीय होना चाहिए, ताकि वे दो अलग-अलग परतों का निर्माण कर सकें जिन्हें एक पृथक्करण कीप द्वारा अलग किया जा सकता है।



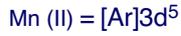
प्रश्न.17. अम्लीय माध्यम में KMnO_4 द्वारा निर्मित Mn युक्त स्पीशीज का प्रचक्रण मात्र चुंबकीय आघूर्ण (B.M में) ज्ञात कीजिए।

- A) 5.9
- B) 1.73
- C) 4.8
- D) 2.73



उत्तर: 5.9

हल: अम्लीय माध्यम में, Mn^{7+} , Mn^{2+} में अपचयित हो जाता है।



Mn^{2+} में अयुग्मित इलेक्ट्रॉन की संख्या = 5

$$\mu = \sqrt{n(n+2)} \text{ B.M}$$

$$\mu = \sqrt{5(5+2)} \text{ B.M}$$

$$\mu = 5.9 \text{ B.M}$$

प्रश्न.18. स्तंभ I में प्रक्रम और तत्वों के संगत अयस्क / अभिकर्मक या निष्कर्षण में उपयोग की जाने वाली प्रक्रियाओं के साथ स्तंभ II का मिलान कीजिए।

	स्तंभ I		स्तंभ II
(i)	फफोलेदार तांबा	(P)	सल्फाइड अयस्क
(ii)	झाग प्लवन	(Q)	वैद्युतअपघटनी परिष्करण
(iii)	सोने का निष्कर्षण	(R)	$[Au(CN)_2]^-$

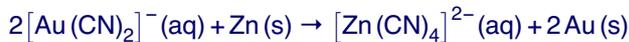
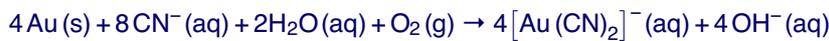
- A) (i) - (P); (ii) - (Q), (P); (iii) - (R), (P)
- B) (i) - (Q), (P); (ii) - (P); (iii) - (Q), (R)
- C) (i) - (R), (P); (ii) - (Q); (iii) - (P)
- D) (i) - (Q), (P); (ii) - (R), (Q); (iii) - (Q), (P)

उत्तर: (i) - (Q), (P); (ii) - (P); (iii) - (Q), (R)

हल: (i) कॉपर को एक खुली भट्टी में प्रगलित किया जाता है। थोड़े अशुद्ध कॉपर में अशुद्धियाँ होती हैं, ज्यादातर सल्फर डाइऑक्साइड, जो कॉपर केजमने पर बुदबुदाहट के रूप में प्रदर्शित होती है। जो एक फफोलेदार सतह देता है और प्रगलन के परिणामस्वरूप फफोलेदार कॉपर प्राप्त होता है। कॉपर को फफोलेदार कॉपर के विद्युत अपघटनी शोधन द्वारा शुद्ध किया जाता है।

(ii) झाग प्लवन का सिद्धांत यह है कि सल्फाइड अयस्क को चीड़ के तेल द्वारा अधिमानतः आर्द्र किया जाता है, जबकि गैंग कणों को जल द्वारा आर्द्र किया जाता है। खनिज कणों की गैर-आर्द्रशीलता को बढ़ाने के लिए संग्राहकों को मिलाया जाता है। संग्राहकों के उदाहरण चीड़ का तेल, वसीय अम्ल और जैन्थेट हैं।

(iii) गोल्ड के धातुकर्म में, संबंधित गोल्ड अयस्क को वायु (O_2 के लिए) की उपस्थिति में $NaCN$ या KCN के तनु विलयन के साथ निष्कालित किया जाता है जिसमें से गोल्ड को बाद में प्रतिस्थापन द्वारा प्राप्त किया जाता है:



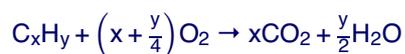
प्रश्न.19. हाइड्रोकार्बन के दहन के लिए सामान्य समीकरण के लिए निम्नलिखित में से कौन सा सही है?

- A) $C_xH_y + (x+y)O_2 \rightarrow \frac{x}{2}CO_2 + \frac{y}{4}H_2O$
- B) $C_xH_y + (x+y)O_2 \rightarrow xCO_2 + yH_2O$
- C) $C_xH_y + (x + \frac{y}{2})O_2 \rightarrow xCO_2 + \frac{y}{2}H_2O$
- D) $C_xH_y + (x + \frac{y}{4})O_2 \rightarrow xCO_2 + \frac{y}{2}H_2O$

उत्तर: $C_xH_y + (x + \frac{y}{4})O_2 \rightarrow xCO_2 + \frac{y}{2}H_2O$



हल: एक हाइड्रोकार्बन के दहन के लिए सामान्य समीकरण को इस प्रकार लिखा जा सकता है:

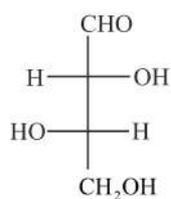


उदाहरण के लिए, प्रोपेन C_3H_8 की दहन अभिक्रिया के लिए समीकरण है:

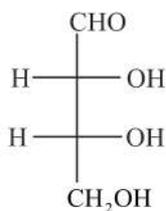


प्रश्न.20. एक यौगिक X, जिसमें चार कार्बन परमाणु होते हैं, ऐसीटिलेन अभिक्रिया के दौरान CH_3COOH के 3 मोल के साथ अभिक्रिया कर सकता है। यौगिक X भी धनात्मक टॉलेन परीक्षण देता है। यह ब्रोमीन जल के साथ अभिक्रिया करके एक ध्रुवण घूर्णक यौगिक का निर्माण करता है, लेकिन तनु HNO_3 के साथ अभिक्रिया पर ध्रुवण अधूर्णक यौगिक निर्मित होता है। यौगिक X है:

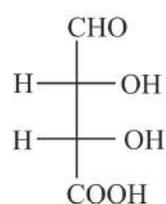
A)



B)

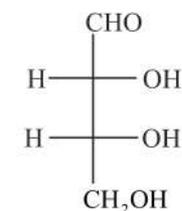


C)



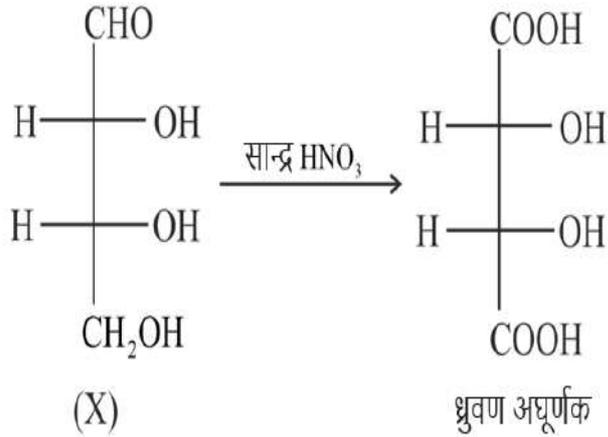
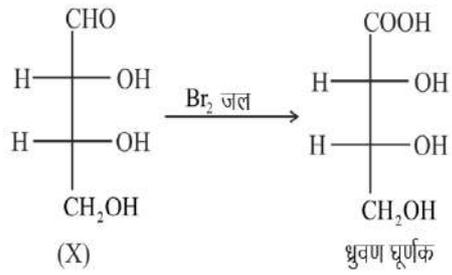
D) इनमें से कोई नहीं।

उत्तर:





हल:



प्रश्न.21. यौगिक A और यौगिक B क्रमशः हैं:

यौगिक A $\xrightarrow[\text{Zn/H}_2\text{O}]{\text{O}_3}$ ग्लाइऑक्सल + ब्यूटेन-1, 4-डाइअल

यौगिक B $\xrightarrow[\text{Zn/H}_2\text{O}]{\text{O}_3}$ 5-ऑक्सोहेक्सेनल

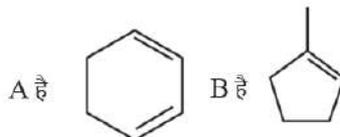
A)



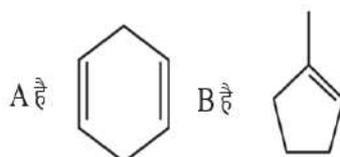
B)



C)



D)

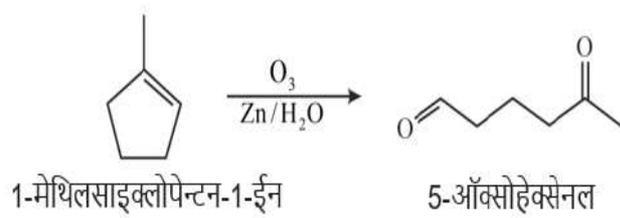
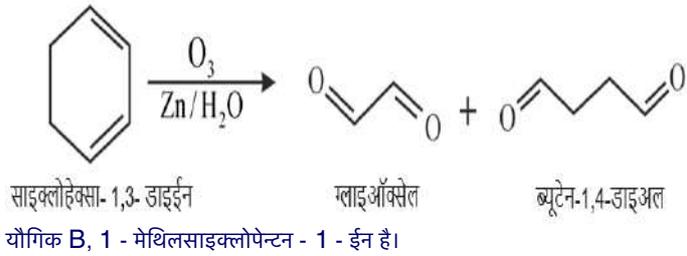




उत्तर:



हल: यौगिक A साइक्लोहेक्सा - 1, 3 - डाइईन है।



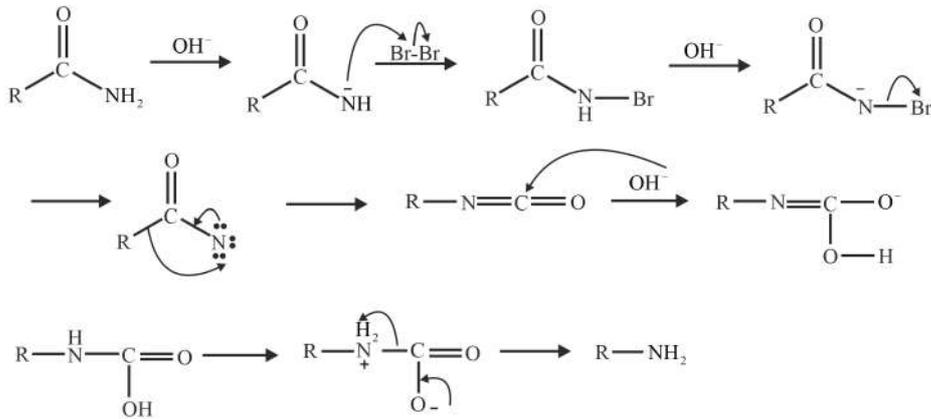
प्रश्न.22. हॉफमान निम्नीकरण अभिक्रिया के संबंध में, निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए।
कथन I : एक ऐल्किल (R) समूह कार्बोनिल से N - परमाणु में स्थानांतरित होता है।
कथन II : ऐल्किल समूह का अभिगमन इलेक्ट्रॉन न्यून N - परमाणु की ओर होता है।
निम्नलिखित में से सही कथन हैं -

- A) I और II दोनों
- B) केवल I
- C) केवल II
- D) न तो I और न ही II

उत्तर: I और II दोनों



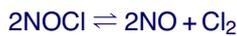
हल: हॉफमान ब्रोमामाइड निम्नीकरण की क्रियाविधि नीचे दी गई है,



उपरोक्त क्रियाविधि में, एक ऐल्किल समूह कार्बोनिल से नाइट्रोजन परमाणु में स्थानांतरित होता है।

ऐल्किल समूह का यह अभिगमन इलेक्ट्रॉन न्यून N - परमाणु की ओर हो रहा है।

प्रश्न.23. निम्नलिखित साम्य पर विचार कीजिए।



यदि अभिक्रिया एक 2 लीटर केबंद पात्र में NOCl के 1 मोल के साथ प्रारंभ होती है और साम्यावस्था प्राप्त करने दी जाती है। साम्यावस्था पर NO के मोल, 0.4 पाए गए। निम्नलिखित अभिक्रिया के लिए साम्य स्थिरांक K_C है -

- A) 20×10^{-3}
- B) 1.25×10^{-3}
- C) 12.5×10^{-3}
- D) 25×10^{-3}

उत्तर: 12.5×10^{-3}

हल: $2\text{NOCl} \rightleftharpoons 2\text{NO} + \text{Cl}_2$

$$t = 0 \quad 2 \quad - \quad -$$

$$t = t_{\text{eq}} \quad (2 - 2x) \quad 2x \quad x$$

$$2x = 0.4$$

$$x = 0.2$$

$$K_{\text{eq}} = \frac{[\text{NO}]^2 [\text{Cl}_2]}{[\text{NOCl}]^2}$$

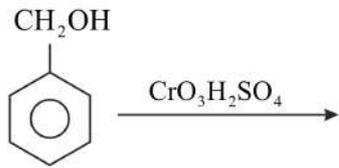
$$= \frac{(2x)^2 (x)}{(2-2x)^2}$$

$$= \frac{(0.4)^2 \times 0.2}{(1.6)^2} = \frac{16 \times 0.2}{16 \times 16} = 12.5 \times 10^{-3}$$

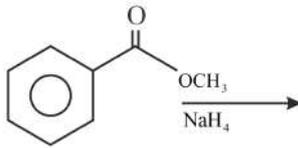
प्रश्न.24. निम्नलिखित में से कौन सी अभिक्रिया बेन्जेल्डिहाइड देती है?



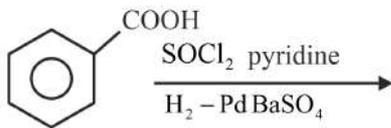
A)



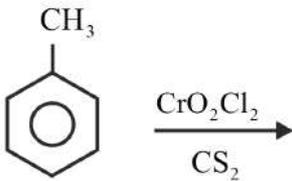
B)



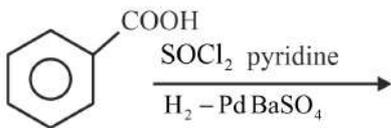
C)



D)

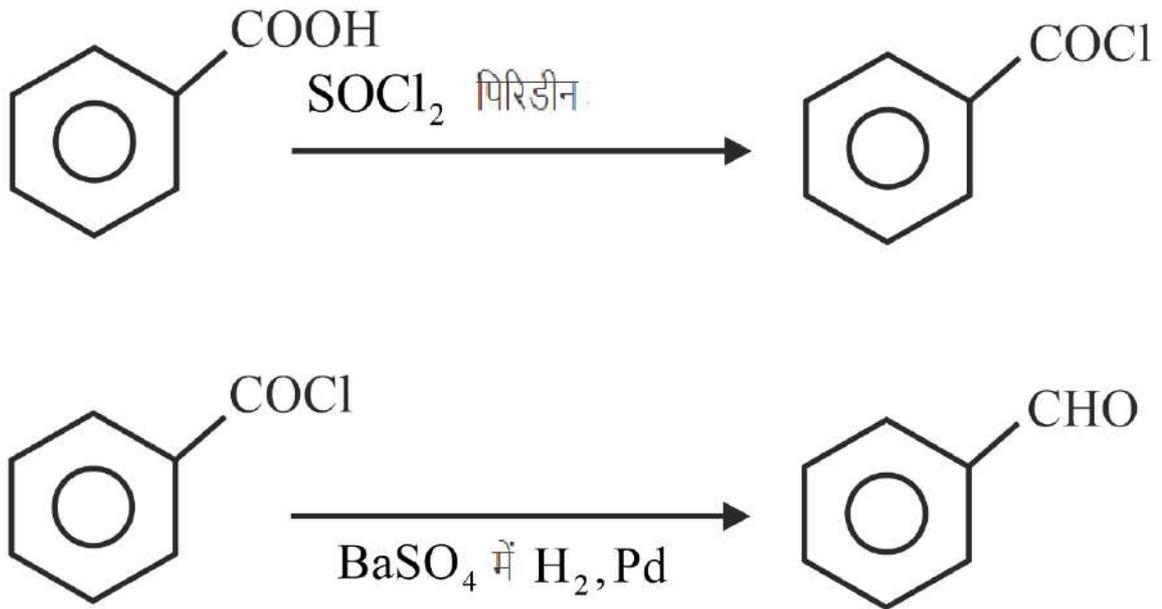


उत्तर:





हल:



उपरोक्त अभिक्रिया रोजेनमुंड अपचयन अभिक्रिया है।

प्रश्न.25. H - परमाणु की मूल अवस्था से एक उत्तेजित अवस्था में इलेक्ट्रॉन के संक्रमण के दौरान कोणीय संवेग में परिवर्तन क्या है? यह दिया गया है कि इलेक्ट्रॉन, मूल अवस्था से उत्तेजित अवस्था में संक्रमण के दौरान 10.2 eV ऊर्जा को अवशोषित करता है।

- A) $\frac{h}{\pi}$
- B) $\frac{h}{2\pi}$
- C) $\frac{3h}{2\pi}$
- D) $\frac{2h}{\pi}$

उत्तर: $\frac{h}{2\pi}$

हल: H - परमाणु की मूल अवस्था की ऊर्जा $-13.6 \text{ eV} \Rightarrow n = 1$ है

1st उत्तेजित अवस्था की ऊर्जा $= -3.4 \text{ eV} \Rightarrow n_2 = 2$

कोणीय संवेग में परिवर्तन $mvr = \frac{nh}{2\pi}$

कोणीय संवेग में परिवर्तन $= (n_2 - n_1) \frac{h}{2\pi} = (2 - 1) \frac{h}{2\pi}$

$= \frac{h}{2\pi}$

प्रश्न.26. निम्नलिखित का मिलान कीजिए।

(a)	कपड़े धोने का साबुन भरक	(i)	सेटिलट्राइमेथिलअमोनियम ब्रोमाइड
(b)	हेयर कंडीशनर	(ii)	अन - आयनिक अपमार्जक
(c)	द्रव पात्रशोधन	(iii)	सोडियम डोडेसिलबेंजीनसल्फोनेट
(d)	घरेलू अपमार्जक	(iv)	Na_2CO_3 , सोडियम रोजिनेट

A) (a) - (iv); (b) - (i); (c) - (ii); (d) - (iii)

B) (a) - (iii); (b) - (iv); (c) - (i); (d) - (ii)

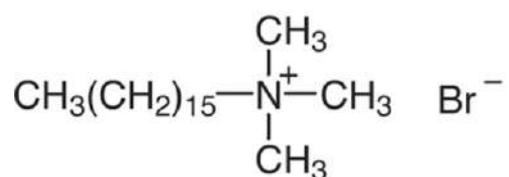


C) (a) - (ii); (b) - (iii); (c) - (iv); (d) - (i)

D) (a) - (iii); (b) - (i); (c) - (iv); (d) - (ii)

उत्तर: (a) - (iv); (b) - (i); (c) - (ii); (d) - (iii)

- हल:**
- कपड़े धोने के साबुन में सोडियम रोसिनेट, सोडियम सिलिकेट, बोरेक्स और सोडियम कार्बोनेट जैसे भरक पूरक होते हैं।
 - धनायनिक अपमार्जक, एमीन केचतुष्क अमोनियम लवण होते हैं, जिनके ऐसीटेट, क्लोराइड या ब्रोमाइड ऋणायन के रूप में होते हैं। धनायनिक भाग में एक दीर्घ हाइड्रोकार्बन श्रृंखला होती है और नाइट्रोजन परमाणु पर एक धनात्मक आवेश होता है। इसलिए, इन को धनायनिक अपमार्जक कहा जाता है। सेटिलट्राइमैथिलअमोनियम ब्रोमाइड एक प्रचलित धनायनिक अपमार्जक है और इसका उपयोग बाल केकंडीशनर के रूप में किया जाता है।



- अन - आयनिक अपमार्जक: अन - आयनिक अपमार्जक के संघटन में कोई आयन नहीं होता है। इस तरह के अपमार्जक का निर्माण तब होता है, जब स्टीरैरिक अम्ल, पॉलिएथिलीन ग्लाइकोल के साथ अभिक्रिया करता है। द्रव - पात्रा - शोधन अपमार्जक अन - आयनिक प्रकार के होते हैं।
- ऋणायनिक अपमार्जक में, अणु के ऋणायनिक भाग को सफाई क्रिया में शामिल किया जाता है। एल्किलबेंजीनसल्फोनेट्स के सोडियम लवण ऋणायनिक अपमार्जक के एक महत्वपूर्ण वर्ग हैं। वे ज्यादातर घरेलू कार्य के लिए उपयोग किए जाते हैं।



सेक्शन C: गणित

प्रश्न.1. समाकल $\int_{-2}^2 \frac{|x^3+x|}{1+e^{x|x|}} dx$ का मान बराबर है:

- A) 6
- B) 4
- C) 3
- D) 12

उत्तर: 6

हल: दिया गया है,

$$\int_{-2}^2 \frac{|x^3+x|}{1+e^{x|x|}} dx$$

$$I = \int_{-2}^2 \frac{|x|(x^2+1)}{1+e^{x|x|}} dx \dots\dots(i)$$

अब, समीकरण (i) में गुणधर्म $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(a+b-x)dx$ का उपयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$I = \int_{-2}^2 \frac{|x|(x^2+1)}{1+e^{-x|x|}} dx$$

समीकरण (i) & (ii) को जोड़ने पर,

$$2I = \int_{-2}^2 \frac{|x|(x^2+1)(1+e^{x|x|})}{1+e^{x|x|}} dx$$

$$\Rightarrow 2I = \int_{-2}^2 |x^3 + x| dx$$

$$\Rightarrow 2I = 2 \int_0^2 (x^3 + x) dx$$

$$\Rightarrow I = \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} \right]_0^2 = 4 + 2 = 6$$

प्रश्न.2. $\cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{6\pi}{7}$ का मान बराबर है:

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $-\frac{1}{2}$
- C) $-\frac{1}{4}$
- D) $\frac{1}{8}$

उत्तर: $\frac{1}{8}$

$$\text{हल: } \frac{1}{2 \sin \frac{2\pi}{7}} \times 2 \sin \frac{2\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{6\pi}{7} = \frac{1}{4 \sin \frac{2\pi}{7}} \times 2 \sin \frac{4\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{6\pi}{7}$$

$$= \frac{1}{8 \sin \frac{2\pi}{7}} \times 2 \sin \frac{8\pi}{7} \cos \frac{6\pi}{7} = \frac{1}{8 \sin \frac{2\pi}{7}} (\sin 2\pi + \sin \frac{2\pi}{7}) = \frac{1}{8}$$

प्रश्न.3. समीकरण $x^4 - 4x + 1 = 0$ के वास्तविक मूलों की संख्या है:

- A) 0



- B) 1
- C) 2
- D) 4

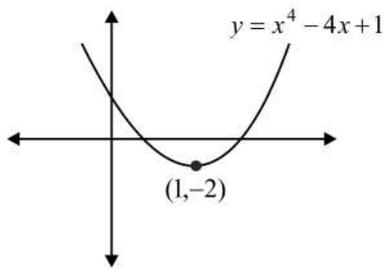
उत्तर: 2

हल: माना $f(x) = x^4 - 4x + 1$

$$f'(x) = 4x^3 - 4 \text{ और } f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$$

इसलिए फलन का चरम मान $x = 1$ पर है

आलेख आलेखित करने पर, हमें प्राप्त होता है,



$$f''(x) = 12x^2 \therefore f''(1) > 0$$

$$\text{और } x = 1, f(1) = -2 < 0$$

इसलिए, $f(x)$ का आलेख x -अक्ष को दो बिंदुओं पर काटता है,

$\therefore f(x) = 0$ के वास्तविक मूलों की संख्या 2 के बराबर है।

प्रश्न.4. एक द्विपद बंटन दिया गया है, जहाँ $n = 7$ और $P(X = 3) = 5 \times P(X = 4)$ है। माध्य और प्रसरण के योग का मान है:

- A) $\frac{14}{36}$
- B) $\frac{77}{36}$
- C) $\frac{31}{36}$
- D) $\frac{35}{36}$

उत्तर: $\frac{77}{36}$



हल: मान लीजिए कि सफलता की प्रायिकता p है और विफलता की प्रायिकता q है

दिया गया है, $n = 7$

साथ ही, $P(X = 3) = 5 P(X = 4)$

$$\Rightarrow {}^7C_3 p^3 q^4 = 5 \cdot {}^7C_4 p^4 q^3$$

$$\Rightarrow q = 5p \quad \dots (i)$$

हम जानते हैं कि $p + q = 1 \Rightarrow 6p = 1$ ((i) से)

$$\therefore p = \frac{1}{6} \text{ और } q = \frac{5}{6}$$

$$\therefore \text{माध्य} = np = 7 \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\text{और प्रसरण} = npq = 7 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{35}{36}$$

$$\therefore \text{माध्य और प्रसरण का योग} = \frac{7}{6} + \frac{35}{36} = \frac{77}{36}$$

प्रश्न.5. यदि श्रेणी $\frac{1}{5} + \frac{2}{65} + \frac{3}{325} + \frac{4}{1025} + \dots$ का योग $\frac{m}{n}$ है, जहां m और n सह-अभाज्य हैं, तब $m + n$ का मान है:

- A) 5
- B) 6
- C) 12
- D) 10

उत्तर: 5

हल: दिया गया है.

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{65} + \frac{3}{325} + \frac{4}{1025} + \dots$$

माना r वां पद निम्न प्रकार है:

$$t_r = \frac{r}{4r^4 + 1}$$

$$\Rightarrow t_r = \frac{r}{4r^4 + 1 + 4r^2 - 4r^2} \Rightarrow t_r = \frac{r}{(2r^2 + 1)^2 - (2r)^2}$$

$$\Rightarrow t_r = \frac{1}{4} \times \frac{4r}{(2r^2 + 1 - 2r)(2r^2 + 1 + 2r)}$$

$$\Rightarrow t_r = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{(2r^2 + 1 - 2r)} - \frac{1}{(2r^2 + 1 + 2r)} \right)$$

$$\Rightarrow t_r = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2r^2 + 1 - 2r} - \frac{1}{2(r+1)^2 - 2(r+1) + 1} \right)$$

$$\Rightarrow \sum_{r=1}^{\infty} t_r = \frac{1}{4} \sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2r^2 + 1 - 2r} - \frac{1}{2(r+1)^2 - 2(r+1) + 1} \right)$$

$$\Rightarrow \sum_{r=1}^{\infty} t_r = \frac{1}{4} \left[\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{13} \right) + \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{25} \right) + \dots \right]$$

$$\Rightarrow \sum_{r=1}^{\infty} t_r = \frac{1}{4} (1) = \frac{1}{4} = \left(\frac{m}{n} \right)$$

$$\therefore m + n = 1 + 4 = 5$$

प्रश्न.6. यदि $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + e}$ है, तब $f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{99}{100}\right)$ बराबर है:

- A) 8



- B) 99
C) 100
D) 101

उत्तर: 99

हल: $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x}+e}$

$$f(1-x) = \frac{2e^{2(1-x)}}{e^{2(1-x)}+e} = \frac{2e}{e+e^{2x}}$$

$$\text{अब, } f(x) + f(1-x) = 2$$

$$\text{अर्थात्, } f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{99}{100}\right) = 2$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{99}{100}\right) = 2 \times 49 + f\left(\frac{50}{100}\right)$$

$$= 98 + 1 = 99$$

प्रश्न.7. एक त्रिभुज की भुजाएँ $10 + x^2$, $10 + x^2$ और $20 - 2x^2$ हैं। यदि $x = k$ के लिए त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम है, तब $3k^2$ का मान बराबर है:

- A) 5
B) $\frac{10}{3}$
C) 10
D) 20

उत्तर: 10

हल: त्रिभुज का क्षेत्रफल, $\Delta = \sqrt{20(20-10-x^2)(20-10-x^2)(20-20+2x^2)}$

$$\Delta = 2\sqrt{10}x(10-x^2)$$

$$\text{अधिकतम होने के लिए, } \frac{d\Delta}{dx} = 0 \Rightarrow 2\sqrt{10}(10-x^2) - 4\sqrt{10}x^2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{10}{3}$$

$$\text{यहाँ, } \frac{d^2\Delta}{dx^2} < 0$$

$$\text{अतः } 3k^2 = 10$$

प्रश्न.8. $\sin^{-1}\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right) + \cos^{-1}\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right) + \tan^{-1}\left(\tan\frac{5\pi}{4}\right) =$

- A) $\frac{17\pi}{12}$
B) $\frac{5\pi}{3}$
C) $\frac{17\pi}{4}$
D) $\frac{19\pi}{12}$

उत्तर: $\frac{17\pi}{12}$



हल:

$$\begin{aligned} & \sin^{-1}\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right) + \cos^{-1}\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right) + \tan^{-1}\left(\tan\frac{5\pi}{4}\right) \\ &= \sin^{-1}\left(\sin\frac{\pi}{3}\right) + \cos^{-1}\left(-\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) + \tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{4}\right) \\ &= \frac{\pi}{3} + \pi - \cos^{-1}\cos\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{\pi}{3} + \pi - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = \frac{17\pi}{12} \end{aligned}$$

प्रश्न.9. मान लीजिए कि एक दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, बिंदु $\left(4\sqrt{\frac{2}{5}}, 3\right)$ को संतुष्ट करता है और $e = \frac{1}{4}$ है, तब $a^2 + b^2$ का मान है:

- A) 31
- B) 29
- C) 30
- D) 25

उत्तर: 31

हल: दिया गया है, दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, बिंदु $\left(4\sqrt{\frac{2}{5}}, 3\right)$ को संतुष्ट करता है,

इसलिए $\frac{16 \times \frac{2}{5}}{a^2} + \frac{9}{b^2} = 1$ समीकरण (i)

दिया गया है $e = \frac{1}{4}$ और हम जानते हैं कि $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} = 1 - \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{15}{16}$$

$$\Rightarrow b^2 = \frac{15a^2}{16}$$

अब समीकरण (i) में b^2 का मान रखने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$\frac{16 \times 2}{5a^2} + \frac{9 \times 16}{15a^2} = 1$$

$$\frac{240}{5a^2} = 1 \text{ या } a^2 = 16$$

$$\text{अब, } b^2 = \frac{15a^2}{16} = \frac{15}{16} \times 16 = 15$$

$$\text{इसलिए, } a^2 + b^2 = 16 + 15 = 31$$

प्रश्न.10. यहाँ 16 गोलाकार गेंद हैं, उनमें से 11 नीली हैं और शेष लाल हैं। हम इन गेंदों को एक पंक्ति में कितने तरीकों से व्यवस्थित कर सकते हैं ताकि दो लाल गेंदों के बीच कम से कम दो नीली गेंद मौजूद हों?

- A) 8C_3
- B) 8C_4
- C) 9C_3
- D) 9C_4

उत्तर: 8C_3



हल: दिया गया है, 4 नीली और 5 लाल गोलाकार गेंदें हैं
अब प्रश्न के अनुसार किन्हीं दो लाल गेंदों के बीच में कम से कम 2 नीली गेंदें होनी चाहिए।
इसलिए, मान लीजिए a, b, c, d, e, f नीली गेंदों की संख्या है,

$$\underline{a} \bigcirc \underline{b} \bigcirc \underline{c} \bigcirc \underline{d} \bigcirc \underline{e} \bigcirc \underline{f}$$

इसलिए, $a + b + c + d + e + f = 11$ (i)

जहाँ $b, c, d, e \geq 2$

अब, माना $b = b' + 2$

$c = c' + 2$

$d = d' + 2$

$e = e' + 2$

इसलिए, समीकरण (i) निम्न प्रकार हो जाता है,

$$a + b' + 2 + c' + 2 + d' + 2 + e' + 2 + f = 11$$

$$\Rightarrow a + b' + c' + d' + e' + f = 3$$

अब, तरीकों की कुल संख्या होगी,

$$= {}^{3+6-1}C_{6-1} = {}^8C_5 = {}^8C_3$$

प्रश्न.11. बहुभुज का क्षेत्रफल, जिसके शीर्ष $\bar{z} = iz^2$ के अवास्तविक मूलों द्वारा दिए गए हैं, निम्न के बराबर है:

A) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

B) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

उत्तर: $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

हल: $\bar{z} = iz^2 \Rightarrow (x - iy) = i(x + iy)^2$

$$\Rightarrow x - iy = (x^2 - y^2)i - 2xy$$

अर्थात्, $x = -2xy$ और $-y = x^2 - y^2$

$$\Rightarrow x = 0, y = -\frac{1}{2}$$

जब $x = 0; y = 0, 1$

$$\text{जब } y = -\frac{1}{2}; x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(0, 0) को निरस्त कर दिया जाएगा क्योंकि शीर्ष, $\bar{z} = iz^2$ के अवास्तविक मूलों द्वारा दिए गए हैं।

इसलिए, शीर्ष (0, 1), $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ और $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ होंगे।

$$\text{अतः } \Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

प्रश्न.12. बूलीय व्यंजक $(\sim(p \wedge q)) \vee q$ निम्न के तुल्य है:



- A) $q \rightarrow (p \wedge q)$
B) $p \rightarrow q$
C) $(p \rightarrow q) \rightarrow p$
D) $p \rightarrow (p \vee q)$

उत्तर: $p \rightarrow (p \vee q)$

हल: दिया गया है, $\sim(p \wedge q) \vee q \equiv \sim p \vee \sim q \vee q \equiv \sim p \vee t \equiv t$
साथ ही, $p \rightarrow (p \vee q) \equiv \sim p \vee (p \vee q) \equiv \sim p \vee p \vee q \equiv t \vee q \equiv t$

प्रश्न.13. यदि $X = \sum_{n=0}^{\infty} a^n, Y = \sum_{n=0}^{\infty} b^n$ और $Z = \sum_{n=0}^{\infty} c^n$ है, जहाँ $a, b, c \in (0, 1)$ और a, b, c समांतर श्रेणी में हैं, तब

- A) X, Y, Z समांतर श्रेणी में हैं।
B) X, Y, Z गुणोत्तर श्रेणी में हैं।
C) $\frac{1}{X}, \frac{1}{Y}, \frac{1}{Z}$ समांतर श्रेणी में हैं।
D) $\frac{1}{X}, \frac{1}{Y}, \frac{1}{Z}$ हरात्मक श्रेणी में हैं।

उत्तर: $\frac{1}{X}, \frac{1}{Y}, \frac{1}{Z}$ समांतर श्रेणी में हैं।

हल: $X = \sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1}{1-a}$
 $Y = \sum_{n=0}^{\infty} b^n = \frac{1}{1-b}$
 $Z = \sum_{n=0}^{\infty} c^n = \frac{1}{1-c}$

हम जानते हैं कि a, b, c समांतर श्रेणी में हैं।

इसलिए, $1-a, 1-b, 1-c$ भी समांतर श्रेणी में होंगे या $\frac{1}{X}, \frac{1}{Y}, \frac{1}{Z}$ समांतर श्रेणी में होंगे।

अतः $\frac{1}{1-a}, \frac{1}{1-b}, \frac{1}{1-c}$ हरात्मक श्रेणी में होंगे।

प्रश्न.14. यदि $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, 1$ से 18 तक की संख्याएँ इस प्रकार हैं कि $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$ है, तो $x_2 = 7$ और $x_4 = 11$ होने की प्रायिकता है:

- A) $\frac{3}{68}$
B) $\frac{1}{68}$
C) $\frac{7}{68}$
D) $\frac{5}{68}$

उत्तर: $\frac{1}{68}$



हल: हम जानते हैं कि $x_1 < 7 < x_3 < 11 < x_5$

$$x_1 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$x_3 \in \{8, 9, 10\}$$

$$x_5 \in \{12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$$

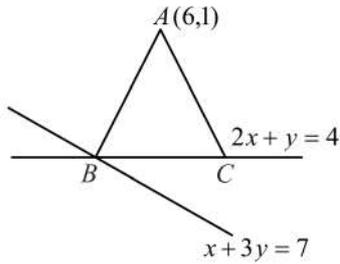
$$\text{अभीष्ट प्रायिकता, } P = \frac{{}^6C_1 \times {}^3C_1 \times {}^7C_1}{{}^{18}C_5} = \frac{1}{68}$$

प्रश्न.15. एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC में, शीर्ष $A(6, 1)$ है, आधार BC , $2x + y = 4$ है और बिंदु B रेखा $x + 3y = 7$ पर स्थित है। यदि त्रिभुज का केंद्रक (α, β) है, तो $15(\alpha + \beta)$ बराबर है:

- A) 51
- B) 39
- C) 41
- D) 49

उत्तर: 51

हल:



$\triangle ABC$ में $AB = AC$

$2x + y = 4$ & $x + 3y = 7$ को हल करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$B \equiv (1, 2)$$

माना $C \equiv (h, k)$ है और यह रेखा $2x + y = 4$ पर स्थित है,

$$\text{इसलिए, } 2h + k = 4$$

$$\text{अब, } AB^2 = AC^2$$

$$26 = (h - 6)^2 + (k - 1)^2$$

$$\Rightarrow 26 = (h - 6)^2 + (3 - 2h)^2$$

$$\Rightarrow 26 = 5h^2 - 24h + 45$$

$$\Rightarrow (h - 1)(5h - 19) = 0$$

$$\Rightarrow h = \frac{19}{5} \text{ (चूँकि } h = 1 \text{ अस्वीकृत कर दिया गया है)}$$

$$\text{इसलिए, } k = -\frac{18}{5}$$

$$\text{अतः केंद्रक} = \left(\frac{6 + 1 + \frac{19}{5}}{3}, \frac{1 + 2 - \frac{18}{5}}{3} \right) \equiv \left(\frac{18}{5}, -\frac{1}{5} \right)$$

$$\text{अर्थात्, } 15(\alpha + \beta) = 15 \times \frac{17}{5} = 51$$



प्रश्न.16. यदि $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{18-[1-x]}{[x-3a]}$ अस्तित्व में है, जहाँ $[\cdot]$ महत्तम पूर्णांक फलन को निरूपित करता है, तब a का मान बराबर है: (जहाँ $a \in \mathbb{I}$ है)

- A) -2
- B) -3
- C) -6
- D) -7

उत्तर: -6

हल: चूँकि $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{18-[1-x]}{[x-3a]}$ अस्तित्व में है, (जहाँ $a \in \mathbb{I}$ है)

∴ बाएँपक्ष की सीमा = दाएँपक्ष की सीमा

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{18-(-6)}{[7-h-3a]} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{18-(-7)}{[7+h-3a]}$$

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{24}{(7-3a)+[-h]} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{25}{(7-3a)+[h]}$$

$$\Rightarrow \frac{24}{6-3a} = \frac{25}{7-3a}$$

$$\Rightarrow a = -6$$

प्रश्न.17. यदि $\begin{vmatrix} 14 & 28 & -14 \\ -14 & 14 & 28 \\ 28 & -14 & 14 \end{vmatrix} = (\text{adj}(\text{adj}(A)))$ है, तो $|A|$ का मान है:

- A) 14
- B) 11
- C) 10
- D) 15

उत्तर: 14



हल: दिया गया है,

$$\begin{vmatrix} 14 & 28 & -14 \\ -14 & 14 & 28 \\ 28 & -14 & 14 \end{vmatrix} = (\text{adj}(\text{adj } A))$$

अब हम जानते हैं कि $|\text{adj } A| = |A|^2$ यदि यह 3×3 आव्यूह है,

$$\text{इसलिए, } |\text{adj}(\text{adj } A)| = |\text{adj } A|^2$$

$$\Rightarrow |A|^{2 \times 2} = |A|^4$$

$$\text{अब, } |A|^4 = \begin{vmatrix} 14 & 28 & -14 \\ -14 & 14 & 28 \\ 28 & -14 & 14 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow |A|^4 = 14^3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow |A|^4 = 14^3 \times (14)$$

$$|A|^4 = (14)^4 \Rightarrow |A| = 14$$

प्रश्न.18. यदि $\int \frac{(x^2+1)e^x}{(x+1)^2} = f(x)e^x + C$ है, तब $x = 1$ पर $\frac{d^3f}{dx^3}$ का मान है:

- A) $\frac{3}{4}$
- B) $\frac{3}{8}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{7}{8}$

उत्तर: $\frac{3}{4}$



हल:

$$\int \frac{(x^2+1)e^x dx}{(x+1)^2} = f(x)e^x + C$$

$$\int e^x \left(\frac{x^2-1}{(x+1)^2} + \frac{2}{(x+1)^2} \right) dx = f(x)e^x + C$$

$$\int e^x \left(\frac{x-1}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2} \right) dx = f(x)e^x + C$$

हम जानते हैं कि $\int e^x (f(x) + f'(x)) = e^x f(x) + c$

$$\text{यहाँ } f(x) = \frac{x-1}{x+1} \text{ \& } f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$$

$$\text{इसलिए, } \int e^x \left(\frac{x-1}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2} \right) dx = f(x)e^x + C$$

$$\Rightarrow e^x \left(\frac{x-1}{x+1} \right) + C = e^x f(x) + C$$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर हमें प्राप्त होता है,

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$\text{इसलिए, } f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2} \text{ \& } f''(x) = \frac{-4}{(x+1)^3}$$

$$f'''(x) = \frac{12}{(x+1)^4}$$

$$\text{अब, } f'''(1) = \frac{12}{(1+1)^4} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

प्रश्न.19.

यदि $\left(\frac{\sqrt{x}}{5^4} + \frac{\sqrt{5}}{x^3} \right)^{60}$ के प्रसार में x^{10} का गुणांक $5^k m$ है, तब k है:

- A) 1
- B) 3
- C) 5
- D) 8

उत्तर: 5

हल:

$$T_{r+1} = {}^{60}C_r \left(\frac{\sqrt{x}}{5^4} \right)^{60-r} \left(\frac{\sqrt{5}}{x^3} \right)^r$$

$$x^{10} \text{ के लिए, } \frac{60-r}{2} - \frac{r}{3} = 10 \Rightarrow r = 24$$

इसलिए, x^{10} का गुणांक ${}^{60}C_{24} 5^3$ होगा।

$$\text{अब, } {}^{60}C_{24} \text{ में } 5 \text{ का घातांक } \frac{60!}{24!36!} \text{ में } 5 \text{ की घात होगी, अर्थात्, } \frac{5^{14}}{5^4 \cdot 5^8} = 5^2$$

अर्थात्, $k = 5$

प्रश्न.20. यदि $3x - 4y + 12z + 19 = 0$ में (a, b, c) का प्रतिबिंब $(a - 6, \beta, \gamma)$ है तथा $a + b + c = 5$ है, तब $-7\beta + 9\gamma$ का मान है:

- A) -137
- B) 135



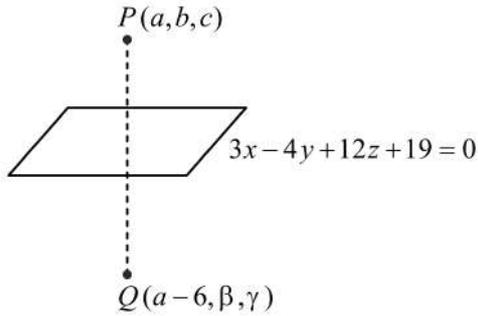
C) -135

D) 137

उत्तर: -137

हल: दिया गया समतल है:

$$3x - 4y + 12z + 19 = 0 \dots\dots(i)$$



अब, समतल के दिक् अनुपात = $\langle 3, -4, 12 \rangle$

PQ के दिक् अनुपात = $\langle 6, b - \beta, c - \gamma \rangle$

समतल के दिक् अनुपात = PQ के दिक् अनुपात

$$\text{इसलिए, } b - \beta = -8 \Rightarrow \beta = b + 8$$

$$c - \gamma = 24 \Rightarrow \gamma = c - 24$$

$$\text{अब, } PQ \text{ का मध्य-बिंदु} = \left(a - 3, \frac{b + \beta}{2}, \frac{c + \gamma}{2} \right)$$

$$= (a - 3, b + 4, c - 12)$$

अब, मध्य-बिंदु समतल में स्थित होगा, इसलिए समीकरण (i) में मान रखने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$3(a - 3) + -4(b + 4) + 12(c - 12) + 19 = 0$$

$$\Rightarrow 3a - 4b + 12c = 150 \dots\dots(ii)$$

यह भी दिया गया है, $a + b + c = 5 \dots\dots(iii)$

अब, समीकरण (ii) $-3 \times$ समीकरण (iii) से, हमें प्राप्त होता है,

$$-7b + 9c = 135$$

$$\Rightarrow -7(\beta - 8) + 9(\gamma + 24) = 135$$

$$\Rightarrow -7\beta + 56 + 9\gamma + 216 = 135$$

$$\Rightarrow -7\beta + 9\gamma = -137$$

प्रश्न.21. समीकरण $e^{2x} - 11e^x - \frac{45}{e^x} + \frac{81}{2} = 0$ के लिए, यदि मूलों का योग $\ln P$ है, तो P है:

A) 45

B) 40

C) 36

D) 18

उत्तर: 45



हल: दिया गया है, $e^{2x} - 11e^x - \frac{45}{e^x} + \frac{81}{2} = 0$

$$e^{3x} - 11e^{2x} + \frac{81}{2}e^x - 45 = 0$$

माना $e^x = t$,

$$\text{इसलिए, } t^3 - 11t^2 + \frac{81}{2}t - 45 = 0$$

मूलों का गुणनफल $t_1 t_2 t_3 = 45$

अर्थात्, $e^{x_1} \times e^{x_2} \times e^{x_3} = 45$

$$e^{x_1+x_2+x_3} = 45$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = \log_2 45$$

दिया गया है, मूलों का योग = $\ln|P|$

$$\text{इसलिए, } P = 45$$

