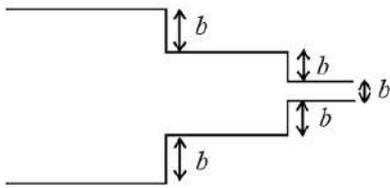


## 27 जून, 2022 - शिफ्ट 2 (स्मृति आधारित प्रश्न)

### जेईई मेन परीक्षा 2022 - सेशन 1

#### सेक्शन A: भौतिक विज्ञान

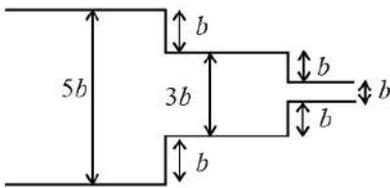
प्रश्न.1. छह संधारित्र प्लेटों को दिखाए गए चित्र के अनुसार व्यवस्थित किया गया है। प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल  $A$  है। व्यवस्था की धारिता है :



- A)  $\frac{15}{28} \left( \epsilon_0 \frac{A}{b} \right)$
- B)  $\frac{23}{15} \left( \epsilon_0 \frac{A}{b} \right)$
- C)  $\frac{15}{22} \left( \epsilon_0 \frac{A}{b} \right)$
- D)  $\frac{17}{23} \left( \epsilon_0 \frac{A}{b} \right)$

उत्तर:  $\frac{23}{15} \left( \epsilon_0 \frac{A}{b} \right)$

हल:



यहाँ निकाय को समांतर क्रम में तीन संधारित्रों के रूप में माना जा सकता है।

इसलिए, कुल धारिता है,

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{5b} + \frac{\epsilon_0 A}{3b} + \frac{\epsilon_0 A}{b}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{b} \left[ \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} \right]$$

$$C = \frac{23\epsilon_0 A}{15b}$$

प्रश्न.2. ड्यूटरॉन और प्रोटॉन समान गतिज ऊर्जा के साथ एक चुंबकीय क्षेत्र में लंबवत रूप से प्रवेश करते हैं।  $\frac{R_d}{R_p}$  ज्ञात कीजिए, जहाँ  $R_d$  और  $R_p$  क्रमशः ड्यूटरॉन और प्रोटॉन के वृत्ताकार प्रक्षेप-पथ की त्रिज्या हैं।

- A)  $\sqrt{2}$
- B)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$



C) 2

D)  $\frac{1}{2}$

उत्तर:  $\sqrt{2}$

हल: जैसा कि हम जानते हैं, लंबवत चुंबकीय क्षेत्र के अंतर्गत आवेशित कण द्वारा अनुसरण किए गए वृत्ताकार पथ की त्रिज्या,  $R = \frac{mv}{qB}$  और  $KE = \frac{1}{2}mv^2$  द्वारा दी जाती है।

$$\text{इसलिए, } \Rightarrow R = \frac{\sqrt{2m(KE)}}{qB}$$

$$\text{तब, } R \propto \frac{\sqrt{m}}{q}$$

$$\Rightarrow \frac{R_d}{R_p} = \sqrt{\frac{m_d}{m_p}} \times \frac{q_p}{q_d} = \sqrt{\frac{2}{1}} \times \frac{1}{1} = \sqrt{2}$$

प्रश्न.3. ट्रांजिस्टर किस क्षेत्र में एक स्विच की तरह काम करता है?

A) सक्रिय क्षेत्र

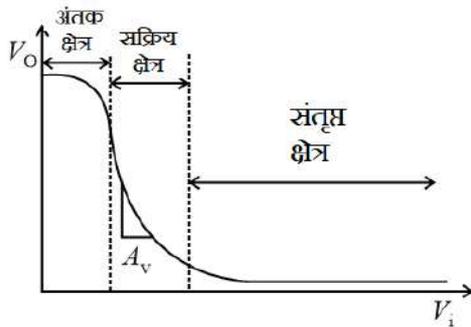
B) अंतक और संतृप्त क्षेत्र

C) केवल अंतक क्षेत्र

D) केवल संतृप्त क्षेत्र

उत्तर: अंतक और संतृप्त क्षेत्र

हल:



संतृप्त क्षेत्र और अंतक क्षेत्र को ट्रांजिस्टर स्विच के कार्य क्षेत्र के रूप में जाना जाता है। इसका तात्पर्य यह है कि, इसे "टॉप-ऑफ" (संतृप्त) और "पूर्णतः बंद" के बीच स्विच करके ट्रांजिस्टर का उपयोग स्विच के रूप में किया जाता है।

प्रश्न.4. एक आदर्श द्वि-परमाणुक गैस को समदाबी रूप से प्रसारित किया जाता है और प्रक्रम में किया गया कार्य 400 J है। इस प्रक्रम में गैस को दी गई ऊष्मा ज्ञात कीजिए।

A) 160 J

B) 700 J

C) 320 J

D) 1400 J

उत्तर: 1400 J



**हल:** समदाबी प्रक्रम के लिए:  $W = nR\Delta T \Rightarrow 400 = nR\Delta T$

साथ ही:  $Q = nC_p\Delta T \Rightarrow Q = n\left(\frac{7R}{2}\right)\Delta T$  (द्विपरमाणुक गैस के लिए,  $C_p = \frac{7R}{2}$ )

$$Q = \frac{7}{2} \times 400 = 1400 \text{ J}$$

प्रश्न.5. एक तरंग एक माध्यम से दूसरे माध्यम संचरित होती है, तो प्राचालों : तरंग दैर्घ्य, आवृत्ति और तरंग की चाल में से परिवर्तित होने वाले प्राचाल हैं:

- A) तरंग दैर्घ्य और आवृत्ति
- B) आवृत्ति और चाल
- C) तरंग दैर्घ्य और चाल
- D) ये तीनों

**उत्तर:** तरंग दैर्घ्य और चाल

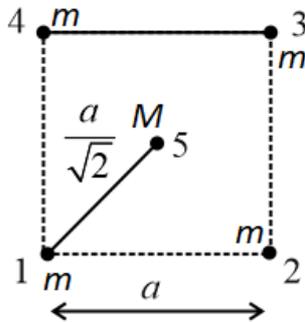
**हल:** एक माध्यम से दूसरे माध्यम में अपवर्तन में, चाल और तरंग दैर्घ्य बदल जाती हैं। जबकि आवृत्ति अपरिवर्तित रहती है।

प्रश्न.6. द्रव्यमान  $m$  के चार कण वर्ग (भुजा लंबाई,  $a$ ) के कोनों पर स्थित हैं और द्रव्यमान  $M$  का एक कण केंद्र में है। निकाय की गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए।

- A)  $-\frac{(4+\sqrt{2})Gm^2}{a} - \frac{4\sqrt{2}GMm}{a}$
- B)  $\frac{(4+\sqrt{2})Gm^2}{a} + \frac{4\sqrt{2}GMm}{a}$
- C)  $-\frac{(4+\sqrt{2})Gm^2}{a} + \frac{4\sqrt{2}GMm}{a}$
- D)  $\frac{(4+\sqrt{2})Gm^2}{a} - \frac{4\sqrt{2}GMm}{a}$

**उत्तर:**  $-\frac{(4+\sqrt{2})Gm^2}{a} - \frac{4\sqrt{2}GMm}{a}$

**हल:**



$$\begin{aligned} U_{\text{निकाय}} &= (U_{12} + U_{23} + U_{34} + U_{41}) + (U_{13} + U_{24}) + (U_{15} + U_{25} + U_{35} + U_{45}) \\ &= -\frac{4Gmm}{a} - \frac{2Gmm}{a\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{2}GMm}{a} \\ &= -\frac{(4+\sqrt{2})Gm^2}{a} - \frac{4\sqrt{2}GMm}{a} \end{aligned}$$

प्रश्न.7. 1 kg द्रव्यमान का एक गुटका 5 m लंबी रस्सी पर ऊर्ध्वाधर रूप से लटका हुआ है, यदि क्षैतिज रूप से रस्सी के केंद्र पर 30 N का बल लगाया जाता है, तो साम्यावस्था में ऊर्ध्वाधर के साथ रस्सी के ऊपरी आधे भाग द्वारा बनाया गया कोण क्या है?

- A)  $\tan^{-1}(3)$



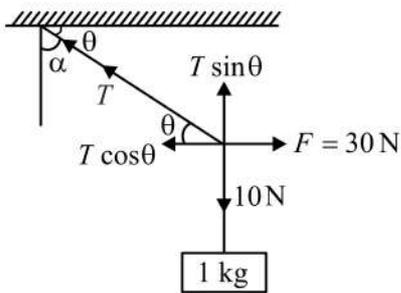
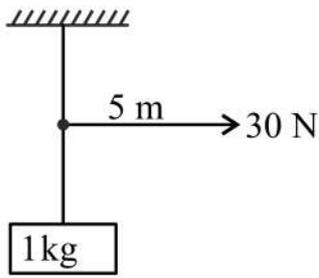
B)  $\tan^{-1}(4)$

C)  $\tan^{-1}(5)$

D)  $\tan^{-1}(6)$

उत्तर:  $\tan^{-1}(3)$

हल:



$$\Rightarrow T \sin \theta = 10 \text{ और } T \cos \theta = 30$$

$$\text{इसलिए, } \tan \theta = \frac{1}{3}$$

$$\text{तब, } \tan \alpha = 3 \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(3)$$

प्रश्न.8. एक कण द्वारा निष्पादित सरल आवर्त गति  $x = \sin \pi \left( t + \frac{1}{3} \right)$  द्वारा दी जाती है, तब  $t = 1\text{s}$  पर इसका वेग ज्ञात कीजिए।

A)  $-\frac{\pi}{2}$

B)  $\frac{\pi}{2}$

C)  $\frac{\pi}{3}$

D)  $-\frac{\pi}{3}$

उत्तर:  $-\frac{\pi}{2}$



हल: दिया गया है,  $x = \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

वेग,  $v = \frac{dx}{dt} = \pi \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

अब,  $t = 1$  s पर,

$$v = \pi \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$v = \frac{-\pi}{2}$$

प्रश्न.9. पास्कल  $\times$  सेकंड की विमा है:

A)  $ML^{-1}T^{-3}$

B)  $MLT^{-3}$

C)  $ML^{-1}T^{-1}$

D)  $ML^{-2}T^{-2}$

उत्तर:  $ML^{-1}T^{-1}$

हल: पास्कल की इकाई  $N\ m^{-2}$  है।

इसलिए, पास्कल  $\times$  सेकंड की विमा  $[N\ m^{-2}] \times [s]$  है।

$$= \frac{MLT^{-2}}{L^2} \times T = ML^{-1}T^{-1}$$

प्रश्न.10. एक लेन्स को क्षैतिज रूप से दो आधे भागों में काट दिया जाता है। एक भाग को दो बराबर भागों में काटा गया है, जो ऊर्ध्वाधर रूप से है। माना कि यदि  $P_1$  अर्ध-लेन्स की क्षमता है और  $P_2$  और  $P_3$  लेन्स के चौथाई भागों की क्षमता है। गलत संबंध का पता लगाइए।

A)  $P_2 = \frac{P_1}{2}$

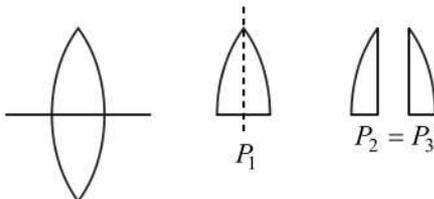
B)  $P_1 = \frac{P_2}{2}$

C)  $P_3 = \frac{P_1}{2}$

D) इनमें से कोई

उत्तर:  $P_1 = \frac{P_2}{2}$

हल:



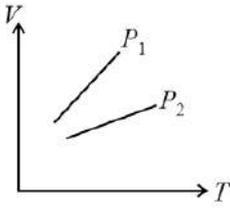
अर्धलेन्स की क्षमता  $P_1 = P_2 + P_3$  है।

यहाँ,  $P_2 = P_3$

इसलिए,  $P_1 = 2P_2$  या  $P_1 = 2P_3$



प्रश्न.11. निम्नलिखित  $V - T$  आलेख से, हम क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं?



- A)  $P_1 < P_2$   
B)  $P_1 > P_2$   
C)  $P_1 = P_2$   
D) कोई संबंध प्राप्त नहीं किया जा सकता है

उत्तर:  $P_1 < P_2$

हल: हम जानते हैं कि गैस का आदर्श गैस समीकरण है,

$$PV = nRT$$

ताप को नियत रखते हुए, हमारे पास है,

$$V \propto \frac{1}{P}$$

जैसा कि आलेख से देखा जा सकता है,

$$V_1 > V_2 \text{ इसलिए, } P_1 < P_2$$

प्रश्न.12. स्प्रिंग स्थिरांक  $K$  और लंबाई  $l$  की एक स्प्रिंग द्रव्यमान  $m$  जोड़ी जाती है और इसे दूसरे सिरे से कोणीय वेग  $\omega$  के साथ इसके अक्ष के सापेक्ष (क्षैतिज तल में) घुमाया जाता है। स्प्रिंग में दीर्घाकरण ज्ञात कीजिए।

- A)  $\frac{K - m\omega^2 l}{m\omega^2}$   
B)  $\frac{K + m\omega^2 l}{m\omega^2}$   
C)  $\frac{m\omega^2 l}{K - m\omega^2}$   
D)  $\frac{m\omega^2 l}{K + m\omega^2}$

उत्तर:  $\frac{m\omega^2 l}{K - m\omega^2}$

हल: स्प्रिंग बल आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान कर रहा है।

इसलिए,

$$Kx = m\omega^2 (l + x)$$

$$\Rightarrow x = \frac{m\omega^2 l}{K - m\omega^2}$$

प्रश्न.13. एक आवेश  $q$  को कुचालक गोलार्ध के केंद्र में रखा जाता है, तो वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल से गुजरने वाला फ्लक्स क्या होगा?

- A)  $\frac{q}{\epsilon_0}$   
B)  $\frac{q}{2\epsilon_0}$

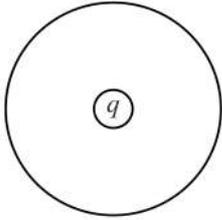


C)  $\frac{2q}{\epsilon_0}$

D)  $\frac{\pi q}{4\epsilon_0}$

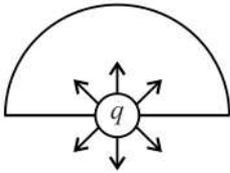
उत्तर:  $\frac{q}{2\epsilon_0}$

हल:



एक पूर्ण गोला मान लीजिए, तब गोले के केंद्र में रखे गए आवेश के कारण फ्लक्स है:  $\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$

गोलार्ध की सतह से गुजरने वाला फ्लक्स,  $\phi = \frac{1}{2} \times \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{q}{2\epsilon_0}$



प्रश्न.14. निम्न में से कौन-सा समय की विमा को प्रदर्शित नहीं करता है?

A)  $\sqrt{LC}$

B)  $\frac{L}{R}$

C)  $CR$

D)  $\frac{C}{R}$

उत्तर:  $\frac{C}{R}$

हल: L की विमा =  $[ML^2T^{-2}A^{-2}]$

C की विमा =  $[M^{-1}L^{-2}T^4A^2]$

R की विमा =  $[ML^2T^{-3}A^{-2}]$

स्पष्ट रूप से,  $\sqrt{LC}$  की विमा =  $[T]$ ,

$\frac{L}{R}$  की विमा =  $[T]$ ,

$CR$  की विमा =  $[T]$  और

$\frac{C}{R}$  की विमा =  $[M^{-2}L^{-4}T^7A^4]$

प्रश्न.15. क्षैतिज तल में 20 cm लंबाई की एक छड़,  $10 \text{ m s}^{-1}$  की चाल से उत्तर की ओर गति कर रही है। पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक 0.3T है। किसी स्थान पर जहां नति कोण  $60^\circ$  है, छड़ के सिरे पर प्रेरित विद्युत वाहक बल है:

A) 1.039V

B) 1.545 V

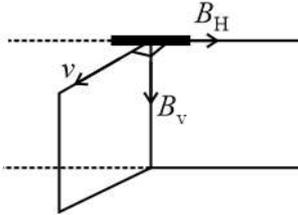


C) 2.169 V

D) 2.653 V

उत्तर: 1.039V

हल:



उत्पन्न विद्युत वाहक बल,  $\varepsilon = B_V L v$

हम जानते हैं,  $\frac{B_V}{B_H} = \tan 60^\circ$

इसलिए,  $B_V = \sqrt{3} \times 0.3 \text{ T}$

तब,  $\varepsilon = \frac{3\sqrt{3}}{10} \times 20 \times 10^{-2} \times 10$

$= \sqrt{3} \times 0.6 = 1.039 \text{ V}$

प्रश्न.16. एक कण एक डोरी से बंधे एक ऊर्ध्वाधर वृत्त में गति कर रहा है। आनत तल पर वेग  $u$  है। जब डोरी क्षैतिज हो जाती है, तो वेग में परिवर्तन का परिमाण  $v = \sqrt{x(u^2 - gl)}$  होता है, तब  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

A) 2

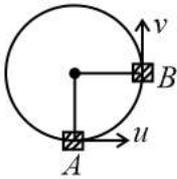
B) 3

C) 4

D) 5

उत्तर: 2

हल:



बिंदु A और B पर यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण को लागू करने पर, हमें प्राप्त होता है,  $\frac{1}{2}mu^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + mgL$

$$\Rightarrow v = \sqrt{u^2 - 2gL}$$

अब सदिश रूप में,  $\vec{v}_i = u \hat{i}$  और  $\vec{v}_f = v \hat{j}$

इसलिए, वेग में परिवर्तन होगा,  $\Delta \vec{V} = v \hat{j} - u \hat{i}$  और  $|\Delta \vec{V}| = \sqrt{u^2 + v^2}$

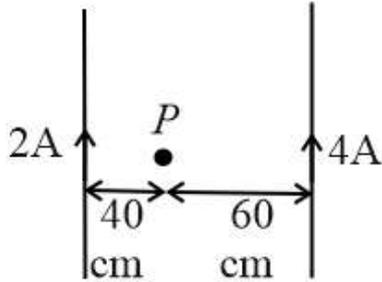
$$\Rightarrow \Delta V = \sqrt{u^2 + (u^2 - 2gL)}$$

$$= \sqrt{2(u^2 - gL)}$$

इसलिए,  $x = 2$



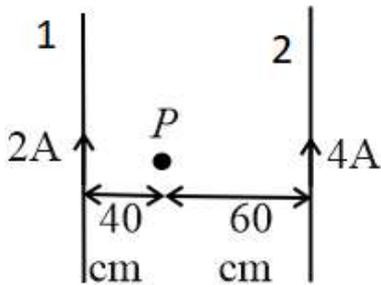
प्रश्न.17. एक बिंदु आवेश  $q = 2 \text{ C}$  को बिंदु P से  $\vec{v} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$  वेग केसाथ प्रक्षेपित किया जाता है। इस क्षण पर आवेश पर कार्य करने वाला चुंबकीय बल है :



- A)  $2.4 \times 10^{-6} \text{ N}$
- B)  $3.2 \times 10^{-6} \text{ N}$
- C)  $4.2 \times 10^{-6} \text{ N}$
- D)  $3.6 \times 10^{-6} \text{ N}$

उत्तर:  $2.4 \times 10^{-6} \text{ N}$

हल:



बिंदु P पर बाएं तार के कारण चुंबकीय क्षेत्र,  $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} (-\hat{k})$

बिंदु P पर दाएं तार के कारण चुंबकीय क्षेत्र,  $\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} (\hat{k})$

$$\therefore \vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$\Rightarrow \vec{B}_P = \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_2}{d_2} - \frac{I_1}{d_1} \right) (\hat{k})$$

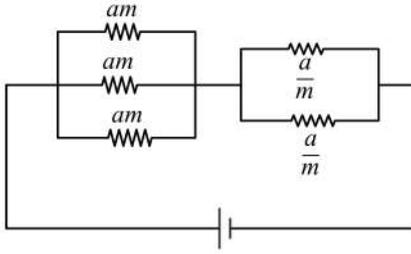
$$\vec{B}_P = 2 \times 10^{-7} \left( \frac{4}{0.6} - \frac{2}{0.4} \right) = \frac{10}{3} \times 10^{-7} \text{ T}$$

$$F = q(vB) = 2 \times \sqrt{4+9} \times \frac{10}{3} \times 10^{-7}$$

$$\Rightarrow F_m = 2 \times \sqrt{13} \times \frac{10}{3} \times 10^{-7} \approx 2.4 \times 10^{-6} \text{ N}$$



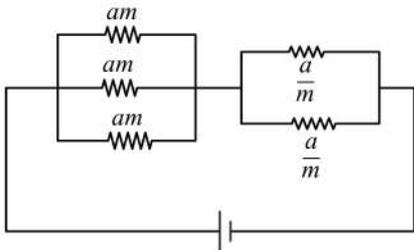
प्रश्न.18. प्रतिरोधों का एक नेटवर्कनीचे दर्शाया गया है। नेटवर्ककेन्यूनतम प्रतिरोध के लिए  $m$  का मान ज्ञात कीजिए।



- A)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$
- B)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$
- C)  $\sqrt{\frac{5}{4}}$
- D)  $\sqrt{\frac{4}{5}}$

उत्तर:  $\sqrt{\frac{3}{2}}$

हल:



प्रतिरोधकों केबाएँ भाग समांतर क्रम में जुड़े हुए हैं, अतः,  $R_1 = \frac{am}{3}$

इसी प्रकार, प्रतिरोधकों केदाएँ भाग के लिए, हम लिख सकते हैं,

$$R_2 = \frac{a}{2m}$$

इसलिए, तुल्य प्रतिरोध होगा,  $R = \frac{am}{3} + \frac{a}{2m}$

क्रांतिक बिंदुओं का अवलोकन करने के लिए  $m$  केसापेक्ष दोनों पक्षों का अवकलन करने पर, हमें प्राप्त होता है,

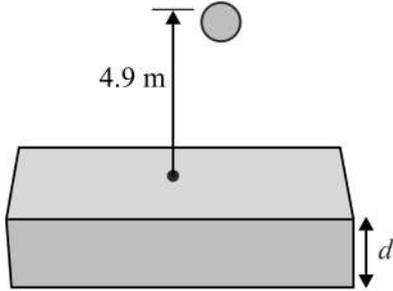
$$\frac{dR}{dm} = \frac{a}{3} + \frac{a(-1)}{2m^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{a}{2m^2}$$

$$\Rightarrow m = \sqrt{\frac{3}{2}}$$



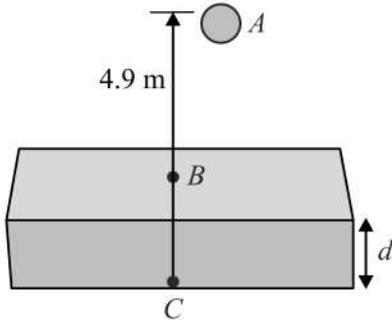
प्रश्न.19. एक कण को जल की सतह से ऊपर 4.9 m की ऊंचाई से मुक्त किया जाता है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। कण जल में प्रवेश करता है और नियत वेग के साथ गति करता है और मुक्त होने के 4 s बाद टैंक के तल तक पहुंच जाता है,  $d$  का मान है : ( $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ )



- A) 34.3 m
- B) 19.8 m
- C) 38.2 m
- D) 29.4 m

उत्तर: 29.4 m

हल:



$s = ut + \frac{1}{2}at^2$  का उपयोग करने पर

प्रारंभ में,  $u = 0$  इसलिए  $A$  से  $B$  तक पहुंचने के लिए लिया गया समय,  $t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 4.9}{9.8}} = 1 \text{ s}$

अब,  $v^2 = u^2 + 2as$  का उपयोग करने पर, हमारे पास है

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 4.9} = 9.8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore t_2 = (4 - 1) \text{ s} = 3 \text{ s}$$

$$\therefore d = t_2 \times v = 3 \times 9.8 = 29.4 \text{ m}$$

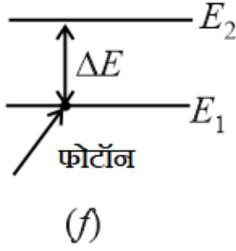
प्रश्न.20. एक इलेक्ट्रॉन, ' $E_1$ ' ऊर्जा वाली निम्न कक्षा से, ' $E_2$ ' ऊर्जा वाले उच्च कक्षा में  $f$  आवृत्ति के एक फोटॉन को अवशोषित करते हुए संक्रमण करता है, तब:

- A)  $f = \frac{(E_2 - E_1)}{h}$
- B)  $f = \frac{E_1 - E_2}{h}$
- C)  $f = \frac{E_1 + E_2}{h}$
- D)  $f = \frac{E_2 + E_1}{h}$

उत्तर:  $f = \frac{(E_2 - E_1)}{h}$



हल:



बोर मॉडल के अनुसार, जब इलेक्ट्रॉन एक कक्षा से दूसरी कक्षा में संक्रमण करता है, तो इसकी ऊर्जा निम्न रूप में दी जाती है:

$$\Delta E = E_{\text{अंतिम}} - E_{\text{प्रारम्भिक}} = hf$$

यहाँ,  $h$  प्लांक स्थिरांक है।

$$\text{तब, } f = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

प्रश्न.21. तीन आवेशित कणों, जिनमें से प्रत्येक का आवेश  $q$  है, एक उभयनिष्ठ बिंदु से धागे के माध्यम से निलंबित किए जाते हैं। साम्यावस्था की स्थिति में वे भुजा  $l$  का एक समबाहु त्रिभुज बनाते हैं। आवेशों में से किसी एक पर स्थिरवैद्युत बल है:

A)  $\frac{\sqrt{3}q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2}$

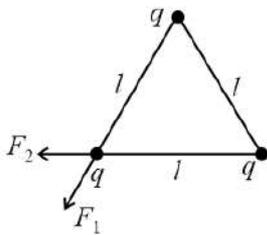
B)  $\frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2}$

C)  $\frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 l^2}$

D)  $\frac{2\sqrt{3}q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2}$

उत्तर:  $\frac{\sqrt{3}q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2}$

हल:



$$\text{हमें प्राप्त है: } F_1 = F_2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2} = F$$

परिणामी स्थिरवैद्युत बल,

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos 60^\circ}$$

$$= \sqrt{F^2 + F^2 + \left(2F^2 \times \frac{1}{2}\right)} = \sqrt{3F^2}$$

$$\Rightarrow F_R = \sqrt{3} \times \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2}$$



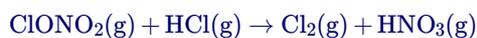
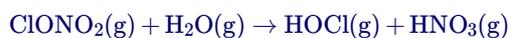
## सेक्शन B: रसायन विज्ञान

प्रश्न.1. क्लोरीन नाइट्रेट जल - अपघटन पर  $\text{HNO}_3$  के साथ-साथ X का उत्पादन करता है और क्लोरीन नाइट्रेट  $\text{HCl}$  के साथ अभिक्रिया पर  $\text{HNO}_3$  के साथ-साथ Y का उत्पादन करता है। X और Y क्रमशः हैं:

- A)  $\text{HOCl}$ ,  $\text{HClO}_2$
- B)  $\text{HOCl}$ ,  $\text{Cl}_2$
- C)  $\text{HCl}$ ,  $\text{Cl}_2$
- D)  $\text{HOCl}$ ,  $\text{HClO}_3$

उत्तर:  $\text{HOCl}$ ,  $\text{Cl}_2$

हल: अभिक्रियाएँ हैं:



X और Y क्रमशः  $\text{HOCl}$  और  $\text{Cl}_2$  हैं।

प्रश्न.2. स्तंभ I में उपस्थित अम्ल मूलकों का, स्तंभ II में उनके अभिलाक्षणिक प्रेक्षण के साथ मिलान कीजिए।

	स्तंभ I		स्तंभ II
i	$\text{CO}_3^{2-}$	P	तीव्र बुदबुदाहट
ii	$\text{NO}_3^-$	Q	श्वेत अवक्षेप
iii	$\text{SO}_4^{2-}$	R	भूरी वलय
iv	$\text{S}^{2-}$	S	सड़े हुए अंडे की गंध

- A) i - S, ii - R, iii - Q, iv - P
- B) i - P, ii - Q, iii - R, iv - S
- C) i - P, ii - R, iii - Q, iv - S
- D) i - P, ii - R, iii - S, iv - Q

उत्तर: i - P, ii - R, iii - Q, iv - S

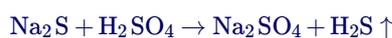


**हल:** जब कार्बोनेट लवण की अल्प मात्रा को तनु  $H_2SO_4$  या तनु  $HCl$  के साथ उपचारित किया जाता है, तो तीव्र बुदबुदाहट के साथ एक रंगहीन, गंधहीन गैस ( $CO_2$ ) मुक्त होती है।

जब निम्नलिखित लवणों की कम मात्रा को तनु  $H_2SO_4$  या तनु  $HCl$  के साथ उपचारित किया जाता है, तो निम्नलिखित प्रेक्षण देखे जाते हैं-

कार्बोनेट लवण ( $CO_3^{2-}$ )	$CO_2$ गैस का बुदबुदाहट के साथ मुक्त होना, $CO_3^{2-} + H_2SO_4 \rightarrow SO_4^{2-} + H_2O + CO_2 \uparrow$
सल्फाइड लवण ( $S^{2-}$ )	सड़े हुए अंडे की गंध के साथ एक रंगहीन गैस ( $H_2S$ )

जब निम्न कम मात्रा में होता है-

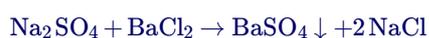


जब एक शुष्क परखनली में लवण को सांद्र  $H_2SO_4$  के साथ उपचारित किया जाता है, तो निम्नलिखित प्रेक्षण प्राप्त किए गए-

नाइट्रेट ( $NO_3^-$ ) लवण	एक हल्की भूरी गैस जिसमें तीक्ष्ण गंध विकसित होती है।
---------------------------	--

भूरे रंग केवल परीक्षण का उपयोग करके  $NO_3^-$  की पुष्टि की जाती है।

$SO_4^{2-}$  (सल्फेट) लवण,  $BaCl_2$  के साथ अभिक्रिया करने पर  $BaSO_4$  का श्वेत अवक्षेप निर्मित होता है।



प्रश्न.3. निम्नलिखित उपसहसंयोजन संकुलों को उनके चुंबकीय आघूर्ण के बढ़ते क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

(i) $[Fe(CN)_6]^{3-}$
(ii) $[FeF_6]^{3-}$
(iii) $[MnCl_6]^{3-}$
(iv) $[Mn(CN)_6]^{3-}$

A)  $i < ii < iii < iv$

B)  $i < iv < iii < ii$

C)  $iv < ii < i < iii$

D)  $ii < i < iv < iii$

**उत्तर:**  $i < iv < iii < ii$



**हल:**  $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$  में,  $\text{Fe}^{+3}$  का विन्यास  $3d^5$  है और इसमें प्रबल क्षेत्र लिगेंड है, इसलिए आंतरिक कक्षक संकुल का निर्माण होगा।

$$n = 1$$

$$M = \sqrt{3}$$

$[\text{Fe}(\text{F})_6]^{3-}$  में,  $\text{Fe}^{+3}$  का विन्यास  $3d^5$  है और दुर्बल क्षेत्र लिगेंड है, इसलिए बाह्य कक्षक संकुल का निर्माण होता है।

$$n = 5$$

$$M = \sqrt{35}$$

$[\text{Mn}(\text{Cl})_6]^{3-}$  में,  $\text{Mn}^{+3}$  का विन्यास  $3d^4$  है और Cl एक दुर्बल क्षेत्र लिगेंड है, इसलिए बाह्य कक्षक संकुल का निर्माण होगा।

$$n = 4$$

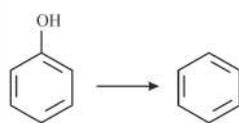
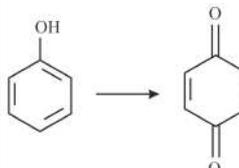
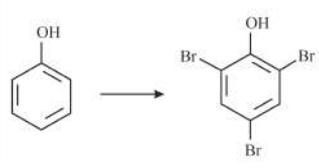
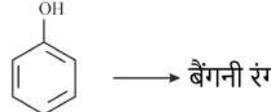
$$M = \sqrt{24}$$

$[\text{Mn}(\text{CN})_6]^{3-}$  में,  $\text{Mn}^{3+}$  का विन्यास  $3d^4$  है और इसमें एक प्रबल क्षेत्र लिगेंड है, इसलिए आंतरिक कक्षक संकुल का निर्माण होगा।

$$n = 2$$

$$M = \sqrt{8}$$

प्रश्न.4.

	स्तंभ I		स्तंभ II
(i)		(P)	$\text{Na}_2\text{Cr}_2\text{O}_7/\text{H}^+$
(ii)		(Q)	Zn
(iii)		(R)	$\text{FeCl}_3$
(iv)		(S)	$\text{Br}_2/\text{H}_2\text{O}$

A) (i) - (Q); (ii) - (P); (iii) - (S); (iv) - (R)

B) (i) - (P); (ii) - (Q); (iii) - (R); (iv) - (S)

C) (i) - (Q); (ii) - (R); (iii) - (S); (iv) - (P)

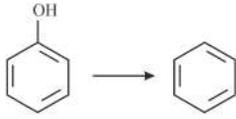
D) (i) - (R); (ii) - (S); (iii) - (P); (iv) - (Q)

**उत्तर:** (i) - (Q); (ii) - (P); (iii) - (S); (iv) - (R)

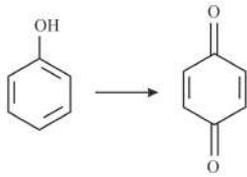


हल: (i) - (Q); (ii) - (P); (iii) - (S); (iv) - (R)

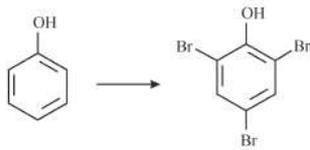
फीनॉल का अपचयन, Zn धातु की उपस्थिति में होता है।



$\text{Na}_2\text{Cr}_2\text{O}_7/\text{H}^+$  जैसे ऑक्सीकारक की उपस्थिति में फीनॉल का ऑक्सीकरण बेन्जोक्विनोन में होता है।



2, 4, 6-ट्राइब्रोमोफीनॉल प्राप्त करने के लिए  $\text{Br}_2/\text{H}_2\text{O}$  के साथ फीनॉल का ब्रोमीन होता है।



फीनॉल,  $\text{FeCl}_3$  के साथ बैंगनी रंग देता है।

प्रश्न.5. कथन 1 : गोल्ड केनिष्कर्षण में, निर्मित सायनाइड संकुल में गोल्ड की ऑक्सीकरण अवस्था +3 होती है।

कथन 2 : जब सायनाइड संकुल को जिंक के साथ उपचारित किया जाता है, तो Zn, +2 अवस्था में ऑक्सीकृत हो जाता है।

- A) कथन 1 और कथन 2 दोनों सही हैं।  
B) कथन 1 सही है लेकिन कथन 2 गलत है।  
C) कथन 1 गलत है लेकिन कथन 2 सही है।  
D) कथन 1 और कथन 2 दोनों गलत हैं।

उत्तर: कथन 1 गलत है लेकिन कथन 2 सही है।

हल:  $4 \text{Au}(\text{s}) + 8 \text{CN}^-(\text{aq}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{aq}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 4[\text{Au}(\text{CN})_2]^- (\text{aq}) + 4 \text{OH}^-(\text{aq})$

संकुल में गोल्ड की ऑक्सीकरण अवस्था +1 है।

$2[\text{Au}(\text{CN})_2]^- (\text{aq}) + \text{Zn}(\text{s}) \rightarrow 2 \text{Au}(\text{s}) + [\text{Zn}(\text{CN})_4]^{2-} (\text{aq})$

संकुल में जिंक की ऑक्सीकरण अवस्था +2 है।

प्रश्न.6. जब अमोनियम क्लोराइड, सोडियम नाइट्राइट के साथ अभिक्रिया करता है, तो कौन सी गैस मुक्त होती है?

- A)  $\text{NH}_3$   
B)  $\text{N}_2$   
C)  $\text{Cl}_2$   
D)  $\text{N}_2\text{O}$

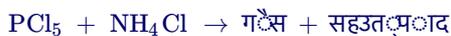
उत्तर:  $\text{N}_2$



**हल:** प्रयोगशाला में, सोडियम नाइट्राइट के साथ अमोनियम क्लोराइड के जलीय विलयन का उपचार करके डाइनाइट्रोजन को तैयार किया जाता है।



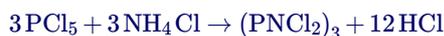
प्रश्न.7. निम्नलिखित अभिक्रिया में निकलने वाली गैस है:



- A)  $\text{NCl}_3$
- B)  $\text{PCl}_3$
- C)  $\text{HCl}$
- D)  $\text{N}_2$

**उत्तर:**  $\text{HCl}$

**हल:** फॉस्फोरस (V) क्लोराइड अमोनियम क्लोराइड के साथ अभिक्रिया इस प्रकार है:



फॉस्फोरस (V) क्लोराइड, अमोनियम क्लोराइड के साथ अभिक्रिया करके पॉली (डाइक्लोरोफॉस्फाजीन) का उत्पादन करता है। यह अभिक्रिया, द्रव टेट्राक्लोरोएथेन में  $135^\circ\text{C}$  के समीपवर्ती ताप पर होती है।

प्रश्न.8. निम्नलिखित का मिलान कीजिए?

	स्तंभ I		स्तंभ II
a	प्रशांतक	1	दर्द को कम करता है।
b	पीड़ाकारी	2	अम्लता को कम करता है।
c	प्रतिअम्ल	3	ज्वर को कम करता है।
d	ज्वररोधी	4	तनाव को कम करता है।

- A) a - 4, b - 1, c - 2, d - 3
- B) a - 1, b - 4, c - 3, d - 2
- C) a - 2, b - 4, c - 1, d - 3
- D) a - 4, b - 1, c - 3, d - 2

**उत्तर:** a - 4, b - 1, c - 2, d - 3

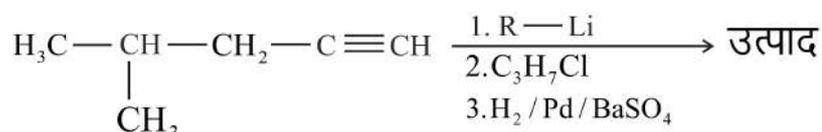
**हल:** दर्दनाशक चेतना की हानि, मानसिक भ्रम, असंयम, पक्षाघात या तंत्रिका तंत्र की कुछ अन्य गड़बड़ी पैदा किए बिना दर्द को कम या समाप्त कर देता है।

प्रशांतक रासायनिक यौगिकों का एक वर्ग है, जिसका उपयोग तनाव, और हल्के या गंभीर मानसिक रोगों के उपचार के लिए किया जाता है। ये अच्छे स्वास्थ्य की भावना को प्रेरित करके चिंता, तनाव, चिड़चिड़ापन या उत्तेजना को दूर करते हैं। वे नींद की गोलियों का एक अनिवार्य घटक बनाते हैं।

अम्लता के उपचार के लिए प्रतिअम्ल का उपयोग किया जाता था, जैसे सोडियम हाइड्रोजन कार्बोनेट या ऐलुमिनियम और मैग्नीशियम हाइड्रॉक्साइड का मिश्रण। हालांकि अत्यधिक हाइड्रोजन कार्बोनेट पेट को क्षारीय बना सकता है और अधिक अम्ल के उत्पादन को भी प्रेरित कर सकता है।

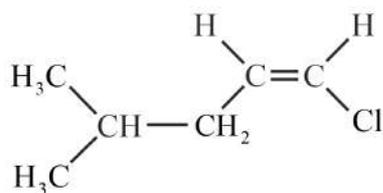
ज्वरनाशक एक ऐसा पदार्थ है जो बुखार को कम करता है। ज्वरनाशक हाइपोथैलेमस को तापमान में प्रोस्टाग्लैंडीन-प्रेरित वृद्धि को ओवरराइड करने का कारण बनता है।

प्रश्न.9. निम्नलिखित अभिक्रिया का उत्पाद है:

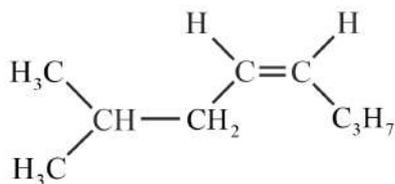




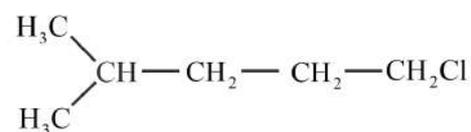
A)



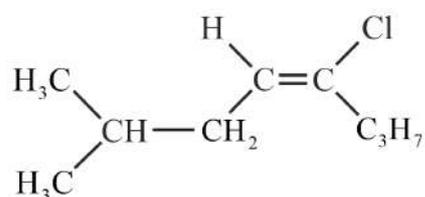
B)



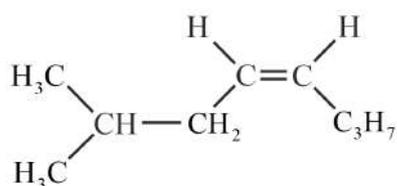
C)



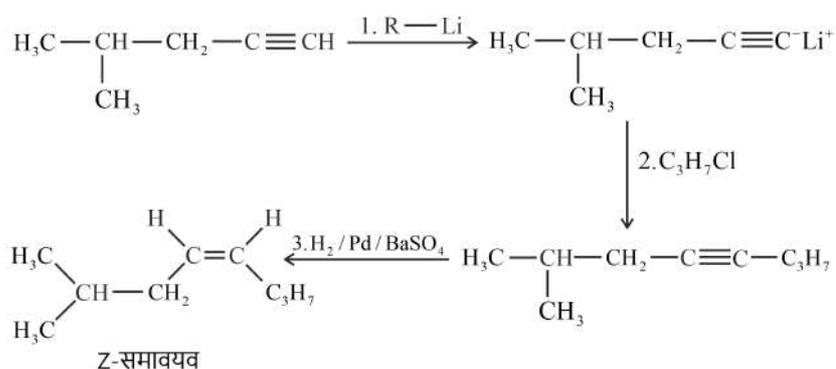
D)



उत्तर:



हल:



एल्काइन का उत्प्रेरक हाइड्रोजनीकरण सिन योजन अभिक्रिया है, इसलिए Z - समावयवी का निर्माण होता है।

प्रश्न.10. बढ़ते हुए अंतरा - अणुक हाइड्रोजन बंध सामर्थ्य का सही क्रम है:

A)  $\text{CH}_4 < \text{NH}_3 < \text{HCN}$



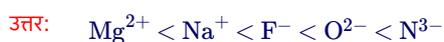
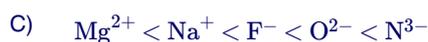
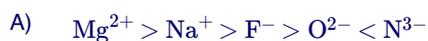
हल: अंतरा - अणुक हाइड्रोजन बंध सामर्थ्य, तत्व की इलेक्ट्रॉन ऋणात्मकता और हाइड्रोजन परमाणु के बीच अंतर के सीधे समानुपाती होता है।

sp-संकरित कार्बन में N परमाणु की तुलना में अधिक विद्युत ऋणात्मकता होती है।

इसलिए अंतरा - अणुक हाइड्रोजन बंध सामर्थ्य का सही क्रम है:

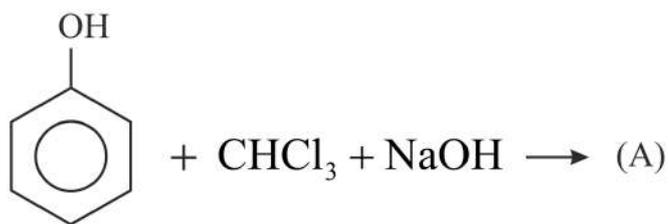


प्रश्न.11.  $\text{N}^{3-}$ ,  $\text{Na}^+$ ,  $\text{F}^-$ ,  $\text{Mg}^{2+}$  और  $\text{O}^{2-}$  के आयनिक आकार का सही क्रम है -



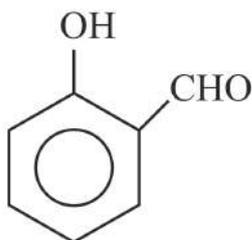
हल: ये सभी समइलेक्ट्रॉनिक स्पीशीज हैं। स्पीशीज पर जितना अधिक ऋणात्मक आवेश होता है, उस आयन का आकार उतना ही अधिक होता है और स्पीशीज पर धनात्मक आवेश जितना अधिक होता है, उस आयन का आकार उतना ही कम होता है।

प्रश्न.12.



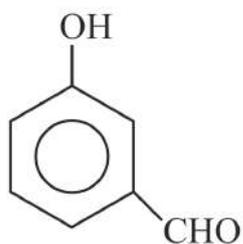
उपरोक्त अभिक्रिया में प्राप्त उत्पाद (A) है:-

A)

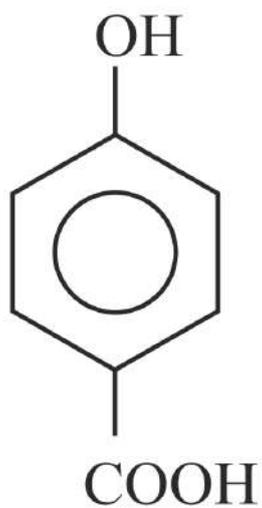




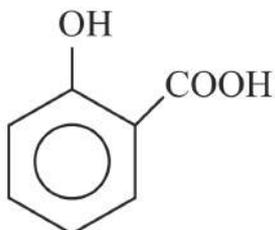
B)



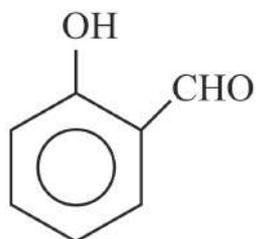
C)



D)



उत्तर:

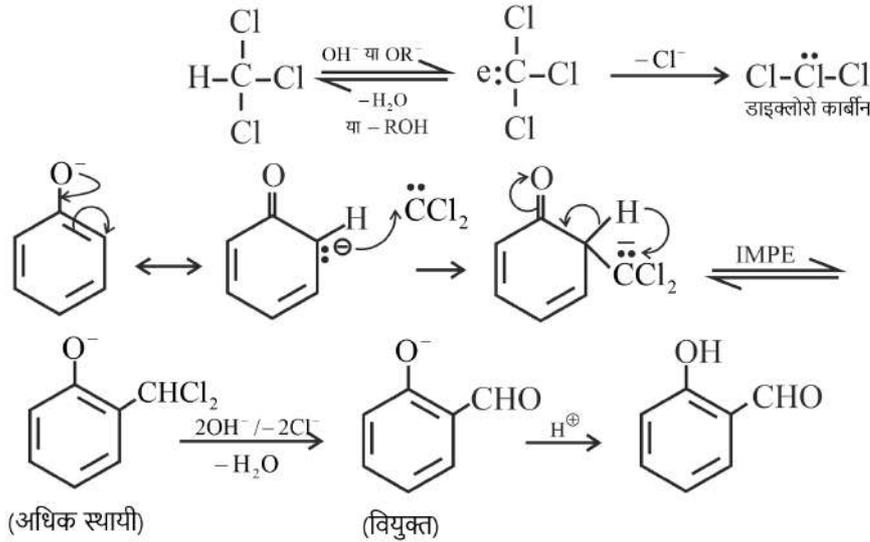




**हल:** यह अभिक्रिया राइमर - टीमन अभिक्रिया है, जिसमें ऑर्थो स्थिति पर फीनॉल का फार्मिलन होता है और सैलिसिलैल्डिहाइड का निर्माण होता है। जब फीनॉल, क्लोरोफॉर्म और प्रबल क्षार के साथ अभिक्रिया करता है, तो सैलिसिलैल्डिहाइड का निर्माण होता है।

इस अभिक्रिया में, डाइक्लोरो कार्बोन मध्यवर्ती के रूप में निर्मित होता है।

यह अभिक्रिया इलेक्ट्रॉनरागी प्रतिस्थापन का उदाहरण है, जिसमें डाइक्लोरो कार्बोन इलेक्ट्रॉनस्नेही के रूप में कार्य करता है।

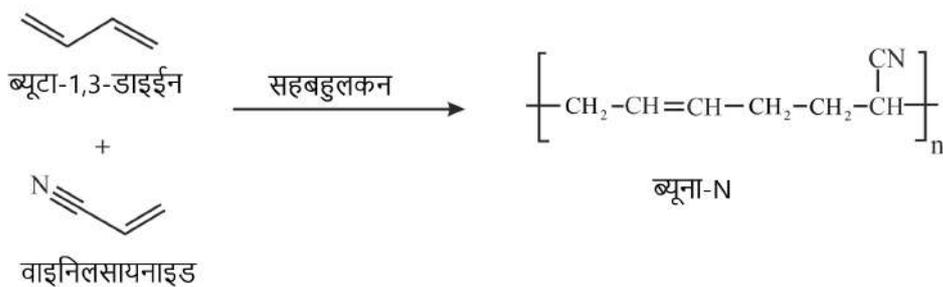


प्रश्न.13. ब्यूना - N के बारे में निम्नलिखित में से कौन सा कथन सही है?

- A) ब्यूना - N के एकलक स्टाइरीन और ब्यूटाडाईन हैं।
- B) ब्यूना - N के एकलक ब्यूटाडाईन और वाइनिलसायनाइड हैं।
- C) ब्यूना - N एक संघनन बहुलकीकरण है।
- D) ब्यूना - N एक प्राकृतिक रबर है।

**उत्तर:** ब्यूना - N के एकलक ब्यूटाडाईन और वाइनिलसायनाइड हैं।

**हल:** ब्यूना-N का निर्माण ब्यूटाडाईन और वाइनिलसायनाइड के सहबहुलकन द्वारा होता है।



प्रश्न.14. 0.05 M NaOH विलयन के pH की गणना कीजिए।

- A) 1.3
- B) 12.7
- C) 5
- D) 9



उत्तर: 12.7

हल: NaOH की सांद्रता दी गई है - 0.05M

$$[\text{OH}^-] = 0.05 = 5 \times 10^{-2}$$

$$\text{pOH} = -\log [\text{OH}^-]$$

$$= -\log (5 \times 10^{-2}) = -0.699 + 2$$

$$= 1.3010$$

$$\text{pH} = 14 - \text{pOH}$$

$$= 14 - 1.3010 = 12.699$$

प्रश्न.15. जब BeO, अमोनिया की उपस्थिति में HF के साथ अभिक्रिया करता है, तो एक यौगिक A निर्मित होता है, जिसे गर्म करने पर अमोनियम फ्लोराइड के साथ एक यौगिक B निर्मित होता है। यौगिक B में Be की ऑक्सीकरण अवस्था है:

A) +2

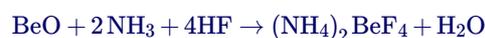
B) +1

C) +3

D) 0

उत्तर: +2

हल: अमोनिया की उपस्थिति में HF के साथ अभिक्रिया पर BeO,  $(\text{NH}_4)_2\text{BeF}_4$  का निर्माण करता है, जिसे गर्म करने पर अमोनियम फ्लोराइड के साथ  $\text{BeF}_2$  का निर्माण होता है।



$\text{BeF}_2$  में Be की ऑक्सीकरण अवस्था +2 है।

प्रश्न.16. क्वान्टम संख्याओं के निम्नलिखित समूहों में से कितने संभव हैं?

S. No.	n	l	m
1)	3	3	-2
2)	3	2	+1
3)	3	2	-2
4)	3	3	-1

A) 1, 2, 3

B) 1, 4

C) 2, 3, 4

D) 2, 3

उत्तर: 2, 3



**हल:** किसी दिए गए 'n' मान के लिए l का मान 0 से (n - 1) तक होगा और दिए गए 'l' मान के लिए m का मान -m से +m तक होगा।

n = 3 के लिए, l = 3 संभव नहीं है, क्योंकि n और m के मान समान हैं।

अतः समुच्चय 1, 4 संभव नहीं हैं।

यदि n = 3 में, l में 0 से 2 मान हो सकते हैं और 'm' में -2 से +2 मान हो सकते हैं।

अतः समुच्चय 2 और 3 संभव हैं।

प्रश्न.17. **अभिकथन** : फ्लोरीन केवल एक ऑक्सो अम्ल का निर्माण करता है।

**कारण** : फ्लोरीन सभी हैलोजन में से सबसे छोटा और सबसे अधिक विद्युत ऋणात्मक है।

- A) कथन और कारण दोनों ही सही हैं और कारण, कथन की सही व्याख्या है।  
B) अभिकथन और कारण दोनों सही हैं लेकिन कारण, अभिकथन की सही व्याख्या नहीं है।  
C) अभिकथन सही है और कारण गलत है।  
D) कथन गलत है और कारण सही है।

**उत्तर:** कथन और कारण दोनों ही सही हैं और कारण, कथन की सही व्याख्या है।

**हल:** उच्च विद्युत ऋणात्मकता और छोटे आकार के कारण, फ्लोरीन केवल एक ऑक्सोअम्ल का निर्माण करता है। अन्य हैलोजन कई ऑक्सोअम्लों का निर्माण करते हैं।

प्रश्न.18. 4d कक्षक में कोणीय और त्रिज्य नोड की संख्या क्रमशः है:

- A) 2, 2  
B) 2, 1  
C) 1, 2  
D) 3, 2

**उत्तर:** 2, 1

**हल:** एक कक्षक के लिए कोणीय नोड की संख्या उनके l मान के बराबर होती है,

l = द्विगुणीय क्वान्टम संख्या

त्रिज्य नोड की संख्या = n - l - 1

n = मुख्य क्वान्टम संख्या

4d कक्षक में कोणीय नोड = 2

चूँकि d कक्षक का 'l' मान = 2

त्रिज्य नोड = n - l - 1

= 4 - 2 - 1 = 1

इसलिए, विकल्प B सही है।

प्रश्न.19. हैलोजन के आकलन की केरियस विधि में, एक कार्बनिक यौगिक के 0.25 g से 0.40 g AgCl प्राप्त होता है। यौगिक में क्लोरीन का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

- A) 40  
B) 32  
C) 60  
D) 26



उत्तर: 40

हल: कार्बनिक यौगिक में क्लोरीन का प्रतिशत =

$$\frac{\text{क्लोरीन का परमाणुद्रव्यमान X निर्मित AgCl का द्रव्यमान X 100}}{\text{AgCl का आणविक द्रव्यमान X कार्बनिक यौगिक का भार}}$$

कार्बनिक यौगिक का द्रव्यमान = 0.25 g

निर्मित AgCl का द्रव्यमान = 0.40 g

$$\text{कार्बनिक यौगिक में Cl का द्रव्यमान} = \frac{0.40 \times 35.5}{143.5 \times 0.25}$$

यौगिक में Cl का प्रतिशत

$$= \frac{0.40 \times 35.5}{143.5 \times 0.25} \times 100$$

$$= 39.58\%$$

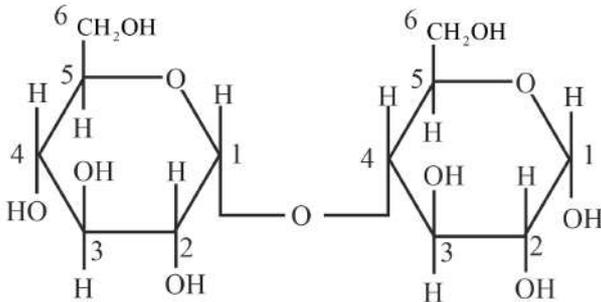
प्रश्न.20. कथन I : माल्टोस दो  $\alpha$  - D-ग्लूकोस इकाइयों से बना होता है, जिसमें एक ग्लूकोस का C - 1 दूसरे ग्लूकोस इकाई के C - 4 भाग से जुड़ा होता है।

कथन II : माल्टोस  $\alpha$  - D-ग्लूकोस और  $\beta$  - D-ग्लूकोस से बना होता है, जिसमें  $\alpha$  - D-ग्लूकोस का C - 1,  $\beta$  - D-ग्लूकोस के C - 6 से जुड़ा होता है।

- A) कथन I सही है और कथन II गलत है।  
 B) कथन I गलत है और कथन II सही है।  
 C) दोनों कथन सही हैं।  
 D) दोनों कथन गलत हैं।

उत्तर: कथन I सही है और कथन II गलत है।

हल:



माल्टोस, दो  $\alpha$  - D-ग्लूकोस इकाइयों से बना होता है, जिसमें एक ग्लूकोस का C - 1, एक अन्य ग्लूकोस इकाई के C - 4 से जुड़ा होता है।

माल्टोस एक शर्करा है, जो एक साथ जुड़े दो ग्लूकोस अणुओं से बनी होती है। यह बीज और पौधों के अन्य भागों में निर्मित होता है, क्योंकि ये अंकुरित होने के लिए अपनी संग्रहित ऊर्जा को तोड़ देते हैं। इस प्रकार, अनाज, कुछ फल और शकरकंद जैसे खाद्य पदार्थों में प्राकृतिक रूप से इस शर्करा की उच्च मात्रा होती है।

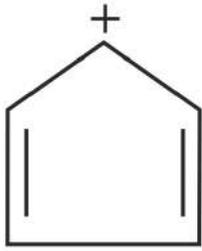
प्रश्न.21. निम्नलिखित में से सबसे अधिक स्थायी कार्बधनायन है -

A)

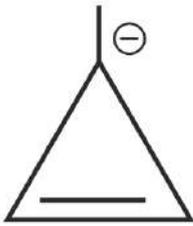




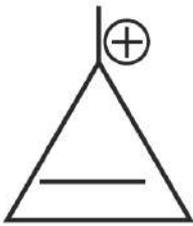
B)



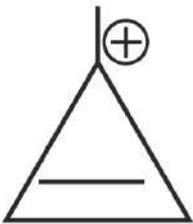
C)



D)



उत्तर:

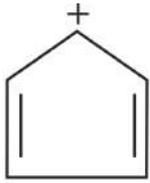




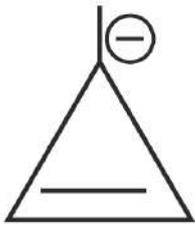
हल:



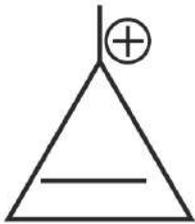
उपरोक्त संरचना में  $4\pi$  इलेक्ट्रॉन हैं, पूरी तरह से संयुग्मित नहीं है, इसलिए गैर - ऐरोमैटिक और अस्थायी है।



उपरोक्त संरचना समतलीय और पूर्ण रूप से संयुग्मी  $4\pi$  इलेक्ट्रॉन हैं, इसलिए प्रति - ऐरोमैटिक और अत्यधिक अस्थायी है।



उपरोक्त संरचना में  $4\pi$  इलेक्ट्रॉन, संयुग्मी और समतलीय है, इसलिए यौगिक प्रति - ऐरोमैटिक और अत्यधिक अस्थायी है।



उपरोक्त संरचना में  $2\pi$  इलेक्ट्रॉन, संयुग्मी, समतलीय चक्रीय, हकल केनियम  $(4n + 2)\pi$  को संतुष्ट करता है। इसलिए, यह ऐरोमैटिक और अत्यधिक स्थायी है।

प्रश्न.22.  $\text{PCl}_5$  के बारे में सही कथन है/हैं:

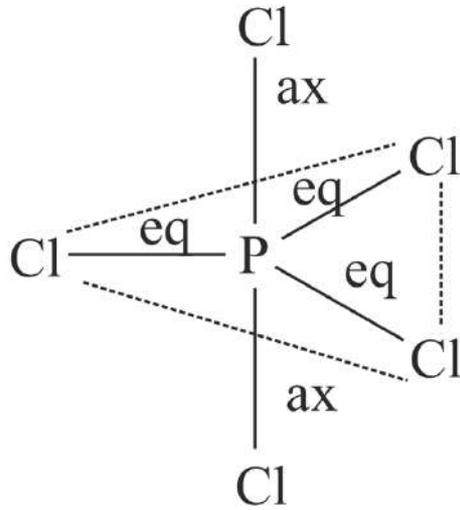
- (a)  $\text{PCl}_5$  त्रिकोणीय द्वि-पिरामिडीय ज्यामिति में है।
- (b) अक्षीय बंध, विषुवतीय बंधों की तुलना में अधिक प्रबल होते हैं।
- (c) सभी निरक्षीय बंध समान तल में होते हैं।
- (d)  $\text{PCl}_5$ ,  $sp^3d$  संकरण को दर्शाता है।

- A) a, b और c
- B) a, b और d
- C) a, c और d
- D) b, c और d



उत्तर: a, c और d

हल:



$sp^3d$  संकरण

अक्षीय बंध, निरक्षीय बंध की तुलना में लंबे होते हैं। अक्षीय बंध, निरक्षीय बंध की तुलना में दुर्बल होते हैं। सभी निरक्षीय बंध समान तल में होते हैं।

प्रश्न.23. एक विद्युत रासायनिक सेल Pt,  $H_2|H^+||Ag^+|Ag$  पर विचार कीजिए,

दिया गया है,  $E^0_{Ag^+/Ag} = +0.80 V$ ,

उपरोक्त निरूपित सेल के लिए  $\Delta G^\circ$  का मान  $-x kJ$  है, तब निकटतम पूर्णांक में  $x$  का मान है:

- A) 77
- B) 47
- C) 80
- D) 67

उत्तर: 77

हल:

$$\begin{aligned}\Delta G^0 &= -nFE^0 \\ &= -1 \times 96500 \times 0.80 \\ &= -77200 J \\ &= -77.2 \\ &= -77 kJ\end{aligned}$$

प्रश्न.24. शुद्ध जल का क्वथनांक 373.15 K होता है। यह 373.535 K में परिवर्तित हो जाता है, जब एक अवाष्पशील और विद्युत-अनपघट्य विलेय के  $2.5 \times 10^{-3} Kg$  को  $7.5 \times 10^{-2} Kg$  जल में मिलाया जाता है।  $g/mL$  में विलेय का आण्विक द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

$K_{b(H_2O)} = 0.52 K Kg mol^{-1}$  [निकटतम पूर्णांक तक सन्निकटित कीजिए]

- A) 90
- B) 3
- C) 45



D) 22.5

उत्तर: 45

हल:  $\Delta T_b = iK_b m$

$$m = \frac{2.5}{M} \times \frac{1000}{75}$$

$$\Delta T_b = 373.535 - 373.15 = 0.385 \text{ K}$$

$$0.385 = 1 \times 0.52 \times \frac{2.5 \times 1000}{M \times 75}$$

$$M = 45 \text{ g/ml}$$

प्रश्न.25. निम्नलिखित में से किस तत्व के लिए  $E^\circ_{M^{2+}/M}$  का मान उच्चतम है?

A) Ni

B) Mn

C) Cu

D) Fe

उत्तर: Cu

हल:  $E^\circ_{Cu^{2+}/Cu} = +0.34 \text{ V}$

$E^\circ_{Ni^{2+}/Ni} = -0.25 \text{ V}$

$E^\circ_{Mn^{2+}/Mn} = -1.18 \text{ V}$

$E^\circ_{Fe^{2+}/Fe} = -0.44 \text{ V}$



## सेक्शन C: गणित

प्रश्न.1.  $\cot\left(\sum_{n=1}^{50} \tan^{-1}\left(\frac{1}{1+n+n^2}\right)\right)$  का मान है:

- A)  $\frac{25}{26}$
- B)  $\frac{3}{25}$
- C)  $\frac{26}{25}$
- D)  $\frac{3}{26}$

उत्तर:  $\frac{26}{25}$

हल: अब,  $\sum_{n=1}^{50} \tan^{-1}\left(\frac{1}{1+n+n^2}\right) = \sum_{n=1}^{50} \tan^{-1}\left(\frac{(n+1)-n}{1+n(n+1)}\right)$   
 $= \sum_{n=1}^{50} [\tan^{-1}(n+1) - \tan^{-1}n]$   
 $= \tan^{-1}51 - \tan^{-1}1 = \tan^{-1}\left(\frac{51-1}{1+51}\right)$   
 $= \tan^{-1}\left(\frac{50}{52}\right) = \cot^{-1}\left(\frac{26}{25}\right)$   
इसलिए,  $\cot\left(\sum_{n=1}^{50} \tan^{-1}\left(\frac{1}{1+n+n^2}\right)\right) = \cot\left(\cot^{-1}\frac{26}{25}\right) = \frac{26}{25}$

प्रश्न.2. यदि  $S = 2 + \frac{6}{7} + \frac{12}{7^2} + \frac{20}{7^3} + \dots$  है, तब  $4S$  का मान बराबर है:

- A)  $\left(\frac{7}{2}\right)^2$
- B)  $\left(\frac{7}{3}\right)^3$
- C)  $\frac{7}{3}$
- D)  $\left(\frac{7}{3}\right)^4$

उत्तर:  $\left(\frac{7}{3}\right)^3$



हल:  $S = 2 + \frac{6}{7} + \frac{12}{7^2} + \frac{20}{7^3} + \dots \dots (i)$

$$\frac{S}{7} = 0 + \frac{2}{7} + \frac{6}{7^2} + \frac{12}{7^3} + \frac{20}{7^4} + \dots \dots (ii)$$

समीकरण (ii) को समीकरण (i) में से घटाने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$\frac{6S}{7} = 2 + \frac{4}{7} + \frac{6}{7^2} + \frac{8}{7^3} + \dots \dots (iii)$$

$$\frac{6S}{49} = 0 + \frac{2}{7} + \frac{4}{7^2} + \frac{6}{7^3} + \dots \dots (iv)$$

समीकरण (iv) को समीकरण (iii) में से घटाने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$\left(\frac{6}{7} - \frac{6}{49}\right)S = 2 + \frac{2}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{2}{7^3} + \dots$$

$$\frac{36}{49}S = 2 \left(1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \dots \infty\right)$$

$$\Rightarrow S = 2 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{7}} \cdot \frac{49}{36}$$

$$\Rightarrow 4S = \left(\frac{7}{3}\right)^3$$

प्रश्न.3. यदि आंकड़ों 4, 5, 6, 6, 7, 8,  $x$ ,  $y$  का माध्य और प्रसरण क्रमशः 6 और  $\frac{9}{4}$  है, तब  $x^4 + y^2$  का संभावित मान बराबर है:

- A) 320
- B) 420
- C) 4114
- D) 2112

उत्तर: 320

हल: माध्य =  $\frac{4+5+6+6+7+8+x+y}{8} = 6$

$$\Rightarrow x + y = 12 \dots (1)$$

$$\text{प्रसरण} = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{4^2+5^2+6^2+6^2+7^2+8^2+x^2+y^2}{8} - (6)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 80 \dots (2)$$

समीकरण (1) और (2) को हल करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$x^2 + (12 - x)^2 = 80$$

$$\Rightarrow x^2 + 144 + x^2 - 24x = 80$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 24x + 64 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 4)(x - 8) = 0$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ या } 8$$

समीकरण (2) से, जब  $x = 4$ ,  $y = 8$  है और जब  $x = 8$ ,  $y = 4$  है।

$$\therefore x^4 + y^2 = 4^4 + 8^2 = 256 + 64 = 320$$

$$\text{(या)} x^4 + y^2 = 8^4 + 4^2 = 4096 + 16 = 4112$$



प्रश्न.4. यदि  $A_1, A_2, A_3, \dots$  और  $B_1, B_2, B_3, \dots$  दो समांतर श्रेणी (A.P) हैं और  $A_1 = 2, A_{10} = 3$  है तथा  $A_1B_1 = 1 = A_{10}B_{10}$  है, तो  $A_4B_4$  का मान है:

A)  $\frac{28}{27}$

B)  $\frac{28}{24}$

C)  $\frac{23}{26}$

D)  $\frac{22}{23}$

उत्तर:  $\frac{28}{27}$

हल: दिया गया है,  $A_1, A_2, A_3, \dots$  &  $B, B_2, B_3, \dots$  A.P में हैं।

साथ ही, यह भी दिया गया है,  $A_1 = 2, A_{10} = 3$

और  $A_1B_1 = 1 = A_{10}B_{10}$

इसलिए,  $B_1 = \frac{1}{A_1} = \frac{1}{2}$  और  $B_{10} = \frac{1}{A_{10}} = \frac{1}{3}$

अब  $n$ वें पद के सूत्र का उपयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$A_{10} = A_1 + 9d_A \Rightarrow 3 = 2 + 9d_A$$

$$\Rightarrow d_A = \frac{1}{9}$$

समान सूत्र का उपयोग करके हम प्राप्त करते हैं,

$$B_{10} = B_1 + 9d_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + 9d_B$$

$$\Rightarrow d_B = -\frac{1}{54}$$

अब,  $A_4B_4$  की गणना करने पर,

$$A_4B_4 = (A_1 + 3d_A)(B_1 + 3d_B)$$

$$= \left(2 + 3 \times \frac{1}{9}\right) \left(\frac{1}{2} + 3 \times \left(-\frac{1}{54}\right)\right)$$

$$= \frac{7}{3} \times \frac{8}{18} = \frac{56}{54} = \frac{28}{27}$$

प्रश्न.5. यदि वक्र  $(\tan^{-1}y - x)dy = (1 + y^2)dx$  बिंदु  $(1, 0)$  से होकर गुजरता है, तब  $y = \tan 1$  पर  $x$  का मान है:

A)  $\frac{1}{e}$

B)  $\frac{2}{e}$

C)  $\frac{3}{e}$

D)  $2e$

उत्तर:  $\frac{2}{e}$



**हल:**  $(\tan^{-1}y - x)dy = (1 + y^2)dx$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} + \left(\frac{1}{1+y^2}\right)x = \frac{\tan^{-1}y}{1+y^2}$$

समाकलन गुणक (I. F.) =  $e^{\int \frac{1}{1+y^2} dy} = e^{\tan^{-1}y}$

व्यापक हल होगा,

$$x \left( e^{\tan^{-1}y} \right) = \int e^{\tan^{-1}y} \times \frac{\tan^{-1}y}{1+y^2} dy$$

$$\Rightarrow x \left( e^{\tan^{-1}y} \right) = \tan^{-1}y \left( e^{\tan^{-1}y} \right) - e^{\tan^{-1}y} + C$$

चूँकि वक्र बिंदु  $(1,0)$  से होकर गुजरता है।

$$\Rightarrow C = 2$$

इसलिए, वक्र निम्न में परिवर्तित हो जाता है,

$$x \left( e^{\tan^{-1}y} \right) = \tan^{-1}y \left( e^{\tan^{-1}y} \right) - e^{\tan^{-1}y} + 2$$

जब  $y = \tan 1$  है, तब  $x(e) = 1(e) - e + 2$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{e}$$

प्रश्न.6. निम्नलिखित में से कौन-सा पुनरुक्ति है?

A)  $(\neg p \wedge q) \vee (p \vee \neg q)$

B)  $(p \rightarrow q) \vee q$

C)  $(p \leftrightarrow q) \wedge (p \wedge q)$

D)  $p \vee (p \leftrightarrow q)$

**उत्तर:**  $(\neg p \wedge q) \vee (p \vee \neg q)$

**हल:** हम जानते हैं कि  $p \vee \neg p$  एक पुनरुक्ति है और  $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

अर्थात्,  $\neg(\neg p \wedge q) \equiv p \vee \neg q$

इसलिए,  $(\neg p \wedge q) \vee (p \vee \neg q)$  एक पुनरुक्ति होगा।

प्रश्न.7. मान लीजिए कि एक  $2 \times 2$  आव्यूह  $A$  दिया गया है जिसकी प्रविष्टियों को समुच्चय  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  से इस प्रकार लिया जाता है कि सभी प्रविष्टियों का योगफल 2 और 6 (दोनों को छोड़कर) के बीच एक अभाज्य संख्या है, तो संभावित आव्यूहों  $A$  की संख्या है:

A) 76

B) 64

C) 72

D) 48

**उत्तर:** 76



**हल:** हमें 2 और 6 को छोड़कर समुच्चय  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  से प्रविष्टियां लेनी हैं, इसलिए, दो स्थितियाँ होंगी,

**स्थिति I:** जब प्रविष्टियों का योग 3 है -

प्रविष्टि  $(3, 0, 0, 0)$  या  $(2, 1, 0, 0)$  या  $(1, 1, 1, 0)$  होगी। बनने वाले आव्यूहों की संख्या  $= \frac{4!}{3!} + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{3!} = 20$

**स्थिति II:** जब प्रविष्टियों का योगफल 5 है:

प्रविष्टि  $(5, 0, 0, 0), (4, 1, 0, 0), (3, 2, 0, 0), (3, 1, 1, 0), (2, 2, 1, 0), (2, 1, 1, 1)$  होगी।

बनने वाले आव्यूहों की संख्या  $= \frac{4!}{3!} + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{3!} = 56$

स्थिति (I) और स्थिति (II) को जोड़ने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$20 + 56 = 76$$

प्रश्न.8. यदि  $A$  और  $B$  कोटि  $3 \times 3$  के आव्यूह हैं और  $AB = I, |A| = \frac{1}{8}$  है, तब  $|\text{adj}(B \cdot \text{adj } 2A)|$  का मान है:

- A) 128
- B) 32
- C) 64
- D) 102

**उत्तर:** 64

**हल:** दिया गया है,  $AB = I$  और  $|A| = \frac{1}{8}$

अब,  $\text{adj}(PQ) = (\text{adj } Q)(\text{adj } P)$  गुणधर्म का उपयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$|\text{adj}(B \cdot \text{adj } 2A)| = |\text{adj}(\text{adj } 2A)| |\text{adj } B| \quad \dots (i)$$

$$\text{अब, } |\text{adj}(\text{adj } 2A)| = |\text{adj } 2A|^2 = |2A|^4$$

$$= |2^3|^4 |A|^4 = (2^3)^4 |A|^4 = 8^4 |A|^4 \quad \dots (ii)$$

{गुणधर्म  $|\text{adj } A| = |A|^{n-1}$  और  $|kA| = k^n |A|$  का उपयोग किया गया है, जहाँ  $n$  आव्यूह की कोटि है।}

$$\text{अब, } |\text{adj } B| = |B|^2 \dots \dots \dots (iii)$$

अब समीकरण (ii) और (iii) के मान को समीकरण (i) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$|\text{adj}(B \cdot \text{adj } 2A)| = 8^4 |A|^4 |B|^2$$

अब  $|A| = \frac{1}{|B|}$  को  $AB = I$  के रूप में उपयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$|\text{adj}(B \cdot \text{adj } 2A)| = 8^4 |A|^4 \times \frac{1}{|A|^2} = 8^4 \times |A|^2 = 8^4 \times \frac{1}{8^2} = 64$$

प्रश्न.9.  $|z - (4 + 3i)| = 2$  और  $|z| + |z - 4| = 6$  को संतुष्ट करने वाली सम्मिश्र संख्याओं  $z$  की संख्या है:

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

**उत्तर:** 2

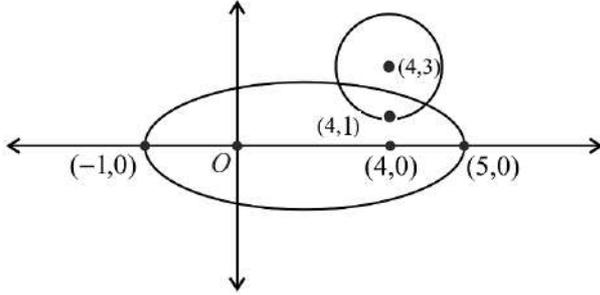


**हल:** स्पष्ट रूप से,  $|z - (4 + 3i)| = 2$  एक वृत्त को निरूपित करता है, जिसका केंद्र  $(4, 3)$  और त्रिज्या 2 इकाई है तथा  $|z| + |z - 4| = 6$  एक दीर्घवृत्त को निरूपित करता है, जिसकी नाभियाँ  $(0, 0)$  और  $(4, 0)$  हैं और शीर्ष  $(5, 0)$  और  $(-1, 0)$  हैं।

निरीक्षण कीजिए कि,  $z = (4 + i)$  वृत्त पर स्थित है और  $|4 + i| + |4 + i - 4| = 1 + \sqrt{17} < 6$  है,

अतः बिंदु  $z = (4 + i)$  दीर्घवृत्त के अंदर स्थित है।

इसलिए, वक्रों के आलेख आकृति में दिखाए गए अनुसार हैं।



उपरोक्त आरेख से यह स्पष्ट है कि दो सम्मिश्र संख्याएँ अस्तित्व में हैं जो दिए गए दोनों वक्रों को संतुष्ट करती हैं।

प्रश्न.10. यदि  $f(x) = \int_0^{x^2} \frac{t^2 - 5t + 4}{2 + e^t} dt$  है, तब स्थानीय उच्चिष्ठ और स्थानीय निम्निष्ठ के बिंदुओं की संख्या क्रमशः है:

- A) 2, 3
- B) 3, 2
- C) 1, 1
- D) 2, 1

**उत्तर:** 2, 3

**हल:** दिया गया है,  $f(x) = \int_0^{x^2} \frac{t^2 - 5t + 4}{2 + e^t} dt$

हम जानते हैं कि,

$$\frac{d}{dx} \int_{u(x)}^{v(x)} f(v) dx = f(v(x)) \frac{d}{dx} v(x) - f(u(x)) \frac{d}{dx} u(x)$$

उपरोक्त सूत्र का उपयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है,

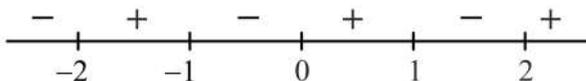
$$f'(x) = \left( \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{2 + e^{x^2}} \right) \cdot 2x$$

क्रांतिक बिंदुओं के लिए,  $f'(x) = 0$

$$\text{इसलिए, } \frac{x(x^2 - 1)(x^2 - 4)}{2 + e^{x^2}} = 0$$

$$\Rightarrow x(x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2) = 0$$

अब प्रथम अवकलज परीक्षण से, हमें प्राप्त होता है,



यहाँ उच्चिष्ठ के बिंदु  $\{-1, 1\}$  हैं और निम्निष्ठ के बिंदु  $\{-2, 0, 2\}$  हैं।

प्रश्न.11. निम्नलिखित में से किस समीकरण के लिए  $\sin 36^\circ$  एक मूल है?

- A)  $16x^4 - 20x^2 + 5 = 0$



B)  $16x^4 + 20x^2 + 5 = 0$

C)  $16x^4 - 20x^2 - 5 = 0$

D)  $x^4 + 20x^2 - 5 = 0$

**उत्तर:**  $16x^4 - 20x^2 + 5 = 0$

**हल:** हम जानते हैं कि,  $\sin 36^\circ = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

माना कि  $x = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$(4x)^2 = 10 - 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow 16x^2 = 10 - 2\sqrt{5}$$

पुनः वर्ग करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$(\sqrt{5})^2 = (5 - 8x^2)^2$$

$$\Rightarrow 5 = 25 + 64x^4 - 80x^2$$

$$\Rightarrow 16x^4 - 20x^2 + 5 = 0$$

प्रश्न.12. माना लीजिए  $f(x) = \frac{[1+x]+\alpha^{2[x]+(x)}+[x]-1}{2[x]+\{x\}}$  है, यदि  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \alpha - \frac{4}{3}$  है, तो  $\alpha$  का पूर्णांक मान बराबर है:

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

**उत्तर:** 3

**हल:**  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[1-h]+\alpha^{2[0-h]+(0-h)}+[0-h]-1}{2[0-h]+\{0-h\}}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1-1+\alpha^{2(-1)+1-h}-1-1}{2(-1)+1-h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\alpha^{-1-h}-2}{-1-h}$$

$$= \frac{\alpha^{-1}-2}{-1}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2 - \frac{1}{\alpha} = \alpha - \frac{4}{3} \text{ (दिया गया है)}$$

$$\Rightarrow \alpha + \frac{1}{\alpha} = 2 + \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha + \frac{1}{\alpha} = \frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}$$

$$\therefore \alpha = 3$$

प्रश्न.13. यदि  $f$  एक अवकलनीय फलन इस प्रकार है कि  $\int_{\cos x}^1 t^2 f(t) dt = \sin^3 x + \cos x$  है, तब  $\frac{1}{\sqrt{3}} f' \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$  का मान है:

A)  $6 - \frac{19}{\sqrt{2}}$



B)  $6 + \frac{9}{\sqrt{2}}$

C)  $6 - \frac{9}{\sqrt{2}}$

D)  $3 + \sqrt{2}$

उत्तर:  $6 - \frac{9}{\sqrt{2}}$

हल:  $\int_{\cos x}^1 t^2 f(t) dt = \sin^3 x + \cos x$

अवकलन करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$f(\cos x) \sin x \cdot \cos^2 x = 3 \sin^2 x \cos x - \sin x$$

$$f(\cos x) = 3 \tan x - \sec^2 x$$

पुनः अवकलन करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$-\sin x f'(\cos x) = 3 \sec^2 x - 2 \sec^2 x \tan x$$

जब  $\cos x = \frac{1}{\sqrt{3}}$  है, तब  $\sec x = \sqrt{3}$ ,  $\tan x = \sqrt{2}$  &  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$  है,

$$\text{फिर, } -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} f'\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 3 \times 3 - 2 \times 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} f'\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 6 - \frac{9}{\sqrt{2}}$$

प्रश्न.14. यदि परवलय का समीकरण, जिसका शीर्ष (5, 4) है और नियता का समीकरण  $3x + y - 29 = 0$  है,  $x^2 + ay^2 + bxy + cx + dy + e = 0$  है, तब  $(a + b + c + d + e)$  का मान है:

A) 711

B) -711

C) 576

D) -576

उत्तर: -576



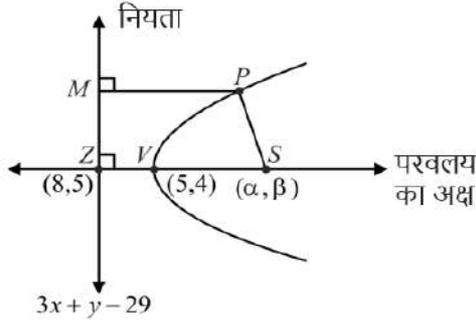
**हल:** दिया गया है: परवलय का समीकरण, जिसका शीर्ष  $(5, 4)$  है और नियता का समीकरण  $3x + y - 29 = 0$  है,  $x^2 + ay^2 + bxy + cx + dy + e = 0$  है।

माना नाभि  $(\alpha, \beta)$  है।

माना  $ZV$  का समीकरण जो  $3x + y - 29 = 0$  के लंबवत है,  $x - 3y + k = 0$  है, और और यह बिंदु  $(5, 4)$  से होकर गुजरता है। इसलिए,  $k = 7$  और  $ZV$  का समीकरण  $x - 3y + 7 = 0$  हो जाता है।

अब,  $3x + y - 29 = 0$  &  $x - 3y + 7 = 0$  का प्रतिच्छेदन बिंदु  $Z = (8, 5)$  है।

अब आरेख को आलेखित करने पर, हमें प्राप्त होता है,



इसलिए, बिंदु  $(5, 4)$  से  $3x + y - 29 = 0$  पर लंब का पाद  $(8, 5)$  है।

अब, मध्य बिंदु सूत्र का उपयोग करके हम परवलय की नाभि ज्ञात करेंगे,

$$\Rightarrow \frac{\alpha+8}{2} = 5, \frac{\beta+5}{2} = 4 \Rightarrow (\alpha, \beta) = (2, 3)$$

$\therefore$  नाभि  $(2, 3)$  है और नियता का समीकरण  $3x + y - 29 = 0$  है।

$(PS)^2 = (PM)^2$  को लागू करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = \frac{(3x+y-29)^2}{10}$$

$$\Rightarrow x^2 + 9y^2 - 6xy + 134x - 2y - 711 = 0$$

$x^2 + ay^2 + bxy + cx + dy + e = 0$  से तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$(a + b + c + d + e) = (9 - 6 + 134 - 2 - 711) = -576$$

प्रश्न.15. रेखाओं  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$  और  $\frac{x-5}{5} = \frac{y-3}{6} = \frac{z-2}{7}$  के बीच की न्यूनतम दूरी बराबर है:

A)  $\sqrt{43}$

B)  $\frac{43}{\sqrt{381}}$

C)  $\frac{43}{\sqrt{391}}$

D)  $\sqrt{381}$

**उत्तर:**  $\frac{43}{\sqrt{381}}$



हल: दी गई रेखाएँ  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$  और  $\frac{x-5}{5} = \frac{y-3}{6} = \frac{z-2}{7}$  हैं,

$$\text{माना } \vec{a}_1 = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}, \vec{a} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{a}_2 = 5\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}, \vec{b} = 5\hat{i} + 6\hat{j} + 7\hat{k}$$

$$\text{अब, } \vec{a}_2 - \vec{a}_1 = 4\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$$

$$(\vec{a}_2 - \vec{a}_1) \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \begin{vmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix} = -43$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix} = -4\hat{i} - 13\hat{j} + 14\hat{k}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{16 + 169 + 196} = \sqrt{381}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट न्यूनतम दूरी} = \frac{|(\vec{a}_2 - \vec{a}_1) \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|}{|\vec{a} \times \vec{b}|} = \frac{43}{\sqrt{381}}$$

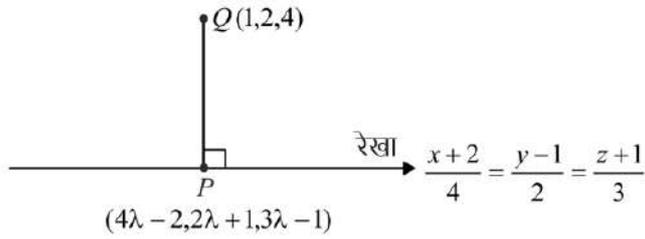
प्रश्न.16. यदि बिंदु  $(1, 2, 4)$  से, रेखा  $\frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$  पर लंब का पाद  $P$  है, तो समतल  $3x + 4y + 12z + 23 = 0$  से  $P$  की दूरी होगी,

- A)  $\frac{63}{13}$
- B)  $\frac{55}{13}$
- C)  $\frac{65}{13}$
- D)  $\frac{44}{13}$

उत्तर:  $\frac{65}{13}$



हल: माना बिंदु  $Q(1,2,4)$  से लंब का पाद  $P$  है।



$$\text{माना } \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3} = \lambda$$

$$\text{इसलिए, } x = 4\lambda - 2, y = 2\lambda + 1, z = 3\lambda - 1$$

तब बिंदु  $P$  के निर्देशांक  $(4\lambda - 2, 2\lambda + 1, 3\lambda - 1)$  होंगे।

अब  $QP$  के दिक् अनुपात

$$= \langle 4\lambda - 2 - 1, 2\lambda + 1 - 2, 3\lambda - 1 - 4 \rangle$$

$$= \langle 4\lambda - 3, 2\lambda - 1, 3\lambda - 5 \rangle$$

और रेखा के दिक् अनुपात  $\langle 4, 2, 3 \rangle$  होंगे।

अब  $PQ$  और रेखा लंबवत हैं,

$$\text{इसलिए, } 4(4\lambda - 3) + 2(2\lambda - 1) + 3(3\lambda - 5) = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = 1$$

$\lambda$  का मान  $P$  में रखने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$P \equiv (2, 3, 2)$$

$$\text{अब समतल } 3x + 4y + 12z + 23 = 0 \text{ से बिंदु } P(2, 3, 2) \text{ की दूरी} = \left| \frac{3 \times 2 + 4 \times 3 + 12 \times 2 + 23}{\sqrt{9 + 16 + 144}} \right| = \frac{65}{13} \text{ होगी।}$$

प्रश्न.17. किसी  $\alpha, \beta \in R$  के लिए,  $a = \alpha - i\beta$  है। यदि समीकरण  $4ix + (1+i)y = 0$  और  $8 \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) x + \bar{a}y = 0$  के निकाय के एक से अधिक हल हैं, तब  $\frac{\alpha}{\beta} =$

- A)  $2 - \sqrt{3}$
- B)  $2 + \sqrt{3}$
- C)  $-2 + \sqrt{3}$
- D)  $-2 - \sqrt{3}$

उत्तर:  $2 - \sqrt{3}$



**हल:** दिए गए समीकरणों के निकट के एक से अधिक हल हैं, तब इसके अपरिमित रूप से अनेक हल होने चाहिए।

$$\text{इसलिए, } \frac{4i}{8(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})} = \frac{1+i}{\alpha+i\beta} \quad \left( \because \frac{a}{a} = \alpha - i\beta \right)$$

$$\Rightarrow \frac{4i}{8(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2})} = \frac{1+i}{\alpha+i\beta}$$

$$\Rightarrow \alpha i - \beta = -1 - i + \sqrt{3}i - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow -\beta + \alpha i = (-1 - \sqrt{3}) + (-1 + \sqrt{3})i$$

$$\Rightarrow \alpha = -1 + \sqrt{3} \text{ \& } -\beta = -1 - \sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{\alpha}{\beta} = \frac{-1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \frac{-1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \times \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{-(1-\sqrt{3})^2}{1-3} = \frac{1+3-2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3}$$

प्रश्न.18.  $\int_0^1 \frac{dx}{7^{\lfloor \frac{x}{2} \rfloor}}$  का मान है: (जहाँ  $\lfloor \cdot \rfloor$  महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है)

A)  $1 - 6 \ln\left(\frac{6}{7}\right)$

B)  $1 + 6 \ln\left(\frac{6}{7}\right)$

C)  $1 - 7 \ln\left(\frac{6}{7}\right)$

D)  $1 + 7 \ln\left(\frac{6}{7}\right)$

**उत्तर:**  $1 + 6 \ln\left(\frac{6}{7}\right)$

**हल:**  $I = \int_0^1 \frac{dx}{7^{\lfloor \frac{x}{2} \rfloor}} = \int_0^1 \left(\frac{1}{7}\right)^{\lfloor \frac{x}{2} \rfloor} dx$

माना  $\frac{1}{7} = k \Rightarrow I = \int_0^1 k^{\lfloor \frac{x}{2} \rfloor} dx$

$$I = \int_0^1 k^{\lfloor \frac{x}{2} \rfloor} dx$$

$$\Rightarrow I = \int_{\frac{1}{2}}^1 k^{\lfloor \frac{x}{2} \rfloor} dx + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} k^{\lfloor \frac{x}{2} \rfloor} dx + \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{3}} k^{\lfloor \frac{x}{2} \rfloor} dx + \dots$$

$$\Rightarrow I = k \left(1 - \frac{1}{2}\right) + k^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + k^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots$$

$$\Rightarrow I = \left(k + \frac{k^2}{2} + \frac{k^3}{3} + \dots\right) - \frac{1}{k} \left(\frac{k^2}{2} + \frac{k^3}{3} + \dots\right)$$

$$\Rightarrow I = -\ln(1-k) - \frac{1}{k} [-\ln(1-k) - k]$$

$$\Rightarrow I = -\ln \frac{6}{7} - 7 \left[-\ln \frac{6}{7} - \frac{1}{7}\right] \quad \left(\because k = \frac{1}{7}\right)$$

$$\therefore I = 1 + 6 \ln \frac{6}{7}$$

प्रश्न.19. यदि  $y(x) = (x^x)^x$ ,  $x > 0$  है, तब  $x = 1$  पर  $\frac{d^2y}{dx^2} + 20$  का मान है:

A) 24



- B) 4  
C) 20  
D) -24

उत्तर: 24

हल: हमें प्राप्त है:  $y = (x^x)^x$

$$\Rightarrow y = x^{x^2} \quad \dots (i)$$

$$\Rightarrow \log_e(y) = \log_e(x^{x^2})$$

$$\Rightarrow \log_e(y) = x^2 \log_e(x)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = x^2 \left(\frac{1}{x}\right) + \log_e(x) (2x)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = y [x + 2x \log_e(x)] \quad \dots (ii)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = y \left[1 + 2 \frac{d}{dx}(x \log_e(x))\right] + [x + 2x \log_e(x)] \frac{dy}{dx}$$

$$= y \left[1 + 2 \left(x \left(\frac{1}{x}\right) + \log_e(x) (1)\right)\right] + [x + 2x \log_e(x)] \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = y [1 + 2(1 + \log_e(x))] + [x + 2x \log_e(x)] \frac{dy}{dx} \quad \dots (iii)$$

अब, समीकरण (i) से, जब  $x = 1$ ,  $y = 1$  है,

$$\text{साथ ही समीकरण (ii) से, } \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(1,1)} = 1 [1 + 0] = 1$$

$$\text{और समीकरण (iii) से, } \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{(1,1)} = 1(1 + 2 + 0) + (1 + 0)1 = 4$$

इसलिए,  $x = 1$  पर  $\frac{d^2y}{dx^2} + 20 = 4 + 20$  का मान 24 केबराबर है।

प्रश्न.20.

माना कि  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  एक समांतर चतुर्भुज के विकर्णों के अनुदिश दो सदिश हैं, जिसका क्षेत्रफल  $2\sqrt{2}$  है। साथ ही  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के बीच का कोण न्यून कोण है,  $|a| = 1$  और  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$  है। यदि  $\vec{c} = 2\sqrt{2} \left(\frac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a} \times \vec{b}|}\right) - 2\vec{b}$  है, तब  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  के बीच का कोण है:

- A)  $-\frac{\pi}{4}$   
B)  $\frac{5\pi}{6}$   
C)  $\frac{\pi}{3}$   
D)  $\frac{3\pi}{4}$

उत्तर:  $\frac{3\pi}{4}$



हल:  $\vec{c} = 2\sqrt{2}(\vec{a} \times \vec{b}) - 2\vec{b}$

इसलिए,  $\vec{b} \cdot \vec{c} = 2\sqrt{2}\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) - 2\vec{b} \cdot \vec{b} = -2|\vec{b}|^2 \dots (i)$

चूँकि  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ , इसलिए  $\vec{a}$  &  $\vec{b}$  के बीच का कोण  $\frac{\pi}{4}$  है,

अब, त्रिभुज का क्षेत्रफल  $2\sqrt{2}$  है,

अर्थात्,  $\frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|\sin\frac{\pi}{4} = 2\sqrt{2} \Rightarrow |\vec{b}| = 8$

समीकरण (i) से,  $\vec{b} \cdot \vec{c} = -128$

अब,  $|\vec{c}|^2 = |2\sqrt{2}(\vec{a} \times \vec{b}) - 2\vec{b}|^2$   
 $= 8|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + 4|\vec{b}|^2 - 8\sqrt{2}(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{b}$   
 $= 8 \times 32 + 4 \times 64 = 512$

इसलिए,  $\vec{b}$  &  $\vec{c}$  के बीच का कोण होगा

$$\cos^{-1}\left(\frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{b}||\vec{c}|}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{-128}{8 \times \sqrt{512}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{3\pi}{4}$$

