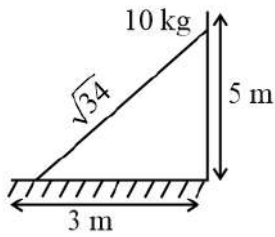


28 जून, 2022 - शिफ्ट 2 (स्मृति आधारित प्रश्न)

जेईई मेन परीक्षा 2022 - सेशन 1

सेक्शन A: भौतिक विज्ञान

प्रश्न.1. $\sqrt{34}$ m लंबाई की एक 10 kg की सीढ़ी घर्षण रहित दीवार से 3 m दूर दीवार के विरुद्ध झुकी हुई है। फर्श और दीवार द्वारा अभिलंब बल का अनुपात ज्ञात कीजिए।



A) $\frac{10}{3}$

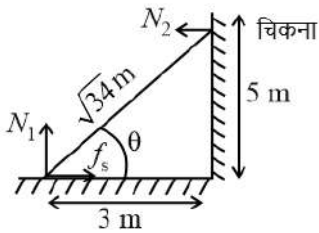
B) $\frac{20}{3}$

C) $\frac{13}{\sqrt{109}}$

D) 0

उत्तर: $\frac{10}{3}$

हल:



ऊर्ध्वाधर दिशा में बल संतुलन लागू करने पर,

$$N_1 = mg = 100 \text{ N}$$

निचले संपर्क बिंदु पर बल आघूर्ण संतुलन को लागू करने पर,

$$mg \times \frac{3}{2} = N_2 \times 5 \Rightarrow N_2 = 30 \text{ N}$$

इसलिए, $\frac{N_1}{N_2} = \frac{10}{3}$

प्रश्न.2. एक कण सरल रेखा के अनुदिश इस प्रकार गति करता है कि यह $\left(\frac{1}{3}\right)^{\text{वॉ}}$ दूरी तक v_1 चाल के साथ गति करता है, अगले $\left(\frac{1}{3}\right)^{\text{वॉ}}$ दूरी v_2 चाल के साथ और शेष $\left(\frac{1}{3}\right)^{\text{वॉ}}$ दूरी v_3 चाल के साथ गति करती है। तब पूरी गति में इसकी औसत चाल है:

A) $\frac{2(v_1v_2+v_2v_3+v_3v_1)}{v_1+v_2+v_3}$



- B) $\frac{(v_1+v_2+v_3)}{3}$
- C) $\frac{v_1+v_2}{2} + \frac{v_2+v_3}{2} + \frac{v_3+v_1}{2}$
- D) $\frac{3(v_1v_2v_3)}{v_1v_2+v_2v_3+v_3v_1}$

उत्तर: $\frac{3(v_1v_2v_3)}{v_1v_2+v_2v_3+v_3v_1}$

हल: माना कि कुल दूरी d है।

कुल दूरी के $\left(\frac{1}{3}\right)^{\text{वाँ}}$ को तय करने में लिया गया समय $t_1 = \frac{d}{3v_1}$ है।

कुल दूरी के $\left(\frac{1}{3}\right)^{\text{वाँ}}$ को तय करने में लिया गया समय $t_2 = \frac{d}{3v_2}$ है।

कुल दूरी के $\left(\frac{1}{3}\right)^{\text{वाँ}}$ को तय करने में लिया गया समय $t_3 = \frac{d}{3v_3}$ है।

औसत चाल = $\frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$

$$v_{avg} = \frac{d}{\frac{d}{3v_1} + \frac{d}{3v_2} + \frac{d}{3v_3}}$$

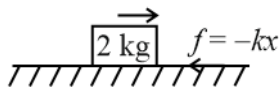
$$\Rightarrow v_{avg} = \frac{3(v_1v_2v_3)}{v_1v_2+v_2v_3+v_3v_1}$$

प्रश्न.3. एक 2 kg गुटकेका वेग 4 m s^{-1} है जो $x = 0.5 \text{ m}$ से $x = 1.5 \text{ m}$ तक किसी स्थूल पृष्ठ में प्रवेश करता है, जहाँ $f = -kx$, ($k = 12 \text{ N m}^{-1}$) जब यह पृष्ठ से बाहर आती है, तो चाल ज्ञात कीजिए।

- A) 2 m s^{-1}
- B) 3 m s^{-1}
- C) 4 m s^{-1}
- D) 1 m s^{-1}

उत्तर: 2 m s^{-1}

हल:



गुटकेका त्वरण $a = \frac{f}{m} = -\frac{12x}{2} = -6x$ (यहाँ गुटका मंदन में है)

अब, $a = v \frac{dv}{dx}$ का उपयोग करने पर,

$$\Rightarrow v dv = a dx$$

समाकलन करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$\int_4^v v dv = -6 \int_{0.5}^{1.5} x dx$$

$$\Rightarrow \frac{v^2 - 4^2}{2} = -6 \left(\frac{(1.5)^2 - (0.5)^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow v^2 = 16 - 12 \Rightarrow v = 2 \text{ m s}^{-1}$$

प्रश्न.4. रेडियोसक्रिय पदार्थ की अर्ध - आयु 200 दिन है। 83 दिनों केबाद शेष नाभिकों का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

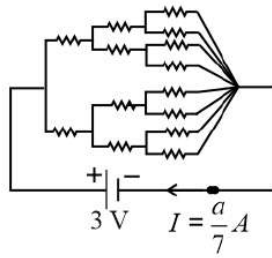
- A) 75%
- B) 50%
- C) 25%
- D) 12.5%



उत्तर: 75%

हल: जैसा कि हम जानते हैं, $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}$
साथ ही किसी भी समय नाभिकों की संख्या निम्न द्वारा दी जाती है, $N = N_0 e^{-\lambda t}$
83 दिन के बाद नाभिकों का प्रतिशत होगा,
 $= \frac{N}{N_0} \times 100 = e^{-\left(\frac{\ln 2}{200}\right) \times 83} \times 100 = e^{-0.287} \times 100 \approx 75\%$

प्रश्न.5. नीचे दिखाए गए परिपथ में, यदि सभी प्रतिरोध $r = 1 \Omega$ हैं, तो a का मान है _____

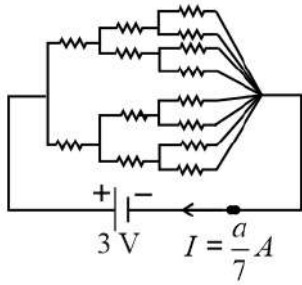


- A) 24
- B) 12
- C) 6
- D) 3

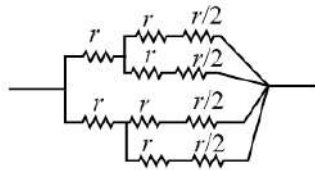
उत्तर: 24



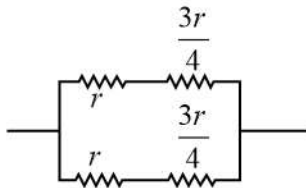
हल:



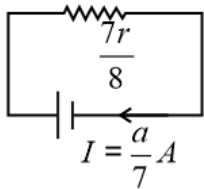
परिपथ के दाईं ओर प्रत्येक युग्म समांतर क्रम संयोजन में है, अतः इसे $\frac{r}{2}$ के प्रतिरोध द्वारा प्रतिस्थापित किया जा सकता है, जैसा कि दिखाया गया है।



अब, r & $\frac{r}{2}$ प्रत्येक शाखा में दाईं ओर श्रेणी क्रम में है, इसलिए संयुक्त प्रतिरोध का मान है, $\frac{3r}{2}$ प्रतिरोध की ऊपरी शाखा $\frac{3r}{2}$ अन्य $\frac{3r}{2}$ के साथ समांतर में है, इसलिए इसे $\frac{3r}{4}$ के रूप में लिखा जा सकता है।



इसके अलावा, सरलीकृत परिपथ में $\frac{7r}{8}$ का कुल प्रतिरोध होगा।



इसलिए,

$$I = \frac{3}{\frac{7r}{8}} = \frac{24}{7} \Rightarrow a = 24$$

प्रश्न.6. 60 m की ऊंचाई से जल 600 kg s^{-1} की दर से गिरता है। प्रत्येक 100 W धारिता के कितने बल्ब प्रपात की तली पर उत्पन्न ऊर्जा से दीप्त होंगे? जल के गिरने की ऊर्जा के पूर्ण रूपांतरण को मान लीजिए।

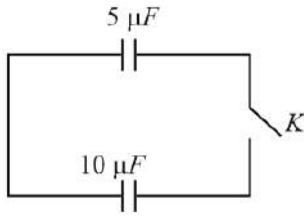
- A) 600
- B) 2400
- C) 3000
- D) 3600

उत्तर: 3600

हल: चूंकि 100% दक्षता दी गई है, इसलिए गिरने वाली जल की सभी ऊर्जा का उपयोग बल्बों द्वारा किया जाएगा। इसलिए,
 $\frac{\Delta mgh}{\Delta t} = n \times P \Rightarrow 600 \times 10 \times 60 = 100n \Rightarrow n = 3600$



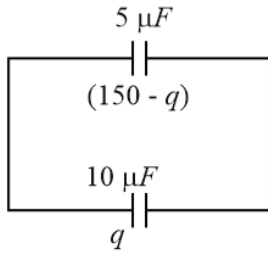
प्रश्न.7. दिए गए परिपथ में $5 \mu\text{F}$ के संधारित्र को प्रारंभ में 30 V तक आवेशित किया जाता है और $10 \mu\text{F}$ का संधारित्र अनावेशित रहता है। जब कुंजी K को बंद कर दिया जाता है, तो $10 \mu\text{F}$ संधारित्र पर आवेश क्या होगा?



- A) $150 \mu\text{C}$
- B) $100 \mu\text{C}$
- C) $50 \mu\text{C}$
- D) $250 \mu\text{C}$

उत्तर: $100 \mu\text{C}$

हल: $5 \mu\text{F}$ संधारित्र पर प्रारंभिक आवेश $q = CV = 150 \mu\text{C}$ होगा। यदि कुंजी को बंद करने के बाद $10 \mu\text{F}$ संधारित्र पर आवेश q है, तब -



$$\frac{150-q}{5} = \frac{q}{10} \Rightarrow q = 100 \mu\text{C}$$

प्रश्न.8. यंग द्वि झिरी प्रयोग में, $x\lambda$ मोटाई के एक स्लैब ($\mu = 1.5$) को किसी एक झिरी के सामने रखा जाता है। यदि केंद्रीय उच्चिष्ठ पर तीव्रता अपरिवर्तित रहती है, तो x का मान क्या है?

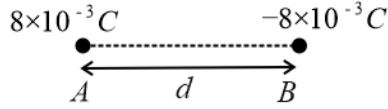
- A) $x = 2$
- B) $x = 1$
- C) $x = 0.5$
- D) $x = 1.5$

उत्तर: $x = 2$

हल: चूंकि, केंद्रीय उच्चिष्ठ पर तीव्रता अपरिवर्तित रहती है, इसलिए पथांतर में परिवर्तन तरंगदैर्घ्य का एक पूर्णांक गुणज होना चाहिए। इसलिए,
 $\Delta x = (\mu - 1)t = n\lambda$
 $\Rightarrow (1.5 - 1)x\lambda = n\lambda$
 $\Rightarrow x = \frac{n}{0.5} = 2n$
 $n = 1$ के लिए,
 $x = 2$



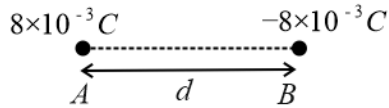
प्रश्न.9. दो विपरीत आवेशों को d दूरी पर रखा गया है, जैसा कि दिखाया गया है। मध्य - बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $6.4 \times 10^4 \text{ N C}^{-1}$ होती है। तब d का मान है,



- A) 42.1 m
- B) 94.86 m
- C) 72.2 m
- D) 62.8 m

उत्तर: 94.86 m

हल:



दोनों आवेशों के कारण मध्य - बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा समान दिशा में होगी, जो दाईं ओर है।

$$\text{इसलिए, } E \text{ मध्य बिंदु पर} = \frac{kq}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} + \frac{kq}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow 6.4 \times 10^4 = 2 \times \left[9 \times 10^9 \times \frac{(8 \times 10^{-3})}{d^2} \times 4 \right]$$

$$\Rightarrow d = 30\sqrt{10} \text{ m} \approx 94.86 \text{ m}$$

प्रश्न.10. एक लघु - परिपथ कुंडली को समय केसाथ परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र में रखा गया है। कुंडली में प्रेरित धारा के कारण विद्युत शक्ति का क्षय हो जाता है। यदि फेरों की संख्या आधी कर दी जाती है और तार की त्रिज्या दोगुनी कर दी जाती है, तब विद्युत शक्ति का क्षय होगा:

- A) दोगुना
- B) समान
- C) चतुः
- D) आधा

उत्तर: दोगुना

हल: कुंडली में शक्ति $P = \frac{V^2}{R}$ है,

एक कुंडली में प्रेरित वोल्टता V , फेरों की संख्या N , कुंडली का क्षेत्रफल A और समय केसाथ परिवर्ती चुंबकीय क्षेत्र B पर निर्भर करती है।

$$V = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d(NBA)}{dt}$$

और $R = \frac{\rho l}{\pi r^2}$, जहाँ ρ प्रतिरोधकता है, l तार की लंबाई है और r तार की त्रिज्या है। इसलिए कुंडली में क्षयित शक्ति है,

$$P = \frac{\pi r^2}{\rho l} \left[\frac{d(NBA)}{dt} \right]^2 = \frac{\pi r^2 N^2}{\rho l} \left[\frac{d(BA)}{dt} \right]^2$$

$$P \propto \frac{N^2 r^2}{l}$$

अब, जब $N' = \frac{N}{2}$, $r' = 2r$, $l' = \frac{l}{2}$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \left(\frac{l_1}{l_2} \right) = \left(\frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{2}{1} \right)^2 (2) = 2$$

शक्ति दोगुनी हो जाती है।



प्रश्न.11. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में, प्रेरक और संधारित्र केसिरों पर वोल्टता, प्रतिरोध की 2 गुना होती है। आपूर्तिवोल्टता 220 V, 50 Hz है और प्रतिरोध 5 Ω है। यदि प्रेरकत्व $\frac{1}{k\pi}$ H है, तब k का मान ज्ञात कीजिए।

- A) 8
B) 10
C) 7
D) 5

उत्तर: 10

हल: चूंकि प्रेरक और संधारित्र केसिरों पर वोल्टता समान होती है, इसलिए परिपथ अनुनाद में है। इसलिए, परिपथ में धारा होगी,
 $i = \frac{V}{R} = \frac{220}{5} = 44 \text{ A}$
प्रेरक केसिरों पर वोल्टता, प्रतिरोधक केसिरों पर वोल्टता से दोगुनी होती है।
इस प्रकार, $V_L = 2V_R = 440 \text{ V}$
हम जानते हैं कि, $V_L = iX_L = i \times 2\pi fL \Rightarrow L = \frac{440}{44 \times 100\pi} = \frac{1}{10\pi} \text{ H}$
इसलिए, $k = 10$

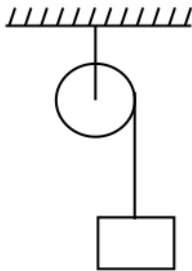
प्रश्न.12. समान द्रव्यमान और r के पृथक्करण पर दो कणों पर विचार कीजिए। जब एक कण का द्रव्यमान समान पृथक्करण बनाए रखते हुए द्रव्यमान का तीन गुना हो जाता है, तो उनके बीच बल कितने गुना हो जाएगा?

- A) 9
B) 3
C) 1.5
D) $\sqrt{3}$

उत्तर: 3

हल: कणों के बीच गुरुत्वाकर्षण बल निम्न द्वारा दिया जाता है,
 $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$
 $\therefore F_1 = \frac{Gm^2}{r^2}$ और
 $F_2 = \frac{Gm(3m)}{r^2} = \frac{3Gm^2}{r^2}$
 $\Rightarrow F_2 = 3F_1$

प्रश्न.13. m द्रव्यमान का एक गुटका और m द्रव्यमान की एक घिरनी को दिखाए अनुसार व्यवस्थित किया गया है। जैसे - जैसे गुटका नीचे की ओर गति करता है, गुटके और घिरनी को जोड़ने वाली डोरी घिरनी पर नहीं फिसलती है। डोरी में तनाव ज्ञात कीजिए।



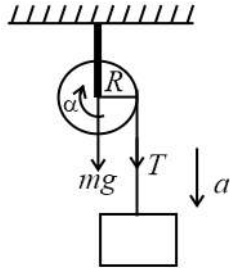
- A) $\frac{mg}{4}$
B) $\frac{mg}{2}$
C) $\frac{mg}{3}$



D) $\frac{2mg}{3}$

उत्तर: $\frac{mg}{3}$

हल:



केंद्र के परितः बल आघूर्ण $\tau = TR = I\alpha$, जहाँ, कोणीय त्वरण $\alpha = \frac{a}{R}$ और I जड़त्व आघूर्ण है।

$$\Rightarrow TR = \frac{mR^2\alpha}{2} = \frac{mR^2a}{2R} = \frac{maR}{2} \Rightarrow T = \frac{ma}{2}$$

अब, न्यूटन के गति के समीकरण का उपयोग करने पर,

$$mg - T = ma$$

$$mg - \frac{ma}{2} = ma \Rightarrow a = \frac{2g}{3}$$

इसलिए, डोरी में तनाव है,

$$T = \frac{ma}{2} = \frac{m}{2} \left[\frac{2g}{3} \right] = \frac{mg}{3}$$

प्रश्न.14. दो समरूप कणों की डी - ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य $\lambda_1 = 3\lambda_2$ के रूप में संबंधित है, तो कणों की गतिज ऊर्जा K_1 और K_2 किस रूप में संबंधित हैं?

A) $K_2 = 3K_1$

B) $K_2 = 9K_1$

C) $K_1 = 3K_2$

D) $K_1 = 2K_2$

उत्तर: $K_2 = 9K_1$

हल: जैसा कि हम जानते हैं, $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$

$$\text{अतः, हम लिख सकते हैं, } \lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2mK_1}} \text{ \& } \lambda_2 = \frac{h}{\sqrt{2mK_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}}$$

$$\Rightarrow 3 = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}}$$

$$\Rightarrow K_2 = 9K_1$$

प्रश्न.15. l लंबाई के सरल लोलक का आवर्त काल, जब इसे एक लिफ्ट में रखा जाता है, जो त्वरण $\frac{g}{6}$ के साथ ऊपर की ओर त्वरित हो रहा है, है:

A) $2\pi\sqrt{\frac{6l}{7g}}$

B) $2\pi\sqrt{\frac{7l}{6g}}$

C) $2\pi\sqrt{\frac{3l}{2g}}$

D) $2\pi\sqrt{\frac{5l}{g}}$



उत्तर: $2\pi\sqrt{\frac{6l}{7g}}$

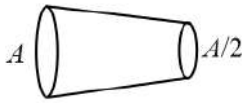
हल: जब लिफ्ट त्वरण a के साथ ऊपर की ओर त्वरित होती है, तो गुरुत्वाकर्षण के कारण प्रभावी त्वरण को इस प्रकार लिया जा सकता है, $g' = g + a$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+\frac{g}{6}}}$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{6l}{7g}}$$

प्रश्न.16. जैसा कि आरेख में दिखाया गया है, एक पाइप के खंड जैसे एक छिन्नक के माध्यम से जल प्रवाहित हो रहा है। सिरों पर दाबांतर 4000 N m^{-2} है। अनुप्रस्थ - काट का क्षेत्रफल $A = \sqrt{6} \text{ m}^2$ है। पाइप से आयतन प्रवाह दर ज्ञात कीजिए।



A) $1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$

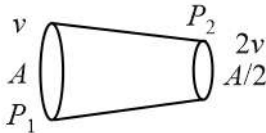
B) $2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$

C) $4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$

D) $8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$

उत्तर: $4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$

हल:



सांतत्य के समीकरण से, $v_2 = 2v_1$

बरनौली की प्रमेय को लगाने पर,

$$P_1 + \frac{\rho v^2}{2} = P_2 + \frac{\rho (2v)^2}{2}$$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{3\rho v^2}{2}$$

$$\Rightarrow 4000 = \frac{3 \times 1000 \times v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$$\text{अब, आयतन प्रवाह दर, } Q = Av = \sqrt{6} \times \sqrt{\frac{8}{3}} = 4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

प्रश्न.17. 1 mm त्रिज्या की जल की एक बूंद वायु के माध्यम से गिर रही है। जल के घनत्व की तुलना में, उस बूंद की सीमान्त चाल ज्ञात कीजिए, जिससे कि वायु का घनत्व नगण्य है। ($\eta_{\text{वायु}} = 2 \times 10^{-3} \text{ Nsm}^{-2}, g = 10 \text{ ms}^{-2}$)

A) 2.2 ms^{-1}

B) 1.1 ms^{-1}

C) 1.6 ms^{-1}

D) 2.8 ms^{-1}

उत्तर: 1.1 ms^{-1}



हल: सीमांत वेग, $v_T = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$ द्वारा दिया जाता है, जहां, r गिरने वाले पिंड की त्रिज्या है, ρ गिरने वाले पिंड का घनत्व है और σ तरल का घनत्व है।
 $\Rightarrow v_T = \frac{2 \times 10^{-6} \times 10^3 \times 10}{9 \times 2 \times 10^{-3}}$
 $\Rightarrow v_T = \frac{10}{9} = 1.1 \text{ m s}^{-1}$

प्रश्न.18. गैसीय O_2 के एक नमूने के तापमान को इस प्रकार दोगुना कर दिया जाता है कि O_2 , O में वियोजित हो जाता है। नए v_{rms} से पुराने v_{rms} का अनुपात ज्ञात कीजिए।

A) 2

B) $\sqrt{2}$

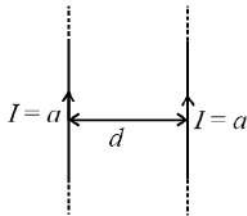
C) 4

D) $\frac{1}{2}$

उत्तर: 2

हल: गैस का वर्ग माध्य मूल वेग निम्न द्वारा दिया जाता है, $v_{RMS} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$
जब O_2 , O में वियोजित हो जाता है, तो इसका आण्विक द्रव्यमान $\frac{M}{2}$ हो जाता है।
इसलिए, वर्ग माध्य मूल चाल का अनुपात, $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2} \times \frac{M_2}{M_1}}$
 $\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T}{2T} \times \frac{M/2}{M}}$
 $\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 2$

प्रश्न.19. दो समांतर तारों में समान परिमाण की धारा प्रवाहित होती है, जो कि 1 A है। दो तारों के बीच की दूरी $d = 4 \text{ cm}$ के रूप में दी जाती है। तारों द्वारा अनुभव किया गया प्रति एकांक लंबाई पर लगने वाला बल (10^{-7} N m^{-1} में) _____ के बराबर है।



A) 50

B) 25

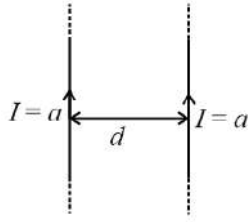
C) 100

D) 75

उत्तर: 50



हल:



प्रति एकांक लंबाई पर बल निम्न प्रकार से दिया जाता है,

$$\left(\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{F}{l} = \frac{(2 \times 10^{-7}) \times 1 \times 1}{0.04} = 50 \times 10^{-7} \text{ N m}^{-1}$$

प्रश्न.20. $y(t) = 10 [1 + 0.4 \cos(2\pi \times 10^4 t)] \cos(2\pi \times 10^7 t)$ द्वारा दी गई एक आयाम मॉड्युलित तरंग केलिए। बैंड चौड़ाई (बैंडविड्थ) ज्ञात कीजिए।

- A) 10 kHz
- B) 20 MHz
- C) 20 kHz
- D) 10 MHz

उत्तर: 20 kHz

हल: मॉड्युलन केलिए व्यंजक निम्न द्वारा दिया जाता है,

$s(t) = A_c [1 + \mu \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t)$, जहाँ f_m और f_c क्रमशः मॉड्युलित सिग्नल और वाहक सिग्नल की आवृत्ति होती हैं।

प्रश्न में दिए गए व्यंजक के साथ इसकी तुलना करने पर, हम प्राप्त करते हैं,

$$f_m = 10^4 \text{ Hz}$$

$$\text{अब, बैंड चौड़ाई} = 2f_m = 20 \text{ kHz}$$



सेक्शन B: रसायन विज्ञान

प्रश्न.1. निम्नलिखित संकुलों $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$, $[\text{Ni}(\text{CN})_4]^{2-}$ और $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{4-}$ पर विचार कीजिए कि कितने संकुल अनुचुंबकीय हैं?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

उत्तर: 1

हल: $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-} = \text{Fe}(\text{III}) = 3d^5$ (1 अयुग्मित इलेक्ट्रॉन)

$[\text{Ni}(\text{CN})_4]^{2-} = \text{Ni}(\text{II}) = 3d^8$ (कोई अयुग्मित इलेक्ट्रॉन नहीं)

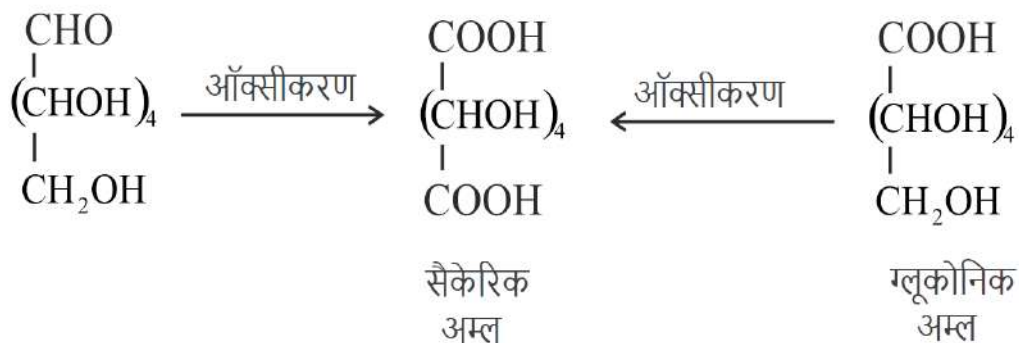
$[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{4-} = \text{Fe}(\text{II}) = 3d^6$ (कोई अयुग्मित इलेक्ट्रॉन नहीं)

प्रश्न.2. X, $\text{Br}_2/\text{H}_2\text{O}$ के साथ अभिक्रिया करके ग्लूकोनिक अम्ल देता है और सैकैरिक अम्ल देने के लिए HNO_3 के साथ अभिक्रिया करता है। X को नामित करें।

- A) माल्टोस
- B) मांड
- C) फल शर्करा
- D) ग्लूकोज

उत्तर: ग्लूकोज

हल: नाइट्रिक अम्ल के साथ ऑक्सीकरण पर, ग्लूकोस के साथ - साथ ग्लूकोनिक अम्ल दोनों एक डाइकार्बोक्सिलिक अम्ल, सैकैरिक अम्ल देते हैं। यह ग्लूकोस में एक प्राथमिक ऐल्कोहॉलिक ($-\text{OH}$) समूह की उपस्थिति को इंगित करता है।



प्रश्न.3. हाइड्रोजन के समस्थानिक निम्नलिखित गुण में भिन्न होते हैं:

- A) इलेक्ट्रॉनिक विन्यास
- B) प्रोटॉन की संख्या
- C) परमाणु क्रमांक
- D) परमाणु द्रव्यमान



उत्तर: परमाणु द्रव्यमान

हल: समस्थानिक एक ही तत्व के परमाणु होते हैं, जिनकी द्रव्यमान संख्या भिन्न होती है। उनका परमाणु क्रमांक समान होता है। इसलिए, प्रोटॉन और इलेक्ट्रॉनों की संख्या समान होती है, इसलिए उनका इलेक्ट्रॉनिक विन्यास समान होता है, लेकिन न्यूट्रॉन की संख्या भिन्न होती है।

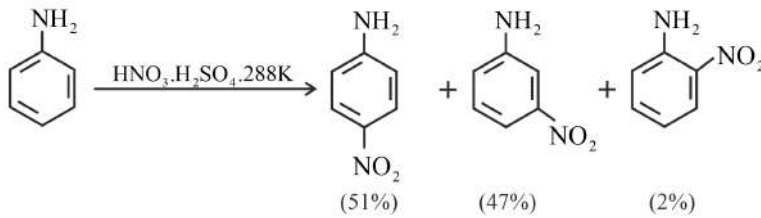
हाइड्रोजन के तीन समस्थानिक हैं: प्रोटियम, ^1_1H , ड्यूटीरियम, ^2_1H या D और ट्राइटियम, ^3_1H या T। ये समस्थानिक, न्यूट्रॉन की उपस्थिति के संबंध में एक दूसरे से भिन्न होते हैं। सामान्य हाइड्रोजन, प्रोटियम में कोई न्यूट्रॉन नहीं होता है, ड्यूटीरियम (जिसे भारी हाइड्रोजन के रूप में भी जाना जाता है) में एक न्यूट्रॉन होता है और ट्राइटियम केनाभिक में दो न्यूट्रॉन होते हैं।

प्रश्न.4. सांद्र HNO_3 और सांद्र H_2SO_4 की उपस्थिति में एनिलीन का नाइट्रीकरण निम्न उत्पाद देता है:

- A) मुख्य उत्पाद के रूप में o - नाइट्रोएनिलीन
- B) मुख्य उत्पाद के रूप में m - नाइट्रोएनिलीन
- C) मुख्य उत्पाद के रूप में p - नाइट्रोएनिलीन
- D) मुख्य उत्पाद के रूप में 2, 4 - डाइनाइट्रोएनिलीन

उत्तर: मुख्य उत्पाद के रूप में p - नाइट्रोएनिलीन

हल: नाइट्रीकरण: एनिलीन का प्रत्यक्ष नाइट्रीकरण, नाइट्रो व्युत्पन्न के साथ - साथ ऑक्सीकरण उत्पादों का निर्माण करता है। इसके अलावा, प्रबल अम्लीय माध्यम में, एनिलीन को एनिलीनियम आयन के निर्माण के लिए प्रोटोनिकृत किया जाता है, जो मेटा निर्देशी होता है। इसीलिए ऑर्थो तथा पैरा निर्देशी के अतिरिक्त मेटा व्युत्पन्न भी बनते हैं।



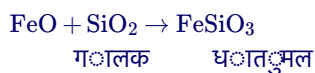
प्रश्न.5. $\text{FeO} + \text{SiO}_2 \rightarrow \text{FeSiO}_3$

क्रमशः कॉपर के निष्कर्षण पर विचार करते हुए, SiO_2 और FeSiO_3 क्रमशः हैं:

- A) गालक और धातुमल
- B) धातुमल और गालक के रूप में
- C) गेज और गालक
- D) गेज और धातुमल

उत्तर: गालक और धातुमल

हल: कॉपर के निष्कर्षण के दौरान, अशुद्धि के रूप में उपस्थित आयरन ऑक्साइड को SiO_2 के योग द्वारा हटा दिया जाता है और इसे FeSiO_3 में परिवर्तित किया जाता है।



प्रश्न.6. निम्नलिखित में से क्वांटम संख्या का कौन सा समुच्चय मान्य है?

- A)

n	l	m	s
4	3	0	$\frac{1}{2}$



B)

n	l	m	s
2	1	-2	$\frac{1}{2}$

C)

n	l	m	s
3	3	2	$\frac{1}{2}$

D)

n	l	m	s
1	1	0	$\frac{1}{2}$

उत्तर:

n	l	m	s
4	3	0	$\frac{1}{2}$

हल: किसी परमाणु में, l , m के लिए गए मान के लिए, s और n के संभव मान हैं:

$$l = 0, \dots, (n - 1)$$

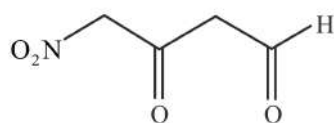
$$m = -l, 0, +l = (2l + 1)$$

$$s = +\frac{1}{2} \text{ या } -\frac{1}{2}$$

दी गई क्वान्टम संख्या के संभावित मान हैं:

n	l	m	s
4	3	0	$\frac{1}{2}$

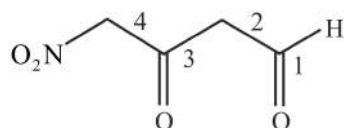
प्रश्न.7. दिए गए यौगिक का सही IUPAC नाम क्या है?



- A) 1-फार्मिल-4-नाइट्रोब्यूटेनेल
 B) 4-नाइट्रो-3-ऑक्सोब्यूटेनेल
 C) 4-ऑक्सो-3-नाइट्रोब्यूटेनेल
 D) 3-ऑक्सो-4-नाइट्रोप्रोपेनेल

उत्तर: 4-नाइट्रो-3-ऑक्सोब्यूटेनेल

हल:



4-नाइट्रो-3-ऑक्सोब्यूटेनेल मुख्य क्रियात्मक समूह है और कीटोन समूह और नाइट्रो समूह प्रतिस्थापी समूह के रूप में कार्य करेगा। अंकन ऐल्डिहाइड की ओर से किया जाएगा।

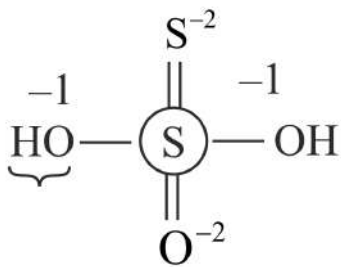


प्रश्न.8. निम्नलिखित में से किस यौगिक में सल्फर दो अलग - अलग ऑक्सीकरण अवस्था को दर्शाता है?

- A) $\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_3$
- B) $\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_6$
- C) $\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_7$
- D) $\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_8$

उत्तर: $\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_3$

हल:

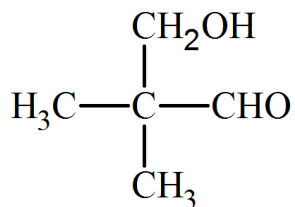


इस अणु में दोनों सल्फर की अलग-अलग ऑक्सीकरण संख्या होती है। एक में -2 ऑक्सीकरण संख्या होती है और दूसरे में +6 ऑक्सीकरण संख्या होती है। सल्फर की औसत ऑक्सीकरण संख्या +2 होगी।

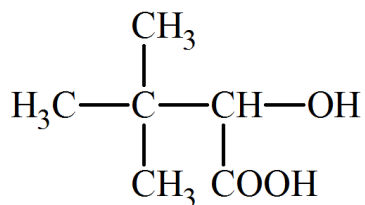
प्रश्न.9. आइसोब्यूटेल्डिहाइड $\xrightarrow[\text{K}_2\text{CO}_3]{\text{HCHO}}$ A $\xrightarrow{\text{CN}^-}$ B $\xrightarrow{\text{H}_3\text{O}^+}$ P

उत्पाद P है:

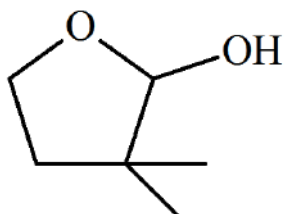
A)



B)

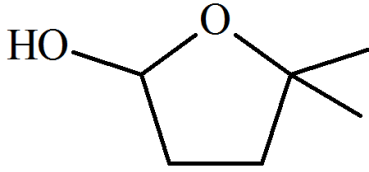


C)

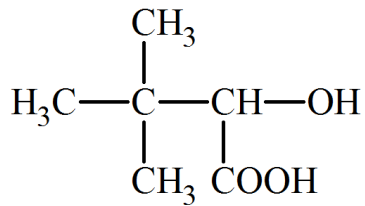




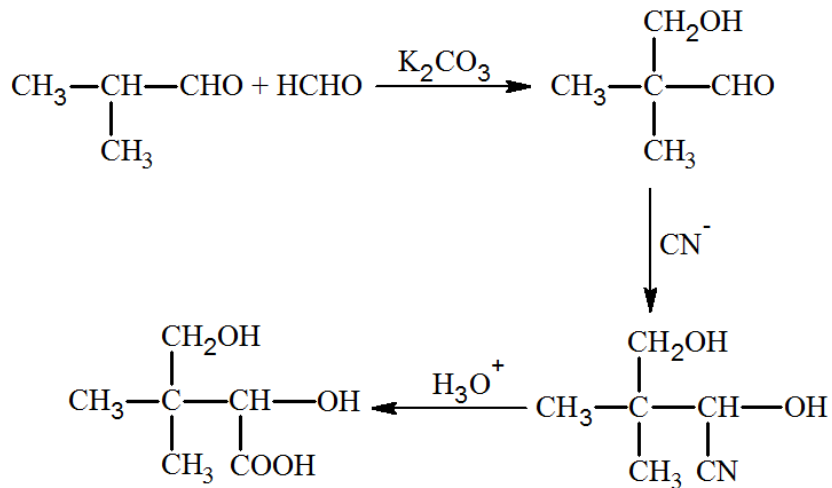
D)



उत्तर:



हल:



प्रश्न.10. एक यौगिक का मूलानुपाती सूत्र ज्ञात कीजिए, जिसमें द्रव्यमान अनुसार 74% C, 17.3% N, 8.7% H होता है।

- A) $\text{C}_4\text{H}_6\text{N}$
- B) $\text{C}_5\text{H}_7\text{N}$
- C) $\text{C}_3\text{H}_5\text{N}$
- D) $\text{C}_4\text{H}_5\text{N}_2$

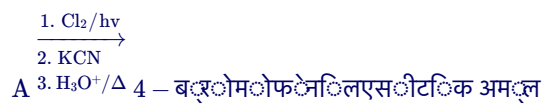
उत्तर: $\text{C}_5\text{H}_7\text{N}$

हल:

तत्वों	द्रव्यमानानुसार %, द्रव्यमान	मोलों	पूर्ण संख्या अनुपात
C	74	$\frac{74}{12} = 6.17$	5
H	8.7	$\frac{8.7}{1} = 8.7$	7
N	17.3	$\frac{17.3}{14} = 1.24$	1

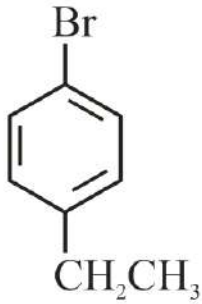


प्रश्न.11. निम्नलिखित अभिक्रिया पर विचार कीजिए,



उपरोक्त अभिक्रिया में A क्या है?

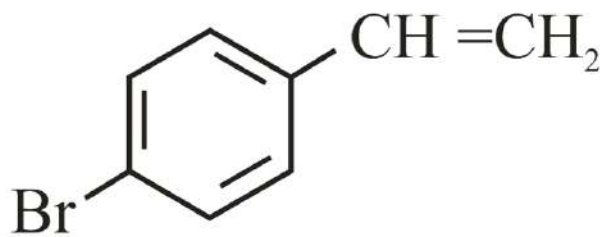
A)



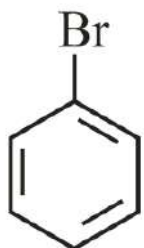
B)



C)



D)

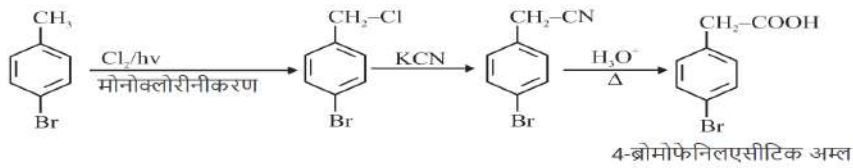




उत्तर:



हल:



प्रश्न.12. एसीटिक अम्ल के एक बफर विलयन का pH, 4 है। $\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]}$ का मान ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि एसीटिक अम्ल का K_a , 1.3×10^{-5} है।

- A) 2.3
- B) 10.2
- C) 0.13
- D) 1.5

उत्तर: 0.13

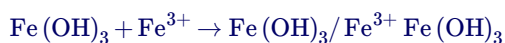
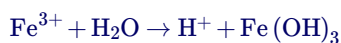
हल: $\text{pH} = \text{p}K_a + \log \left(\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} \right)$ $4 = 5 - \log(1.3) + \log \left(\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} \right)$ $\log(1.3 \times 10^{-1}) = \log \left(\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} \right)$
 $\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = 0.13$

प्रश्न.13. $\text{Fe}(\text{OH})_3$ के कोलॉइडी विलयन की प्रकृति है:

- A) निष्प्रभावी
- B) धनात्मक
- C) ऋणात्मक
- D) उभयधर्मी

उत्तर: धनात्मक

हल: $\text{Fe}(\text{OH})_3$ के कोलॉइडी विलयन की प्रकृति को FeCl_3 के जल - अपघटन द्वारा प्राप्त किया जाता है,



सॉल Fe^{3+} आयनों को अवशोषित करता है और धनात्मक कोलॉइड का निर्माण करता है।

प्रश्न.14. SF_4 की संरचना पर विचार कीजिये, एकाकी युग्म (युग्मों) की संख्या, एकाकी युग्म (युग्मों) की स्थिति और एकाकी युग्म - बंध युग्म प्रतिकर्षण की संख्या क्रमशः



- A) 1, निरक्षीय स्थिति, 4
 B) 1, अक्षीय स्थिति, 4
 C) 1, अक्षीय स्थिति, 3
 D) 1, निरक्षीय स्थिति, 6

उत्तर: 1, निरक्षीय स्थिति, 4

हल: एकाकी युग्म विषुवतीय स्थिति में होता है, और दो एकाकी युग्म - बंध युग्म प्रतिकर्षण होते हैं। इसलिए, व्यवस्था (b) अधिक स्थायी है। (b) में दिखाई गई आकृति को एक विकृत चतुष्फलक के रूप में वर्णित किया गया है, जो एक मुड़ा हुआ वर्ग या एक टेंकुली के रूप में वर्णित है।



प्रश्न.15. नाइट्रोजन के निम्नलिखित ऑक्साइडों पर विचार कीजिए:

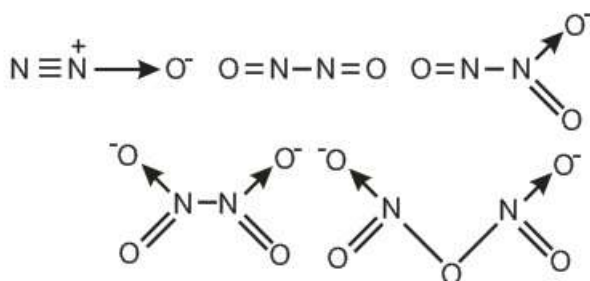


उनमें से कितने में N - N बंध से मिलकर बने होते हैं?

- A) चार
 B) पांच
 C) दो
 D) एक

उत्तर: चार

हल: दिए गए यौगिकों की संरचनाएं नीचे दी गई हैं।



उपरोक्त में से केवल चार में N - N बंध है।
 N_2O , N_2O_2 , N_2O_3 और N_2O_4 में N - N प्रकार का बंध होता है।

प्रश्न.16. प्रकाश रासायनिक धूम कोहरे में होता है -

- A) N_2
 B) O_3
 C) SF_4



D) F_2

उत्तर: O_3

हल: प्रकाश रासायनिक धूम का निर्माण हाइड्रोकार्बन और नाइट्रोजन ऑक्साइड के प्रकाश रासायनिक ऑक्सीकरण (सूर्य के प्रकाश की क्रिया के कारण) के कारण होता है। UV प्रकाश को NO_2 द्वारा अवशोषित किया जाता है। यह अत्यधिक ऊर्जित अणु है।

प्रकाश रासायनिक धूम में हमेशा PAN और O_3 होता है। यह एक प्रकार का वायु प्रदूषण है जो वाहनों के उत्सर्जन से आंतरिक दहन इंजन और औद्योगिक धूम से प्राप्त होता है।

(NO_2) , नाइट्रिक ऑक्साइड और परमाणु ऑक्सीजन में अपघटित हो जाता है। परमाण्विक ऑक्सीजन, ऑक्सीजन के साथ तेजी से अभिक्रिया करके ओजोन का निर्माण करता है।

इसलिए, प्रकाश रासायनिक धूम में O_3 होता है।

प्रश्न.17. निम्नलिखित में से कौन सा एक क्षारीय ऑक्साइड है?

A) Al_2O_3

B) SiO_2

C) Na_2O

D) NO_2

उत्तर: Na_2O

हल: धातुओं के ऑक्साइड सामान्यतः प्रकृति में क्षारीय होते हैं, लेकिन कुछ प्रकृति में उभयधर्मी होते हैं।

अधातुओं के ऑक्साइड प्रकृति में अम्लीय होते हैं, लेकिन उनमें से कुछ उदासीन होते हैं।

NO_2 प्रकृति में अम्लीय है, यह क्षार के साथ अभिक्रिया करता है।

Al_2O_3 प्रकृति में उभयधर्मी है, क्योंकि यह अम्ल और क्षार दोनों के साथ अभिक्रिया करता है।

SiO_2 प्रकृति में अम्लीय होता है।

Na_2O एक क्षारीय ऑक्साइड है और यह आसानी से अम्ल के साथ अभिक्रिया करता है।

प्रश्न.18. निम्नलिखित मानक अपचयन विभव (E°) का उपयोग करके Sn^{4+}/Sn के लिए E° ज्ञात कीजिए।

$$E^\circ(Sn^{4+}/Sn^{2+}) = 0.1 \text{ V और } E^\circ(Sn^{2+}/Sn) = -0.14 \text{ V}$$

A) 0.005 V

B) 0.01 V

C) -0.005 V

D) 0.002 V

उत्तर: 0.005 V



हल: E° एक गहन ऊष्मागतिक गुण है।

	E°	$\Delta G^\circ = nE^\circ F$
$\text{Sn}^{4+} + 2e^- \rightarrow \text{Sn}^{2+}$	0.15 V	- 0.30 F
$\text{Sn}^{2+} + 2e^- \rightarrow \text{Sn}$	- 0.14 V	+ 0.28 F

योग करने पर : $\text{Sn}^{4+} + 4e^- \rightarrow \text{Sn}$,

$\Delta G^\circ_{\text{अभिक्रिया}} = \Delta G^\circ_{\text{उत्पाद}} - \Delta G^\circ_{\text{अभिकारक}}$

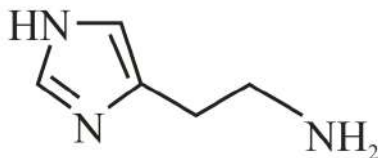
$\Delta G^\circ = -nFE^\circ$ से

$\Delta G^\circ = -4E^\circ F = -0.02 F$

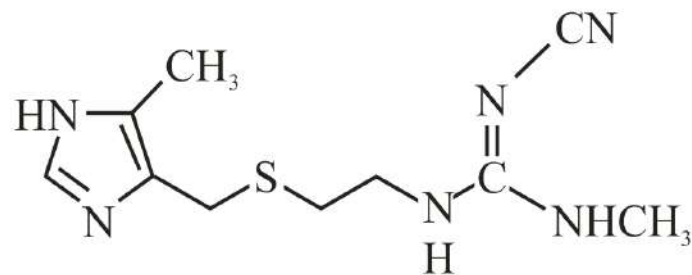
$\Rightarrow E^\circ = 0.005 \text{ V}$

प्रश्न.19. टेगामेट(सिमेटीडीन) की संरचना है:

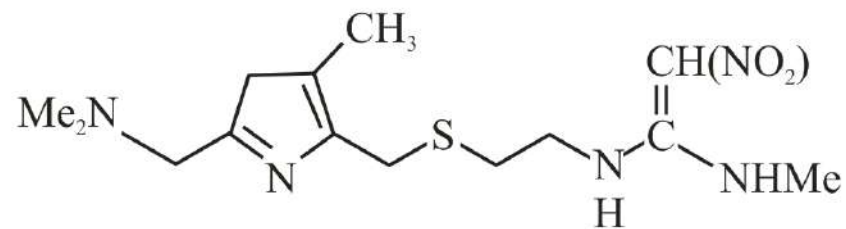
A)



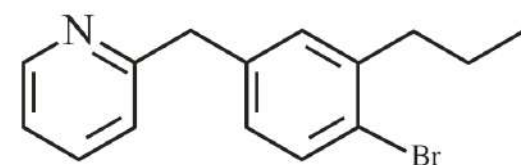
B)



C)

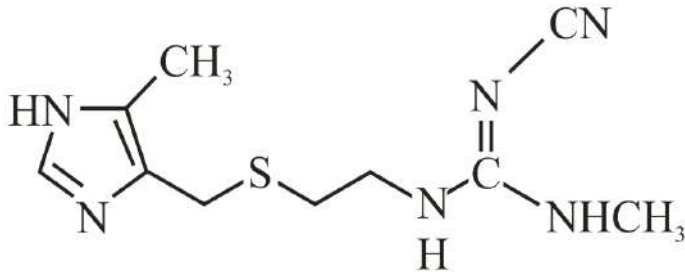


D)

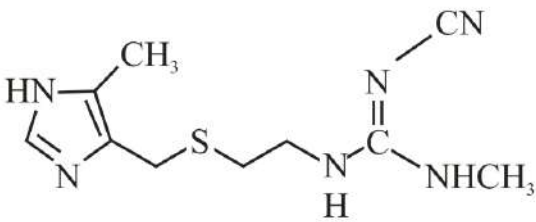




उत्तर:



हल: सिमेटिडीन, ग्वानिडीन परस्पर क्रिया वर्ग का एक सदस्य है, जिसमें ग्वानिडीन में स्थिति 1 पर एक मेथिल प्रतिस्थापी, 2 पर एक सायनो समूह और स्थिति 3 पर एक समूह 2 - {[(5 - मेथिल-1H-इमिडाजोल-4-आइल)मेथिलसल्फेनिल]एथिल पर एक 3 समूह उपस्थित होता है।



प्रश्न.20. किसी पदार्थ की अर्ध - आयु 200 दिन है। 83 दिनों के बाद शेष पदार्थ की % सक्रियता ज्ञात कीजिए, यदि इसका प्रथम कोटि की बलगतिकी के माध्यम से क्षय हो जाता है। [निकटतम पूर्णांक तक सन्निकटित कीजिए]

- A) 25%
- B) 50%
- C) 75%
- D) 83%

उत्तर: 75%

हल: प्रथम कोटि अभिक्रिया के लिए,

$$\text{दर } K = \frac{2.303}{t} \log \frac{N_0}{N_t} \dots\dots(1)$$

$$\text{और } K = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} \dots\dots(2)$$

समीकरण (1) और (2) को बराबर करने पर इसलिए,

$$\frac{2.303}{t} \log \frac{N_0}{N_t} = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{2.303}{83} \log \frac{N_0}{N_t} = \frac{0.693}{200}$$

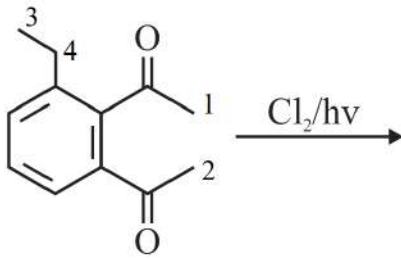
$$\frac{N_0}{N_t} = \frac{4}{3}$$

$$\% \frac{N_t}{N_0} = 0.75 \times 100$$

$$= 75\%$$



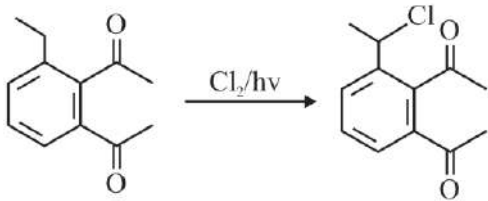
प्रश्न.21. C परमाणुओं की स्थिति, जिससे उत्पाद में Cl जुड़ा हुआ है:



- A) 3
- B) 2
- C) 4
- D) 1

उत्तर: 4

हल: सूर्य के प्रकाश की उपस्थिति में मुक्त मूलक प्रतिस्थापन अभिक्रिया होती है। दी गई स्थितियों में, बेन्जिल स्थिति पर मुक्त मूलक सबसे अधिक स्थायी होता है। इसलिए, इस तदनुसार मुख्य उत्पाद की निर्माण किया जाएगा।



प्रश्न.22. 0.01 M KMnO_4 विलयन के V ml को 0.05 M मोहर लवण के 20 ml के साथ अनुमापित किया जाता है, V_2 के मान की गणना कीजिए।

- A) 10 ml
- B) 5 ml
- C) 20 ml
- D) 15 ml

उत्तर: 20 ml

हल: $N_1 V_1 = N_2 V_2$

n KMnO_4 के लिए n गुणक = 5

मोहर लवण के लिए n गुणक = $1 \times 0.01 \times 5 \times \frac{V}{1000} = 1 \times 0.05 \times \frac{20}{1000}$ $V = \frac{1 \times 0.05 \times 20}{0.01 \times 5} = 20 \text{ ml}$

$2\text{KMnO}_4 + 10\text{FeSO}_4(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O} + 8\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{K}_2\text{SO}_4 + 2\text{MnSO}_4 + 5\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3 + 10(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4 + 68\text{H}_2\text{O}$



सेक्शन C: गणित

प्रश्न.1. $6 \tan \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \tan^{-1} \frac{1}{r^2+3r+3} \right) =$

- A) 3
- B) 4
- C) 6
- D) 8

उत्तर: 3

हल: $T_r = \tan^{-1} \frac{1}{r^2+3r+2+1} = \tan^{-1} \left(\frac{(r+2)-(r+1)}{1+(r+1)(r+2)} \right)$

$$= \tan^{-1}(r+2) - \tan^{-1}(r+1)$$

$$T_1 = \tan^{-1} 3 - \tan^{-1} 2$$

$$T_2 = \tan^{-1} 4 - \tan^{-1} 3$$

.

.

$$T_n = \tan^{-1}(n+2) - \tan^{-1}(n+1)$$

$$\Rightarrow \sum_{r=1}^n \tan^{-1} \frac{1}{r^2+3r+3} = \tan^{-1}(n+2) - \tan^{-1} 2$$

$$\text{अर्थात्, } 6 \tan \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \tan^{-1} \frac{1}{r^2+3r+3} \right) = 6 \tan \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n [\tan^{-1}(n+2) - \tan^{-1} 2] \right)$$

$$= 6 \tan \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} 2 \right)$$

$$= 6 \tan \left(\tan^{-1} \frac{1}{2} \right) = 3$$

प्रश्न.2. x के प्रसार में $(1 - x^2 + 3x^3) \left(\frac{5}{2}x^3 - \frac{1}{5x^2} \right)^{11}$ से स्वतंत्र पद किसके बराबर है?

- A) $-\frac{43}{200}$
- B) $\frac{17}{100}$
- C) $-\frac{17}{200}$
- D) $\frac{33}{200}$

उत्तर: $\frac{33}{200}$



हल: $\left(\frac{5}{2}x^3 - \frac{1}{5x^2}\right)^{11}$ का व्यापक पद है;

$$T_{r+1} = {}^{11}C_r \left(\frac{5}{2}x^3\right)^{11-r} \left(-\frac{1}{5x^2}\right)^r = {}^{11}C_r (-1)^r \cdot \frac{5^{11-2r}}{2^{11-r}} \cdot x^{33-5r}$$

$(1 - x^2 + 3x^3) \left(\frac{5}{2}x^3 - \frac{1}{5x^2}\right)^{11}$ के प्रसार में x से स्वतंत्र पद, $\left(\frac{5}{2}x^3 - \frac{1}{5x^2}\right)^{11}$ में x^0 का गुणांक होगा $-x^{-2}$ में $\left(\frac{5}{2}x^3 - \frac{1}{5x^2}\right)^{11}$ में x^{-2} का गुणांक $+3 \times \left(\frac{5}{2}x^3 - \frac{1}{5x^2}\right)^{11}$ में x^{-3} का गुणांक

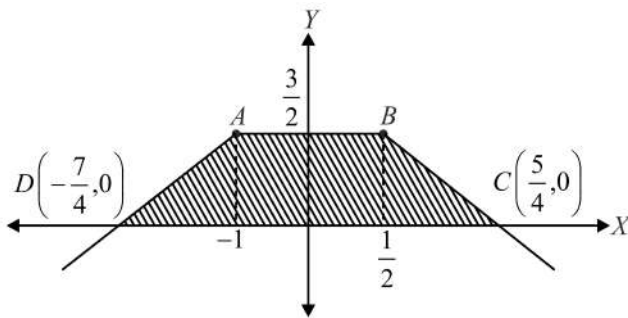
$$= -{}^{11}C_7 (-1)^7 \cdot \frac{5^{-3}}{2^4} = \frac{330}{5^3 \cdot 2^4} = \frac{33}{200}$$

प्रश्न.3. x -अक्ष तथा वक्र $y = 3 - |x + 1| - |x - \frac{1}{2}|$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है:

- A) $\frac{27}{8}$
- B) $\frac{23}{8}$
- C) $\frac{25}{8}$
- D) $\frac{27}{4}$

उत्तर: $\frac{27}{8}$

हल: फलन $y = 3 - |x + 1| - |x - \frac{1}{2}|$ और x -अक्ष के आलेख को आलेखित करने पर, हमें प्राप्त होता है:



अब समलंब के क्षेत्रफल का सूत्र लागू करने पर, जो $\frac{1}{2} \times \text{ऊँचाई} \times (\text{समांतर भुजाओं का योग})$ है, हमें प्राप्त होता है,

$$\text{समलंब } (ABCD) \text{ का अभीष्ट क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \left(3 + \frac{3}{2}\right) = \frac{27}{8}$$

प्रश्न.4. यदि $\cot \alpha = -1, \sec \beta = -\frac{5}{3}$ है, जहाँ $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ और $\beta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ है, तब $\tan(\alpha + \beta)$ है:

- A) $\frac{1}{7}$
- B) $-\frac{1}{3}$
- C) $\frac{1}{3}$
- D) $-\frac{1}{7}$

उत्तर: $\frac{1}{7}$



हल: $\cot \alpha = -1 \Rightarrow \tan \alpha = -1$ तथा $\sec \beta = -\frac{5}{3} \Rightarrow \tan \beta = \frac{4}{3}$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-1 + \frac{4}{3}}{1 + \frac{4}{3}} = \frac{1}{7}$$

प्रश्न.5. यदि 30 समरूप कैंडी को 4 छात्रों S_1, S_2, S_3 और S_4 के बीच वितरित किया जाता है जैसे कि S_2 कम से कम 4 प्राप्त कर सकता है और अधिक से अधिक 7 पर, S_3 को कम से कम 2 प्राप्त हो सकता है और अधिकतम 6 पर, S_1 और S_4 पर कोई प्रतिबंध नहीं है, तो उन तरीकों की संख्या, जिनमें कैंडी को वितरित किया

- A) 430
B) 520
C) 640
D) 330

उत्तर: 430

हल: दिया गया है, $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 30$

अब यह दिया गया है कि, $4 \leq S_2 \leq 7$ और $2 \leq S_3 \leq 6$

और S_1 और S_4 कोई भी मान ले सकते हैं।

$(x^0 + x^1 + \dots + x^{30})(x^4 + x^5 + \dots + x^7)(x^2 + \dots + x^6)(x^0 + \dots + x^{30})$ में x^{30} का गुणांक ज्ञात करना:

$$= \left(\frac{1-x^{31}}{1-x}\right)^2 x^4 \left(\frac{1-x^4}{1-x}\right) x^2 \left(\frac{1-x^5}{1-x}\right)$$

30 से अधिक उच्च घात की उपेक्षा करने पर,

$$= \left(\frac{1}{1-x}\right)^2 x^4 \left(\frac{1-x^4}{1-x}\right) x^2 \left(\frac{1-x^5}{1-x}\right)$$

$$= x^6 (1-x^4)(1-x^5)(1-x)^{-4}$$

$$= x^6 (1-x^5-x^4+x^9)(1-x)^{-4}$$

$$= (x^6 - x^{11} - x^{10} + x^{15})(1-x)^{-4}$$

$$\text{अभीष्ट गुणांक} = {}^{4+24-1}C_{24} - {}^{4+19-1}C_{19} - {}^{20+4-1}C_{20} + {}^{15+4-1}C_{15}$$

$$= {}^{27}C_{24} - {}^{22}C_{19} - {}^{23}C_{20} + {}^{18}C_{15} = 430$$

प्रश्न.6. समतल का समीकरण जो बिंदु $(2, -1, 0)$ से गुजरता है तथा समतल $2x - 3y + z = 0$ और $2x - y - 3z = 0$ के लंबवत है, है:

- A) $5x + 4y + 2z = 0$
B) $2x - y + z = 3$
C) $5x + 4y + 2z - 6 = 0$
D) $2x + y - z = 3$

उत्तर: $5x + 4y + 2z - 6 = 0$

हल: माना कि समतल का अभीष्ट समीकरण $a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$ है।

इसलिए, $2a - 3b + c = 0$ और $2a - b - 3c = 0$

$$\text{अर्थात्, } \frac{a}{5} = \frac{b}{4} = \frac{c}{2}$$

अतः, अभीष्ट समतल का समीकरण $5(x - 2) + 4(y + 1) + 2(z - 0) = 0 \Rightarrow 5x + 4y + 2z - 6 = 0$ है।



प्रश्न.7. यदि $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sin(3x^2 - 4x + 1) - x^2 + 1}{2x^3 - 7x^2 + ax + b} \right) = -2$ है, तब $a - b$ का मान है:

- A) 11
- B) 21
- C) 17
- D) 7

उत्तर: 11

हल: दिया गया है, $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sin(3x^2 - 4x + 1) - x^2 + 1}{2x^3 - 7x^2 + ax + b} \right) = -2 \dots (i)$

सीमा में, $x = 1$ रखने पर, हमें प्राप्त होता है:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sin 0 - 1 + 1}{2 - 7 + a + b} \right) = -2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{0}{a + b - 5} \right) = -2$$

सीमा का अस्तित्व होने के लिए, $a + b - 5$ शून्य होना चाहिए।

$$\text{इसलिए, } a + b - 5 = 0 \Rightarrow a + b = 5 \dots (ii)$$

अब समीकरण (i) में L' हॉस्पिटल नियम का प्रयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(3x^2 - 4x + 1)(6x - 4) - 2x}{6x^2 - 14x + a} = -2$$

पुनः, $x = 1$ रखने पर, हमें प्राप्त होता है:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\cos 0) \times (6 - 4) - 2}{6 - 14 + a} = -2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{0}{a - 8} = -2$$

पुनः, सीमा का अस्तित्व होने के लिए, $a - 8 = 0 \Rightarrow a = 8$

इसलिए, समीकरण (ii) से, हमें प्राप्त होता है;

$$8 + b = 5 \Rightarrow b = -3$$

$$\text{इसलिए, } a - b = 8 - (-3) = 11$$

प्रश्न.8. यदि n समांतर माध्यों को a और 100 के बीच रखा जाता है, तब पहले समांतर माध्य और n वें समांतर माध्य का अनुपात 1 : 7 और $a + n = 33$ है, तो n का मान है:

- A) 21
- B) 22
- C) 23
- D) 24

उत्तर: 23



हल: माना समांतर श्रेणी $a, A_1, A_2, \dots, A_n, 100$ है।

यहाँ, सार्व अंतर, $d = \frac{100-a}{n+1}$

दिया गया है, $\frac{A_1}{A_n} = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{a+d}{100-d} = \frac{1}{7} \dots (i)$

साथ ही, $a + n = 33$

विकल्पों से, जब $n = 23, a = 10$ और $d = \frac{90}{24} = \frac{15}{4}$

समीकरण (i) से, $\frac{10+\frac{15}{4}}{100-\frac{15}{4}} = \frac{55}{385} = \frac{1}{7}$

प्रश्न.9. यदि दो समुच्चय $A = \{a, b, c, d\}$ और $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $f: A \rightarrow B$ एक एकैकी फलन हैं, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए जब $f(a) + 2f(b) - f(c) = f(d)$ है।

A) $\frac{1}{20}$

B) $\frac{1}{30}$

C) $\frac{1}{40}$

D) $\frac{1}{50}$

उत्तर: $\frac{1}{20}$

हल: कुल स्थितियाँ ${}^5C_4 \times 4!$ होंगी

अब $2f(b) = f(c) + f(d) - f(a)$ के लिए अनुकूल स्थितियाँ होंगी;

स्थिति (I) यदि $f(b) = 1$ तब $f(c), f(d), f(a)$ क्रमशः 3, 4, 5 और 4, 3, 5 मान ले सकता है।

स्थिति (II) यदि $f(b) = 2$ तब $f(c), f(d), f(a)$ क्रमशः मान 3, 5, 4 और 5, 3, 4 ले सकते हैं।

स्थिति (III) यदि $f(b) = 3$ तब $f(c), f(d), f(a)$ क्रमशः 2, 5, 1 और 5, 2, 1 मान ले सकते हैं।

इसलिए, कुल अनुकूल स्थिति 6 होंगी।

इसलिए, प्रायिकता = $\frac{\text{अनुकूल स्थितियाँ}}{\text{कुल परिणाम}} = \frac{6}{5 \times 4!} = \frac{1}{20}$

प्रश्न.10. मान लीजिए कि $f(x)$ एक द्विघात व्यंजक इस प्रकार है कि $f(-2) + f(3) = 0$ है। यदि $f(x) = 0$ का एक मूल -1 है, तब द्विघात समीकरण $f(x) = 0$ के मूलों का योगफल है:

A) $\frac{11}{3}$

B) $\frac{8}{3}$

C) $-\frac{11}{3}$

D) $\frac{3}{11}$

उत्तर: $\frac{11}{3}$



हल: माना, $f(x) = ax^2 + bx + c$

दिया गया है, $f(-2) + f(3) = 0$

$$\Rightarrow 4a - 2b + c + 9a + 3b + c = 0$$

$$\Rightarrow 13a + b + 2c = 0 \quad \dots (i)$$

चूंकि $-1, f(x) = 0$ का एक मूल है। इसलिए, $f(-1) = 0$

$$\Rightarrow a - b + c = 0 \quad \dots (ii)$$

समीकरणों (i) और (ii) को हल करने पर, हमें प्राप्त होता है;

$$11a + 3b = 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{11}{3}$$

अब, हम जानते हैं कि $ax^2 + bx + c = 0$ के मूलों का योगफल $-\frac{b}{a}$ है।

$\therefore f(x) = 0$ के मूलों का योग $\frac{11}{3}$ है।

प्रश्न.11. माना, $f(x) + f(x+k) = n$. यदि $I_1 = \int_0^{4k} f(x)dx$ और $I_2 = \int_{-k}^{3k} f(x)dx$ है, तब $I_1 + I_2$ बराबर है:

A) nk

B) $2nk$

C) $3nk$

D) $4nk$

उत्तर: $4nk$

हल: दिया गया है, $f(x) + f(x+k) = n \quad \dots (i)$

$$I_1 = \int_0^{4k} f(x)dx$$

$$\text{अब } I_2 = \int_{-k}^{3k} f(x)dx$$

माना $x = t - k \Rightarrow dx = dt$

$$\Rightarrow I_2 = \int_0^{4k} f(t-k)dt$$

$$= \int_0^{4k} (n - f(t))dt \quad \{\text{चूंकि } f(t-k) = n - f(t)\}$$

$$= \int_0^{4k} n dt - \int_0^{4k} f(t)dt$$

$$= 4nk - I_1$$

$$\text{अतः, } I_1 + I_2 = 4nk$$

प्रश्न.12. रेखा $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{5}$ के संबंध में बिंदु $P(3, 2, 3)$ का प्रतिबिंब S है। यदि कोई बिंदु $Q(\alpha, \beta, \gamma)$, PS को आंतरिक रूप से $1 : 3$ के अनुपात में विभाजित करता है, तब (α, β, γ) है:

A) $\left(\frac{33}{10}, \frac{12}{5}, \frac{5}{2}\right)$

B) $\left(\frac{33}{10}, \frac{5}{2}, \frac{12}{5}\right)$

C) $\left(\frac{12}{5}, \frac{33}{10}, \frac{5}{2}\right)$

D) $(1, 0, 1)$



उत्तर: $\left(\frac{33}{10}, \frac{12}{5}, \frac{5}{2}\right)$

हल: दिया गया है कि रेखा $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{5}$ के संबंध में बिंदु $P(3, 2, 3)$ का प्रतिबिंब S है।

मान लीजिए कि रेखा पर एक बिंदु $(3\lambda + 3, 4\lambda + 2, 5\lambda + 1)$ है।

P से रेखा पर लंब का पाद $(3\lambda, 4\lambda, 5\lambda - 2)$ है।

अब, $9\lambda + 16\lambda + 25\lambda - 10 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{5}$

\therefore लंब का पाद $M \equiv \left(\frac{18}{5}, \frac{14}{5}, 2\right)$

बिंदु P और S को 1 : 3 के अनुपात में विभाजित करता है। P का मध्य - बिंदु और (M) का लंब का पाद होगा।

अर्थात्, $\left(\frac{\frac{18}{5}+3}{2}, \frac{\frac{14}{5}+2}{2}, \frac{2+3}{2}\right) = \left(\frac{33}{10}, \frac{12}{5}, \frac{5}{2}\right)$

प्रश्न.13. यदि $2xye^{\frac{x^2}{y}}dx + \left(y - x^2e^{\frac{x^2}{y}}\right)dy = 0$ है, तब:

A) $e^{\frac{x^2}{y}} + \ln y = c$

B) $e^{\frac{x^2}{y}} + \frac{y^2}{2} = c$

C) $x \cdot e^{\frac{x^2}{y}} + y = c$

D) $y \cdot e^{\frac{x^2}{y}} - \ln y = c$

उत्तर: $e^{\frac{x^2}{y}} + \ln y = c$

हल: हमें प्राप्त है, $2xye^{\frac{x^2}{y}}dx + \left(y - x^2e^{\frac{x^2}{y}}\right)dy = 0$

$\Rightarrow e^{\frac{x^2}{y}} [2xydx - x^2dy] = -ydy$

$\Rightarrow e^{\frac{x^2}{y}} \left[\frac{yd(x^2) - x^2dy}{y^2} \right] = -\frac{dy}{y}$

$\Rightarrow e^{\frac{x^2}{y}} d\left(\frac{x^2}{y}\right) = -\frac{dy}{y}$

$\Rightarrow e^{\frac{x^2}{y}} d\left(\frac{x^2}{y}\right) + \frac{dy}{y} = 0$

$\Rightarrow \int e^{\frac{x^2}{y}} d\left(\frac{x^2}{y}\right) + \int \frac{1}{y} dy = \int 0 dy$

$\Rightarrow e^{\frac{x^2}{y}} + \ln y = c$

प्रश्न.14. यदि वृत्त $(x - \sqrt{2})^2 + (y - 3\sqrt{2})^2 = 6$ का एक व्यास, एक दूसरे वृत्त $(x - 2\sqrt{2})^2 + (y - 2\sqrt{2})^2 = r^2$ की एक जीवा है, तब r का मान बराबर है:

A) $\sqrt{10}$

B) $\sqrt{5}$



C) 2

D) $\sqrt{8}$

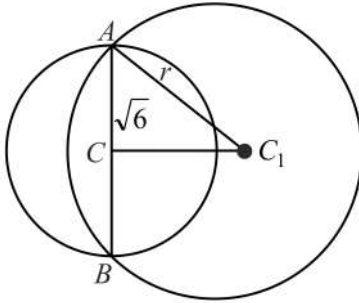
उत्तर: $\sqrt{10}$

हल: दिया गया है कि, वृत्त $(x - \sqrt{2})^2 + (y - 3\sqrt{2})^2 = 6$ का एक व्यास, एक दूसरे वृत्त $(x - 2\sqrt{2})^2 + (y - 2\sqrt{2})^2 = r^2$ की एक जीवा है।

माना, C और C_1 क्रमशः वृत्त $(x - \sqrt{2})^2 + (y - 3\sqrt{2})^2 = 6$ और $(x - 2\sqrt{2})^2 + (y - 2\sqrt{2})^2 = r^2$ के केंद्र हैं।

इसलिए, $C(\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$ और $C_1(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

दोनों वृत्तों की स्थिति, जैसा कि आकृति में दिखाया गया है।



$$\text{अब, } CC_1 = \sqrt{(2\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2} - 3\sqrt{2})^2} = \sqrt{2+2} = 2$$

यह ऊपर दिए गए आरेख से स्पष्ट है कि ΔACC_1 एक समकोण त्रिभुज है।

$$\Rightarrow r^2 = (AC)^2 + (CC_1)^2 = (\sqrt{6})^2 + 2^2 \Rightarrow r^2 = 10 \Rightarrow r = \sqrt{10}$$

प्रश्न.15.

माना, $A = \begin{bmatrix} 1+i & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ है, तो समुच्चय $\{n \in \{1, 2, 3, \dots, 100\} : A^n = A\}$ में अवयवों की कुल संख्या है:

A) 25

B) 28

C) 32

D) 35

उत्तर: 25



हल:

$$\text{हमें प्राप्त है, } A = \begin{bmatrix} 1+i & 1 \\ -i & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1+i & 1 \\ -i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+i & 1 \\ -i & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & 1+i \\ -i+1 & -i \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{bmatrix} i & 1+i \\ 1-i & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+i & 1 \\ -i & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & i \\ 1 & 1-i \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^3 \cdot A = \begin{bmatrix} 0 & i \\ 1 & 1-i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+i & 1 \\ -i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\therefore A^4 = I$$

$$\text{इसलिए, } A^5 = A^4 \cdot A = I \cdot A = A$$

$$A^6 = A^4 \cdot A^2 = I \cdot A^2 = A^2 \text{ और इसी प्रकार आगे भी,}$$

$$\therefore A^1 = A^5 = A^9 = \dots = A^{97} = A$$

अतः, n के संभावित मान, इस प्रकार हैं कि $A^n = A$

$$= \{1, 5, 9, \dots, 97\}$$

स्पष्ट रूप से, उपरोक्त अनुक्रम समांतर श्रेणी में है, जहाँ,

$$a = 1, d = 4 \text{ और } t_n = 97 \Rightarrow a + (n-1)d = 97$$

$$\Rightarrow 1 + (n-1)4 = 97 \Rightarrow n = 25$$

\therefore दिए गए समुच्चय में अवयवों की संख्या = 25

प्रश्न.16. एक कक्षा में सात छात्र हैं, जिनके औसत अंक 62 हैं। एक छात्र अनुत्तीर्ण हो जाता है, यदि वह 50 से कम अंक प्राप्त करता है। यदि दिया गया प्रसरण 30 है, तब कक्षा में छात्रों की अधिकतम संख्या अनुत्तीर्ण हो जाती है, तब इसकी सबसे बुरी स्थिति क्या होगी?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

उत्तर: 1

हल:

$$\text{दिया गया है, माध्य } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^7 x_i}{7} = 62$$

$$\text{और प्रसरण} = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 (\bar{x} - x_i)^2 = 30$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^7 (62 - x_i)^2 = 210$$

$$\text{जब एक छात्र 49 अंक प्राप्त करता है, तब } (62 - 49)^2 = 169$$

चूँकि एक छात्र अनुत्तीर्ण हो जाता है, यदि वह 50 से कम अंक प्राप्त करता है, इसलिए अधिकतम एक छात्र 50 से कम अंक प्राप्त कर सकता है।

प्रश्न.17. दो संबंधों $R_1 = \{(a, b); a, b \in N : |a - b| \leq 13\}$ और $R_2 = \{(a, b); a, b \in N : |a - b| \neq 13\}$ के लिए, संक्रामक संबंध क्या है/ हैं?

- A) केवल R_1
- B) केवल R_2
- C) R_1 और R_2 दोनों



D) न तो R_1 और न ही R_2

उत्तर: न तो R_1 और न ही R_2

हल: जाँच करने के लिए कि R_1 संक्रामक है;

माना $a = 16, b = 4, c = 1$

यहाँ $|a - b| = |16 - 4| \leq 13$ सत्य है।

अब $|b - c| = |4 - 1| \leq 13 \Rightarrow |3| \leq 13$ भी सत्य है।

लेकिन $|a - c| = |16 - 1| \not\leq 13$

अतः R_1 संक्रामक नहीं है।

इसी प्रकार, R_2 की संक्रामकता की जाँच करने के लिए,

मान लीजिए कि, $a = 16, b = 4, c = 3$

यहाँ, $|a - b| = |16 - 4| \neq 13$ और $|b - c| = |4 - 3| \neq 13$

लेकिन, $|a - c| = |16 - 3| = 13$

अतः, R_2 भी संक्रामक नहीं है।

प्रश्न.18. यदि S_n एक गुणोत्तर श्रेणी के अनंत पदों के योग को निरूपित करता है, जिसका प्रथम पद और सार्व अनुपात क्रमशः n^2 और $\frac{1}{(n+1)^2}$ है, तब

$\frac{1}{26} + \sum_{n=0}^{50} \left(S_n + \frac{2}{n+1} - n - 1 \right)$ का मान है:

A) 41652

B) 41650

C) 46150

D) 46152

उत्तर: 41652



हल: हमें प्राप्त है, $a = n^2$, $r = \frac{1}{(n+1)^2}$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n^2}{1 - \frac{1}{(n+1)^2}} = \frac{n^2(n+1)^2}{n(n+2)} \\ &= \frac{n[n(n+2)+1]}{n+2} = n^2 + \frac{n}{n+2} \\ &= n^2 + \frac{n+2-2}{n+2} = n^2 + 1 - \frac{2}{n+2} \quad \dots (i) \end{aligned}$$

$$\text{अब, } \sum_{n=0}^{50} \left(S_n + \frac{2}{n+1} - n - 1 \right)$$

समीकरण (i) से,

$$\begin{aligned} &= \sum_{n=0}^{50} \left(n^2 + 1 - \frac{2}{n+2} + \frac{2}{n+1} - n - 1 \right) \\ &= \sum_{n=0}^{50} (n^2 - n) + 2 \sum_{n=0}^{50} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) \\ &= \sum_{n=0}^{50} n^2 - \sum_{n=0}^{50} n + 2 \left[\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left(\frac{1}{51} - \frac{1}{52} \right) \right] \\ &= \frac{50(51)(101)}{6} - \frac{50(51)}{2} + 2 \left[1 - \frac{1}{52} \right] \\ &= (25)(17)(101) - 25(51) + 2 \left(\frac{51}{52} \right) \\ &= 25(1717 - 51) + \frac{51}{26} = 25(1666) + \frac{51}{26} \\ &= 41650 + \frac{51}{26} \\ \therefore \frac{1}{26} + \sum_{n=0}^{50} \left(S_n + \frac{2}{n+1} - n - 1 \right) &= 41650 + 2 = 41652 \end{aligned}$$

