

29 जून, 2022 - शिफ्ट 1 (स्मृति आधारित प्रश्न)

जेईई मेन परीक्षा 2022 - सेशन 1

सेक्शन A: भौतिक विज्ञान

प्रश्न.1. यंग द्वि झिरी प्रयोग में तरंगदैर्घ्य $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ के लिए फ्रिंज की चौड़ाई 1.2 mm है। फिर एक प्रकाश तरंग के लिए फ्रिंज चौड़ाई, जब झिरियों के बीच की दूरी दोगुनी हो जाती है और तरंगदैर्घ्य 6000 \AA में परिवर्तित हो जाती है, है:

- A) 0.52 mm
- B) 0.72 mm
- C) 8.5 mm
- D) 1.32 mm

उत्तर: 0.72 mm

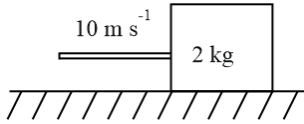
हल: हम जानते हैं कि फ्रिंज चौड़ाई निम्न द्वारा दी जाती है,

$$\beta = \frac{\lambda D}{d}$$

$$\Rightarrow \frac{\beta'}{\beta} = \frac{\lambda'}{\lambda} \times \frac{d}{d'} = \frac{6000}{5000} \times \frac{d}{2d}$$

$$\Rightarrow \beta' = \frac{6}{5 \times 2} \times 1.2 = 0.6 \times 1.2 = 0.72 \text{ mm}$$

प्रश्न.2. 1 cm^2 अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल के एक नोजल से 10 m s^{-1} वेग से प्रवाहित जल, विराम अवस्था में रखे 2 kg के एक खंड से टकराता है जैसा कि दिखाया गया है। यदि गुटके से टकराने के तुरंत बाद जल का प्रवाह विराम में आ जाता है, तो गुटके का प्रारंभिक त्वरण है:



- A) 3 m s^{-2}
- B) 5 m s^{-2}
- C) 4 m s^{-2}
- D) 2 m s^{-2}

उत्तर: 5 m s^{-2}

हल: माना जल जेट का वेग v है।

जल धारा का द्रव्यमान, जो प्रति सेकंड गुटके से टकराता है, $m = \rho Av$, जहां, ρ घनत्व है और A अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल है। प्रारंभिक संवेग, $p_i = (\rho Av)v$ और अंतिम संवेग $p_f = 0$

$$\text{इसलिए, लगाया गया बल है } F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{(\rho Av) \times v}{1}$$

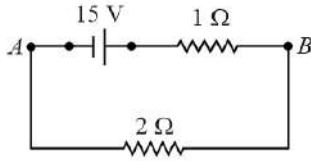
$$\Rightarrow ma = \rho Av^2$$

$$\text{गुटके का त्वरण, } a = \frac{10^3 \times 10^{-4} \times (100)}{2}$$

$$a = 5 \text{ m s}^{-2}$$



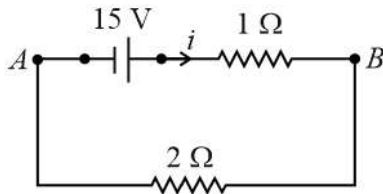
प्रश्न.3. निम्नलिखित परिपथ में, $V_B - V_A$ का मान है:



- A) 5 V
- B) 15 V
- C) 10 V
- D) 7.5 V

उत्तर: 10 V

हल:



परिपथ में संयुक्त प्रतिरोध मान है, 3Ω है।

$$i = \frac{15}{3} = 5 \text{ A}$$

$$\text{इसलिए, } V_B - V_A = i \times 2 = 10 \text{ V}$$

प्रश्न.4. एक गेंद को 180 m की ऊँचाई से गिरा दिया जाता है। 2 s के बाद, एक अन्य गेंद को चाल u से नीचे की ओर फेंका जाता है ताकि दोनों गेंदें 100 m ऊँचाई पर संघट्ट करती हैं। u का मान है: ($g = 10 \text{ m s}^{-2}$ लीजिए)

- A) 10 m s^{-1}
- B) 20 m s^{-1}
- C) 40 m s^{-1}
- D) 30 m s^{-1}

उत्तर: 30 m s^{-1}

हल: पहली गेंद द्वारा तय किया गया विस्थापन, $(180 - 100) = 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$

अब, दूसरी वस्तु को केवल $t_2 = 4 - 2 = 2 \text{ s}$ प्राप्त होता है।

दूसरे द्वारा तय किया गया विस्थापन समान होगा,

$$80 = u \times 2 + \frac{1}{2} \times 10 \times (2)^2$$

$$\Rightarrow u = \frac{80 - 20}{2} = 30 \text{ m s}^{-1}$$

प्रश्न.5. **अभिकथन** : यदि एक धातु के कार्य फलन की तुलना में आपतित फोटॉन की ऊर्जा कम है, तो इससे इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित नहीं होते हैं।

कारण : यदि उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा शून्य है, तो धातु का कार्य फलन आपतित फोटॉन की ऊर्जा के बराबर होता है।

- A) अभिकथन और कारण दोनों सत्य हैं और कारण, अभिकथन की सही व्याख्या है।
- B) अभिकथन और कारण दोनों सत्य हैं, लेकिन कारण सही स्पष्टीकरण नहीं है।
- C) अभिकथन सत्य है और कारण असत्य है।



D) अभिकथन असत्य है और कारण सत्य है।

उत्तर: अभिकथन और कारण दोनों सत्य हैं और कारण, अभिकथन की सही व्याख्या है।

हल: कारण कथन के अनुसार, कार्य फलन को, आपतित फोटॉन की ऊर्जा के रूप में परिभाषित किया जाता है, जब उत्सर्जित फोटॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा शून्य होती है। इसलिए, यदि आपतित फोटॉन की ऊर्जा, धातु के कार्य फलन से कम होती है, तो धातु से कोई इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित नहीं होगा। इसलिए, विकल्प A सही उत्तर है।

प्रश्न.6. \vec{A} और \vec{B} दो सदिश हैं, जिनके परिमाण बराबर हैं। यदि $\vec{A} + \vec{B}$ का परिमाण, $\vec{A} - \vec{B}$ के परिमाण का दोगुना है, तो A और B के बीच का कोण क्या है?

A) $\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

B) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

C) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

D) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)$

उत्तर: $\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

हल: दिया गया है: $|\vec{A} + \vec{B}| = 2|\vec{A} - \vec{B}|$

हमें प्राप्त है:

$$A^2 + A^2 + 2A^2 \cos \theta = 4(A^2 + A^2 - 2A^2 \cos \theta)$$

सरल करने पर, हमें प्राप्त होता है:

$$2A^2 + 2A^2 \cos \theta = 8A^2 - 8A^2 \cos \theta$$

$$\Rightarrow 1 + \cos \theta = 4 - 4 \cos \theta$$

$$\Rightarrow 5 \cos \theta = 3$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \theta = \cos^{-1} \frac{3}{5}$$

प्रश्न.7. मूल लंबाई L की एक छड़, एक सिरे से मुक्त रूप से लटकी हुई है। यह अपने मुक्त सिरे से क्रमशः 1 kg & 2 kg के द्रव्यमान को लटकाने पर L₁ & L₂ तक विस्तारित होता है। लंबाई L (L₁ और L₂ के पदों में) ज्ञात कीजिए।

A) $2L_1 - L_2$

B) $3L_1 - L_2$

C) $(L_1 L_2)^{0.5}$

D) $(L_1 L_2)^{0.3}$

उत्तर: $2L_1 - L_2$

हल: हुक के नियम से,

$$\Delta L = \frac{FL}{AY} \Rightarrow \Delta L \propto F$$

इसलिए,

$$\frac{L_2 - L}{L_1 - L} = \frac{m_2 g}{m_1 g} = \frac{2}{1} \Rightarrow L = 2L_1 - L_2$$

प्रश्न.8. एक कार्नाट इंजन 227 °C पर एक स्रोत से 300 कैलोरी ऊष्मा लेता है और 225 कैलोरी ऊष्मा को सिंक से अस्वीकार करता है। सिंक का तापमान क्या होता है?

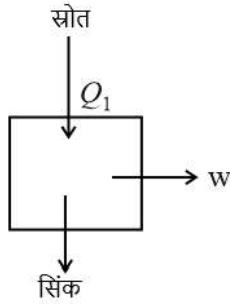
A) 102 °C



- B) 109°C
 C) 135°C
 D) 127°C

उत्तर: 102°C

हल:



कार्नो इंजन की दक्षता निम्न द्वारा दी जाती है

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{225}{300} = 1 - \frac{T_2}{500}$$

$$T_2 = \frac{5}{3} \times 225 = 375 \text{ K}$$

इसलिए, सिंक का तापमान है,

$$T_2 = 375 - 273 = 102^\circ\text{C}$$

प्रश्न.9. $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$ (गैस के 1 मोल के लिए), $\frac{a}{b}$ विमीय रूप से निम्न के बराबर होगा:

- A) $\frac{P}{V}$
 B) PV
 C) PV^3
 D) $\frac{P}{V^2}$

उत्तर: PV

हल: $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = nRT$

b की विमा, V की विमाओं के बराबर होनी चाहिए। इसी प्रकार, a की विमा, PV^2 की विमाओं के बराबर होगी।

इसलिए, $\left[\frac{a}{b}\right]$ की विमा = $\left[\frac{PV^2}{V}\right] = [PV]$

प्रश्न.10. A ग्रह पर पलायन वेग को 12 m s^{-1} के रूप में दिया गया है। यदि किसी अन्य ग्रह B का घनत्व ग्रह A के घनत्व का 4 गुना है, और इसकी त्रिज्या ग्रह A का आधा है, तो ग्रह B से पलायन वेग है:

- A) 24 m s^{-1}
 B) 12 m s^{-1}
 C) 36 m s^{-1}
 D) 6 m s^{-1}



उत्तर: 12 m s^{-1}

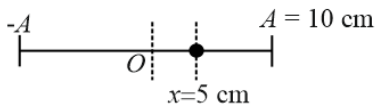
हल: हम जानते हैं कि पलायन वेग निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{M_A}{M_B} \times \frac{R_B}{R_A}} = \sqrt{\frac{\rho_A R_A^3}{\rho_B R_B^3} \times \frac{R_B}{R_A}} = \sqrt{\frac{\rho_A R_A^2}{\rho_B R_B^2}} = \sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{4}{1}}$$

$$\Rightarrow v_B = v_A = 12 \text{ m s}^{-1}$$

प्रश्न.11. $A = 10 \text{ cm}$ के साथ सरल आवर्त गति करने वाले एक कण को $x = 5 \text{ cm}$ पर आवेग दिया जाता है, इस प्रकार कि वेग तीन गुना हो जाता है। नए आयाम का पता लगाए।



A) 15 cm

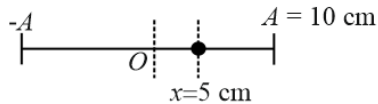
B) $10\sqrt{7} \text{ cm}$

C) 12 cm

D) $18\sqrt{3} \text{ cm}$

उत्तर: $10\sqrt{7} \text{ cm}$

हल:



सरल आवर्त गति में, किसी भी विस्थापन x पर कण का वेग निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$v = \sqrt{A^2 - x^2}$$

इसलिए,

$$\Rightarrow \frac{v}{3v} = \frac{(\sqrt{A_1^2 - 25})}{\sqrt{A_2^2 - 25}} \Rightarrow \sqrt{A_2^2 - 25} = 3 \times \sqrt{75}$$

$$\Rightarrow A_2^2 = 700 \Rightarrow A_2 = 10\sqrt{7} \text{ cm}$$

प्रश्न.12. एक विद्युत चुम्बकीय तरंग की औसत तीव्रता $I = 0.22 \text{ W m}^{-2}$ है। तब इस तरंग का चुंबकीय क्षेत्र आयाम क्या है?

A) $2.8 \times 10^{-6} \text{ T}$

B) $2.3 \times 10^{-7} \text{ T}$

C) $5.8 \times 10^{-6} \text{ T}$

D) $4.3 \times 10^{-8} \text{ T}$

उत्तर: $4.3 \times 10^{-8} \text{ T}$



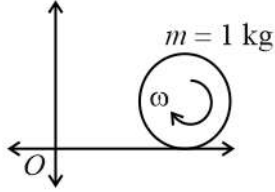
हल: $I = \frac{B_0 E_0}{2\mu}$ संबंध का उपयोग करते हुए।

चूँकि, $E_0 = cB_0$, तब $I = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \times c$
इसलिए, चुंबकीय क्षेत्र का आयाम है,

$$B_0 = \sqrt{\frac{0.22 \times 2 \times 4\pi \times 10^{-7}}{3 \times 10^8}}$$

$$B_0 = 4.3 \times 10^{-8} \text{T}$$

प्रश्न.13. त्रिज्या R का एक गोलीय कोश एक समतल क्षैतिज पृष्ठ पर लोटनिक गति कर रहा है, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। तब मूल बिंदु के सापेक्ष कोणीय संवेग है:



A) $\frac{2}{3}mR^2\omega$

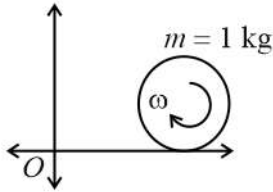
B) $\frac{7}{3}mR^2\omega$

C) $\frac{5}{3}mR^2\omega$

D) $\frac{1}{3}mR^2\omega$

उत्तर: $\frac{5}{3}mR^2\omega$

हल:



एक घूर्णी और रूपांतरित पिंड का कोणीय संवेग निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$L_O = mvR + I\omega = mvR + \frac{2}{3}MR^2\omega$$

लोटनिक गति के लिए, $v = \omega R$

$$\Rightarrow L_O = m\omega R^2 \left(1 + \frac{2}{3}\right) = \frac{5}{3}m\omega R^2$$

प्रश्न.14. एक निश्चित स्थान पर, नति कोण 30° है और पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक 0.50 ओर्स्टेड है। पृथ्वी का कुल चुंबकीय क्षेत्र है:

A) $\sqrt{3}$ ओर्स्टेड

B) 1 ओर्स्टेड

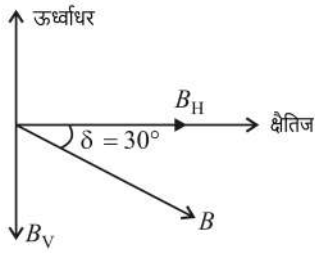
C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ओर्स्टेड

D) $\frac{1}{2}$ ओर्स्टेड

उत्तर: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ओर्स्टेड



हल:



नति कोण, $\delta = 30^\circ$
नति कोण या चुंबकीय नति कोण, कुल पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र और इसका क्षैतिज घटक का कोण है।

$$B_H = B \cos \delta$$

$$B = \frac{B_H}{\cos \delta}$$

$$\text{चुंबकीय क्षेत्र, } B = \frac{0.5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ ओरस्टेड}$$

प्रश्न.15. विस्थापन के पदों में एक कण का वेग, $v = b(x)^{5/2}$ है, कण को $x = 0$ m से $x = 4$ m तक विस्थापित करने में किया गया कार्य ज्ञात कीजिए। (दिया गया है, $b = 0.25$ & $m = 0.5$ kg)

A) 2 J

B) 4 J

C) 8 J

D) 16 J

उत्तर: 16 J

हल: जैसा कि हम जानते हैं, सभी बलों द्वारा किया गया कार्य निम्न होगा, $W_{\text{सभी}} = \Delta K$

$$= \frac{1}{2} m b^2 (x_2^5 - x_1^5)$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.5 \times \frac{1}{16} \times 4^5 = 16 \text{ J}$$

प्रश्न.16. समान अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल के साथ तापीय चालकता K और $2K$ और लंबाई $L_1 = 0.4$ m और $L_2 = 0.2$ m की दो छड़ें श्रेणी क्रम में जुड़ी हुई हैं। छड़ों की तुल्य ऊष्मीय चालकता क्या है?

A) $\frac{K}{2}$

B) $2K$

C) $\frac{3}{2}K$

D) $\frac{6}{5}K$

उत्तर: $\frac{6}{5}K$

हल: छड़ 1 का तापीय प्रतिरोध $R_1 = \frac{l_1}{KA} = \frac{0.4}{KA}$ होगा और छड़ 2 का ताप प्रतिरोध $R_2 = \frac{l_2}{2KA} = \frac{0.2}{2KA} = \frac{0.1}{KA}$ होगा।

चूँकि वे श्रेणी क्रम में जुड़े हुए हैं, $R_{eq} = R_1 + R_2 = \frac{0.5}{KA}$

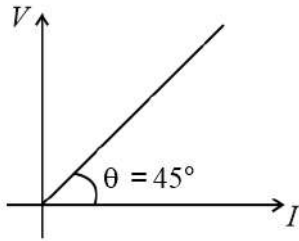
यदि तुल्य तापीय चालकता K_{eq} है, तब $R_{eq} = \frac{l_1+l_2}{K_{eq}A} = \frac{0.6}{K_{eq}A}$ है।

इसलिए,

$$\frac{0.5}{KA} = \frac{0.6}{K_{eq}A} \Rightarrow K_{eq} = \frac{6}{5}K$$



प्रश्न.17. वोल्टता बनाम धारा आलेख नीचे दिखाया गया है। यदि तार का व्यास 2.4 cm है और तार की लंबाई 31.4 cm है, तब इसकी प्रतिरोधकता ज्ञात कीजिए।



- A) 0.144 cm
- B) 0.164 cm
- C) 0.182 cm
- D) 0.204 cm

उत्तर: 0.144 cm

हल: चूंकि, $V - I$ आलेख की प्रवणता प्रतिरोध को प्रदर्शित करती है, इसलिए, $R = \tan 45^\circ = 1 \Omega$

अब, तार का प्रतिरोध निम्न प्रकार से दिया जाता है, $R = \frac{\rho L}{A}$
इसलिए, तार की प्रतिरोधकता है,

$$\rho = \frac{A}{RL} = \frac{\pi r^2}{RL} = \frac{\pi (1.2^2 \times 10^{-4})}{31.4 \times 10^{-2}} = 1.44 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.144 \text{ cm}$$

प्रश्न.18. 1000 nm पर संचालित प्रकाशिक संचार निकाय में, 8 kHz की बैंड चौड़ाई वाले टीवी प्रसारण के लिए स्रोत आवृत्ति केकेवल 2% का उपयोग किया जाता है। संचरित किए जा सकने वाले चैनल की संख्या ज्ञात कीजिए।

- A) 7.5×10^8
- B) 3×10^8
- C) 1.5×10^{12}
- D) 0.75×10^{12}

उत्तर: 7.5×10^8

हल: दिया गया है कि, $\lambda = 1000 \text{ nm} = 10^{-6} \text{ m}$

$$\Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{10^{-6}} = 3 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\Delta f = \left(\frac{2}{100}\right) \times 3 \times 10^{14} = 6 \times 10^{12} \text{ Hz}$$

$$N = \frac{\text{चैनल की कुल बैंड चौड़ाई}}{\text{आवश्यक बैंड चौड़ाई प्रति चैनल}} = \frac{6 \times 10^{12}}{8000} = 7.5 \times 10^8$$

प्रश्न.19. आवेश $40 \mu\text{C}$ और 100 mg द्रव्यमान के एक कण को 10^5 N C^{-1} के एक समान विद्युत क्षेत्र के विरुद्ध 200 m s^{-1} वेग के साथ फेंका जाता है। क्षणिक विराम में आने से पहले यह कितनी दूरी तय करेगा?

- A) 0.5 m
- B) 0.4 m
- C) 0.6 m
- D) 0.3 m



उत्तर: 0.5 m

हल: एक विद्युत क्षेत्र में q आवेश के साथ एक कण द्वारा अनुभव किया गया बल $F = qE$ होता है।

अब, उत्पन्न त्वरण को इस प्रकार दिया जाता है, $a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}$

$= \frac{40 \times 10^{-6} \times 10^5}{1 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^4 \text{ m s}^{-2}$ (जैसा कि कण को विद्युत क्षेत्र के विरुद्ध प्रक्षेपित किया जाता है, इसलिए यह धीमा हो जाता है)

$v^2 = u^2 - 2as$ का उपयोग करने पर,

हमारे पास है, $0^2 = u^2 - 2as$

$s = \frac{v^2}{2a} = \frac{(200)^2}{2 \times 4 \times 10^4} = 0.5 \text{ m}$

प्रश्न.20. एक तरंग का समीकरण, $y = 10 \sin 2\pi \left(nt - \frac{x}{\lambda} \right)$ के रूप में दिया गया है। यदि कण का अधिकतम वेग, तरंग वेग का चार गुना है, तो तरंग की तरंगदैर्घ्य ज्ञात कीजिए।

A) $5\pi \text{ m}$

B) $10\pi \text{ m}$

C) $15\pi \text{ m}$

D) $20\pi \text{ m}$

उत्तर: $5\pi \text{ m}$

हल: जैसा कि हम जानते हैं, $v_p = \frac{dy}{dt} = (10 \times 2\pi n) \times \cos 2\pi \left(nt - \frac{x}{\lambda} \right)$

इसलिए, $(v_p)_{max} = 20\pi n$

अब जैसा कि हम जानते हैं, $v = \lambda n$

जैसा कि प्रश्न में दिया गया है,

$(v_p)_{max} = 4v$

$\Rightarrow 20\pi n = 4\lambda n$

$\Rightarrow \lambda = 5\pi \text{ m}$

प्रश्न.21. द्रव्यमान m का एक कण प्रारंभ में विराम पर है, जो द्रव्यमान अनुपात 1 : 1 : 2 में तीन भागों में टूट जाता है। पहले दो भागों के वेग, जो एक दूसरे के लंबवत निर्देशित हैं, 30 m s^{-1} और 40 m s^{-1} हैं। तीसरे भाग के वेग को ज्ञात कीजिए।

A) 35 m s^{-1}

B) 40 m s^{-1}

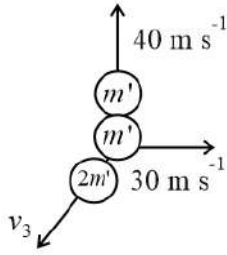
C) 25 m s^{-1}

D) 15 m s^{-1}

उत्तर: 25 m s^{-1}



हल:



माना कि तीनों भागों के द्रव्यमान m' , m' और $2m'$ हैं।

पहले भाग का संवेग $p_1 = m' \times 30 = 30m'$ और दूसरे भाग का संवेग $p_2 = m' \times 40 = 40m'$ तीसरा भाग p_1 और p_2 के परिणामी की दिशा के विपरीत दिशा में उड़ जाएगा, इसलिए कि विस्फोट के बाद निकाय का कुल संवेग शून्य रहता है।

तीसरे भाग का संवेग है,

$$p_3 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{(30m')^2 + (40m')^2} = 50m'$$

तीसरे भाग का वेग,

$$v = \frac{50m'}{2m'} = 25 \text{ m s}^{-1}$$

प्रश्न.22. 60 min और 20 min में, दो कुंडलियाँ समान मात्रा में जल को अलग - अलग गर्म करती हैं। तब जल की समान मात्रा को गर्म करने में लगने वाला समय क्या होगा, यदि वे समान स्रोत के साथ समान क्रम में जुड़े हुए हैं?

- A) 10 min
- B) 5 min
- C) 7.5 min
- D) 15 min

उत्तर: 15 min

हल: यदि H जल को गर्म करने के लिए आवश्यक ऊष्मा है, तो

$$P_1 \times 60 = H \Rightarrow P_1 = \frac{H}{60} \text{ और } P_2 \times 20 = H \Rightarrow P_2 = \frac{H}{20}$$

जब कुंडलियाँ समान क्रम में जुड़ी हुई हैं, तो उनकी क्षमताओं को जोड़ा जाएगा। यदि अभीष्ट समय अब t है, तब $(P_1 + P_2)t = H$

$$\Rightarrow t = \frac{H}{\frac{H}{60} + \frac{H}{20}} = 15 \text{ min}$$



सेक्शन B: रसायन विज्ञान

प्रश्न.1. निम्नलिखित को उनके सहसंयोजक गुण के बढ़ते क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

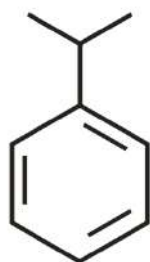
- A) $\text{CsCl} < \text{RbCl} < \text{NaCl} < \text{LiCl}$
- B) $\text{LiCl} < \text{NaCl} < \text{RbCl} < \text{CsCl}$
- C) $\text{CsCl} < \text{NaCl} < \text{LiCl} < \text{RbCl}$
- D) $\text{LiCl} < \text{RbCl} < \text{NaCl} < \text{CsCl}$

उत्तर: $\text{CsCl} < \text{RbCl} < \text{NaCl} < \text{LiCl}$

हल: लीथियम क्लोराइड, क्षार धातु क्लोराइड है, जो प्रकृति में सबसे अधिक सहसंयोजक होता है। यह लीथियम के छोटे आकार और उच्च ध्रुवण क्षमता के कारण होता है। अर्थात्, धनायन जितना छोटा होता है, ध्रुवण क्षमता उतनी ही अधिक होती है और इसलिए, सहसंयोजक गुण उतना ही अधिक होता है। इसलिए सहसंयोजक गुण का क्रम निम्नानुसार होगा - $\text{CsCl} < \text{RbCl} < \text{NaCl} < \text{LiCl}$

प्रश्न.2. निम्नलिखित में से किसमें असममित कार्बन होता है?

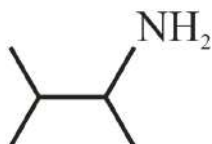
A)



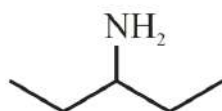
B)



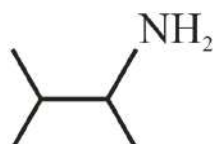
C)



D)

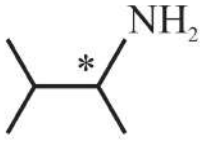


उत्तर:





हल: एक असममित कार्बन परमाणु (काइरल कार्बन) वह कार्बन परमाणु होता है, जो चार विभिन्न प्रकार के परमाणुओं या परमाणुओं के समूहों से जुड़ा होता है।



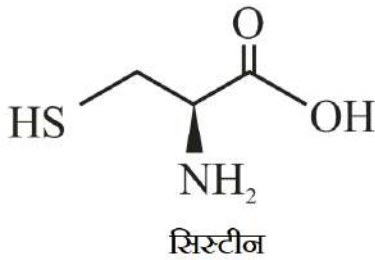
* के साथ चिह्नित कार्बन में, इससे चार विभिन्न समूह जुड़े हुए हैं। इसलिए, यह एक असममित कार्बन है।

प्रश्न.3. निम्नलिखित में से किस अमीनो अम्ल में सल्फर पाया जाता है?

- A) हिस्टैमिन
- B) सिमेटिडीन
- C) सिस्टीन
- D) रेनिटिडिन

उत्तर: सिस्टीन

हल: अमीनो अम्ल जिसमें सल्फर होता है, सिस्टीन होता है। इसकी संरचना नीचे प्रदर्शित की गई है -



प्रश्न.4. परमाणु क्रमांक 78 वाले तत्व का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास है:

- A) $[\text{Xe}] 3f^{14}4d^{10}5s^0$
- B) $[\text{Kr}] 3f^{14}4d^8$
- C) $[\text{Xe}] 3f^{14}4d^{10}5s^2$
- D) $[\text{Xe}] 4f^{14}5d^96s^1$

उत्तर: $[\text{Xe}] 4f^{14}5d^96s^1$

हल: प्लैटिनम का परमाणु क्रमांक 78 है। प्लैटिनम निकल समूह से संबंधित है, और यह 5 d श्रेणी का तत्व है। प्लैटिनम का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^6 5d^9 6s^1$ होता है।

प्रश्न.5. वह तत्व, जिसमें निष्कर्षण प्रक्रम के दौरान CN यौगिक का निर्माण नहीं होता है।

- A) Zn
- B) Ag
- C) स्वर्ण
- D) Cu



उत्तर: Cu

हल: स्वर्ण और सिल्वर के धातुकर्म में, संबंधित धातु को वायु की उपस्थिति में NaCN या KCN के तनु विलयन के साथ निक्षालित किया जाता है, जो O₂ की आपूर्ति करता है। धातु को बाद में प्रतिस्थापन अभिक्रिया द्वारा प्राप्त किया जाता है।



कॉपर धातु इस प्रक्रम में शामिल नहीं है।

प्रश्न.6. निम्नलिखित में से किस धातु में प्रकाश विद्युत प्रभाव के लिए आवश्यक आपतित विकिरण की सबसे कम तरंगदैर्घ्य होती है?

- A) Li
- B) Cs
- C) Rb
- D) Na

उत्तर: Li

हल: आने वाले फोटॉन की कुल ऊर्जा E_{फोटॉन} उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा KE_{इलेक्ट्रॉन} और धातु से इलेक्ट्रॉन को उत्सर्जित करने के लिए आवश्यक ऊर्जा के योग के बराबर होनी चाहिए। किसी विशेष धातु से इलेक्ट्रॉन को मुक्त करने के लिए आवश्यक ऊर्जा को धातु का कार्य फलन भी कहा जाता है, जिसे प्रतीक ϕ (J की इकाइयों में) द्वारा दर्शाया जाता है।

सबसे कम तरंग दैर्घ्य का अर्थ सबसे अधिक ऊर्जा है। Li धातु को इलेक्ट्रॉन को उत्सर्जित करने के लिए आवश्यक उच्चतम ऊर्जा की आवश्यकता होती है क्योंकि इसकी आयनन ऊर्जा दी गई धातुओं में से उच्च होती है।

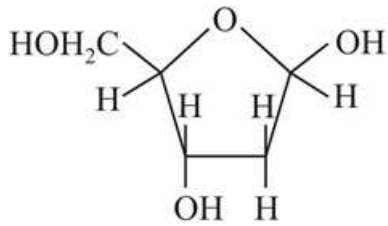
प्रश्न.7. प्राकृतिक DNA और RNA में उपस्थित शर्करा इकाइयाँ क्रमशः हैं -

- A) D - 2 - डीऑक्सीराइबोस और L - राइबोस
- B) L - 2 - डीऑक्सीराइबोस और D - राइबोस
- C) D - 2 - डीऑक्सीराइबोस और D - राइबोस
- D) L - 2 - डीऑक्सीराइबोस और L - राइबोस

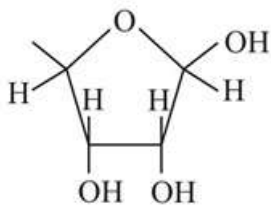
उत्तर: D - 2 - डीऑक्सीराइबोस और D - राइबोस



हल: डिऑक्सीराइबो न्यूक्लिक अम्ल या DNA में 2 - डीऑक्सी - D - राइबोस शर्करा इकाई होती है, जबकि राइबो न्यूक्लिक अम्ल या RNA में D - राइबोस शर्करा इकाई होती है।

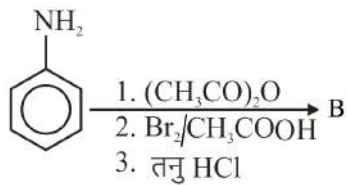
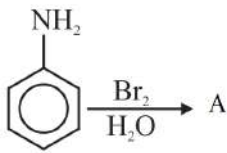


DNA में D – 2 डिऑक्सीराइबोस



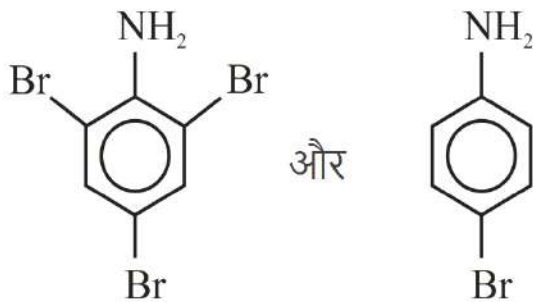
RNA में D – राइबोस

प्रश्न.8.



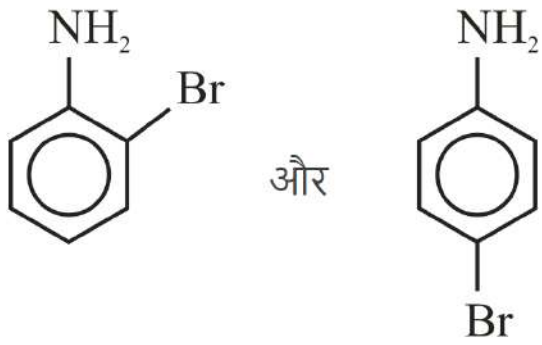
क्रमशः A और B क्रमशः हैं:

A)

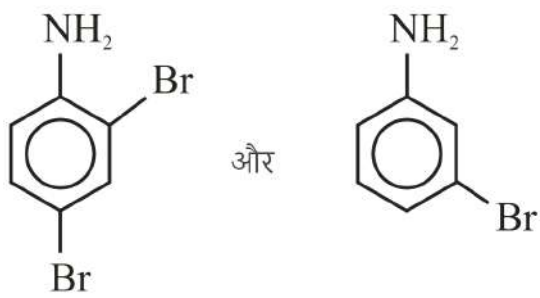




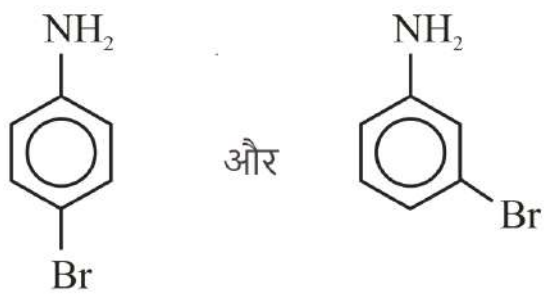
B)



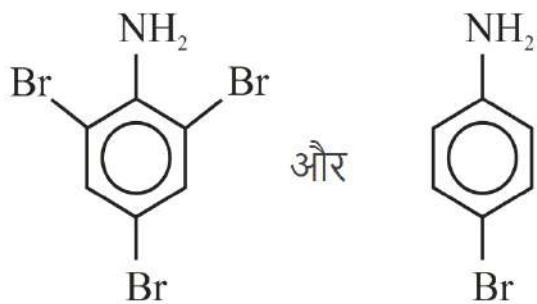
C)



D)

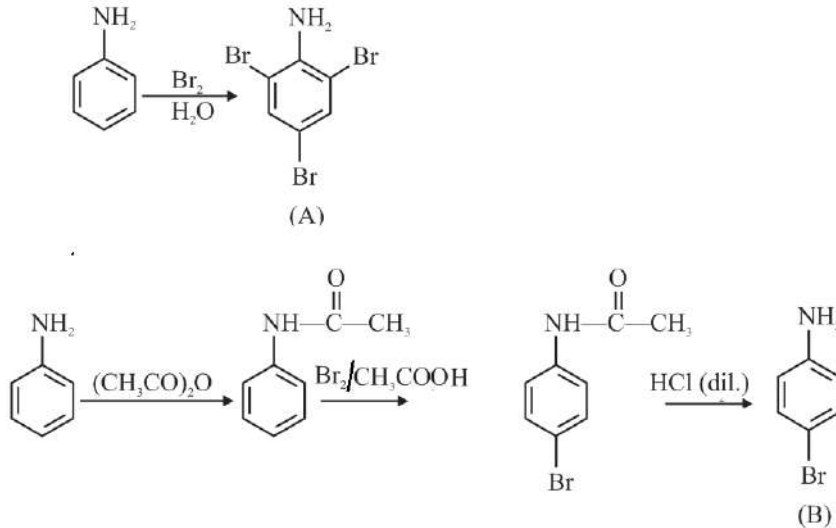


उत्तर:





हल: एनिलीन में $-NH_2$ एक प्रबल सक्रियकारी समूह है। इसलिए, प्रत्यक्ष ब्रोमीनीकरण पर, सभी ऑर्थो और पैरा स्थितियों पर प्रतिस्थापन होगा। और साथ ही हम लुईस अम्ल का उपयोग नहीं कर सकते हैं क्योंकि यह लुईस अम्ल के साथ अभिक्रिया करता है। लेकिन यदि हम पहले इसे एमाइड में परिवर्तित करते हैं, तब केवल पैरा प्रतिस्थापन मुख्य उत्पाद होगा।



प्रश्न.9. निम्नलिखित में से कौन - सा वर्षा जल में उपस्थित होता है जो ताजमहल को प्रभावित करता है और स्मारक को क्षतिग्रस्त करता है?

- A) H_2SO_4
- B) H_3PO_4
- C) फीनॉल
- D) लैक्टिक अम्ल

उत्तर: H_2SO_4

हल: आगरा शहर के चारों ओर की वायु, जहां ताजमहल स्थित है, में सल्फर और नाइट्रोजन ऑक्साइड का उचित रूप से उच्च स्तर है। यह मुख्य रूप से क्षेत्र के चारों ओर बड़ी संख्या में उद्योगों और बिजली के संयंत्रों के कारण होता है। घरेलू उद्देश्यों के लिए ईंधन के रूप में कोयले, मिट्टी के तेल और लकड़ी की निम्न गुणवत्ता के उपयोग ने इस समस्या को बढ़ा दिया है। परिणामी अम्ल वर्षा ताजमहल के संगमरमर, $CaCO_3$ के साथ अभिक्रिया करती है।
($CaCO_3 + H_2SO_4 \rightarrow CaSO_4 + H_2O + CO_2$)
जिसके कारण यह अद्भुत स्मारक क्षतिग्रस्त होता है।

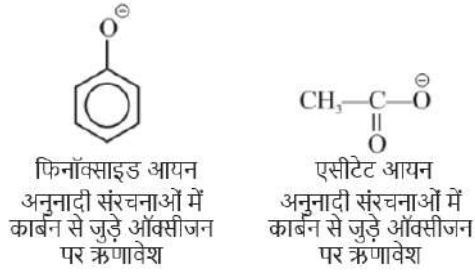
प्रश्न.10. कथन I: फीनॉल, एसिटिक अम्ल की तुलना में एक दुर्बल अम्ल है।
कथन II: फीनॉल, एल्कोहॉल और जल की तुलना में एक दुर्बल अम्ल है।

- A) कथन I और II दोनों सही हैं।
- B) कथन I सही है लेकिन कथन II गलत है।
- C) कथन I गलत है लेकिन कथन II सही है।
- D) कथन I और II दोनों गलत हैं।

उत्तर: कथन I सही है लेकिन कथन II गलत है।



हल: एसीटेट आयन, फिनाॅक्साइड आयन की तुलना में अनुनाद द्वारा अधिक स्थायी होता है।



फिनाॅक्साइड और एसीटेट आयन, दोनों अनुनाद स्थायीकृत होते हैं। एसीटेट आयन में, सभी विहित संरचनाएं समान रूप से योगदान करती हैं। अनुनाद संरचनाएं जितना अधिक योगदान देती हैं उतना ही स्थायित्व अधिक होता है। इसलिए, एसीटिक अम्ल, फीनाॅल की तुलना में एक बेहतर अम्ल है।

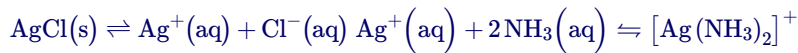
फीनाॅल, ऐल्कोहॉल की तुलना में अधिक अम्लीय होते हैं, क्योंकि फिनाॅक्साइड आयन में ऋणात्मक आवेश ऑक्सीजन परमाणु पर स्थानीकृत नहीं होता है, क्योंकि यह एक ऐल्कोक्साइड आयन में होता है, लेकिन यह विस्थानीकृत होता है, क्योंकि यह बेन्जीन वलय में कार्बन परमाणुओं की संख्या द्वारा साझा किया जाता है।

प्रश्न.11. AgCl की विलेयता किसमें अधिकतम है?

- A) 0.1 M HCl
- B) 0.1 M KCl
- C) विआयनित जल
- D) 0.01 M NH₃

उत्तर: 0.01 M NH₃

हल: क्लोराइड केसामान्य आयन प्रभाव के कारण, जल में विलेयता की तुलना में HCl और KCl में सिल्वर क्लोराइड की विलेयता कम होती है। लेकिन अमोनिया में, निम्न अभिक्रिया के कारण विलेयता अधिकतम होती है।



प्रश्न.12. स्तंभ I में दिए गए तत्वों का स्तंभ II में दिए गए उनके उपयोग के साथ मिलान कीजिए।

	स्तंभ - I (तत्व)		स्तंभ II (उपयोग)
i	Cs	a	उच्च तापी तापमापी
ii	Ga	b	जल रोधन
iii	B	c	प्रकाशविद्युत सेल
iv	Si	d	बुलेटप्रूफ जैकेट

- A) i - c, ii - a, iii - d, iv - b
- B) i - d, ii - c, iii - a, iv - b
- C) i - b, ii - c, iii - d, iv - a
- D) i - d, ii - a, iii - b, iv - c

उत्तर: i - c, ii - a, iii - d, iv - b



हल: i - c, ii - a, iii - d, iv - b

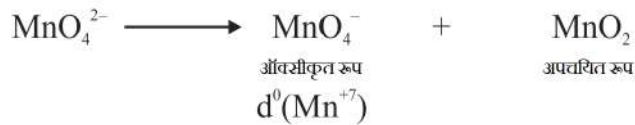
	स्तंभ - I (तत्व)		स्तंभ II (उपयोग)
i	Cs	c	प्रकाशविद्युत सेल
ii	Ga	b	उच्च तापी तापमापी
iii	B	d	बुलेटप्रूफ जैकेट
iv	Si	b	जल रोधन

प्रश्न.13. मँगनेट आयन, उदासीन माध्यम में असमानुपातित हो जाता है। मँगनेट आयन के ऑक्सीकरण द्वारा निर्मित स्पीशीज का चक्रण - केवल चुंबकीय आघूर्ण (B.M. में) ज्ञात कीजिए।

- A) 0
B) 1.73
C) 2.89
D) 3.8

उत्तर: 0

हल:



जैसा कि हम इस अभिक्रिया में देख सकते हैं कि इस अभिक्रिया का ऑक्सीकृत उत्पाद MnO_4^- है, जिसमें कोई अयुग्मित इलेक्ट्रॉन नहीं है। इसलिए इसका चुंबकीय आघूर्ण शून्य होगा।

प्रश्न.14. निम्नलिखित अभिक्रिया पर विचार कीजिए -

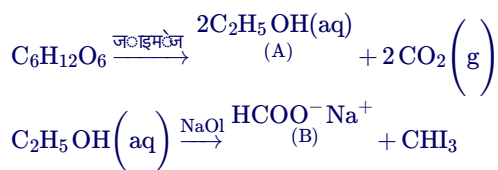


B में कार्बन परमाणुओं की संख्या है:

- A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

उत्तर: 1

हल:



प्रश्न.15. निम्नलिखित में से कौन सा बहुलक अपनी आकृति को पुनः प्राप्त कर सकता है?

- A) नायलॉन - 6, 6
B) ब्यूना - S
C) टैरीलीन



D) बैकेलाइट

उत्तर: ब्यूना - S

हल: संश्लेषित रबर, बहुलक जैसा कोई भी वल्कनित रबर है, जो अपनी लंबाई केदो गुने तक तानित होने में सक्षम है। हालांकि, यह अपनी मूल आकृति और आकार को पुनः प्राप्त कर लेता है, जैसे ही बाह्य तनन बल को छोड़ दिया जाता है। इस प्रकार, संश्लेषित रबर या तो 1, 3 - ब्यूटाडाइईन व्युत्पन्नों का समबहुलक या 1, 3 - ब्यूटाडाइईन या अन्य असंतृप्त एकलक केसाथ इसकेव्युत्पन्नों का सहबहुलक होता है।

ब्यूना - S संश्लेषित रबर का एक उदाहरण है। अन्य असंतृप्त एकलक स्टाइरीन होता है।

प्रश्न.16. निम्नलिखित अभिक्रिया पर विचार कीजिए:



यदि 4640 g Fe_2O_3 को 90 मोल CO केसाथ अभिक्रिया करने की अनुमति दी जाती है, तब निर्मित Fe का भार (g में) कितना है?

A) 4438

B) 3248

C) 4640

D) 9280

उत्तर: 3248

हल: $\text{Fe}_2\text{O}_3 + 3\text{CO} \rightarrow 2\text{Fe} + 3\text{CO}_2$

$$n_{\text{Fe}_2\text{O}_3} = \frac{4640}{160} = 29 \text{ मोल}$$

$$n_{\text{CO}} = 90 \text{ मोल}$$

1 मोल Fe_2O_3 , 3 मोल CO केसाथ अभिक्रिया करता है।

29 मोल Fe_2O_3 , CO केसाथ अभिक्रिया करता है = $3 \times 29 = 87$ मोल

Fe_2O_3 एक सीमांत अभिकर्मक है।

निर्मित Fe केमोल = $29 \times 2 = 58$ मोल

निर्मित Fe का भार = $58 \times 56 = 3248$ g

प्रश्न.17. दिया गया है, एक रासायनिक अभिक्रिया के लिए सक्रियण ऊर्जा (E_a) 23566 J है। प्रारंभिक तापमान 310 K है और अंतिम तापमान 300 K है। यदि प्रारंभिक और अंतिम अवस्था में अभिक्रिया का दर स्थिरांक क्रमशः K_1 और K_2 है और $\frac{K_2}{K_1}$ का मान $x \times 10^{-3}$ है। तब x का मान ज्ञात कीजिए:

[दिया गया है, $\log(0.75) = 0.13$]

A) 250

B) 750

C) 500

D) 100

उत्तर: 750



हल: $\ln \frac{K_2}{K_1} = \frac{E_a}{R} \left[\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right]$

$$\log \frac{K_2}{K_1} = \frac{23566}{8.314 \times 2.303} \left[\frac{1}{310} - \frac{1}{300} \right]$$

$$\log \frac{K_2}{K_1} = -0.13$$

$$\frac{K_2}{K_1} = 10^{-0.13}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = 7.5 \times 10^{-1}$$

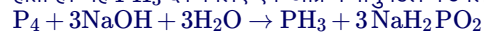
$$\frac{K_2}{K_1} = 750 \times 10^{-3}$$

प्रश्न.18. अक्रिय वायुमंडल में क्षार के साथ श्वेत फॉस्फोरस की अभिक्रिया पर निम्नलिखित में से किस अम्ल का लवण प्राप्त होता है?

- A) फॉस्फोरिक अम्ल
- B) फॉस्फिनिक अम्ल
- C) हाइपोफॉस्फोरिक अम्ल
- D) ऑर्थोफॉस्फोरिक अम्ल

उत्तर: फॉस्फिनिक अम्ल

हल: श्वेत फॉस्फोरस एक पारभासी श्वेत मोमी ठोस है। यह विषाक्त, जल में अविलेय है, लेकिन कार्बन डाइसल्फाइड में विलेय है और अंधेरे (रसायनसंदीप्ति) में दीप्त होता है। यह PH_3 देने के लिए एक अक्रिय वायुमंडल में उबलते हुए NaOH विलयन में घुल जाता है।



(सोडियम हाइपोफॉस्फाइड)

सोडियम हाइपोफॉस्फाइड, फॉस्फिनिक अम्ल (हाइपोफॉस्फोरस अम्ल) का एक लवण है।

प्रश्न.19. 100 mmHg दाब व 235° C तापमान पर एक आदर्श गैस का मोलर द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, जिसका घनत्व 0.46 g/ mL है। (निकटतम पूर्णांक तक पूर्णांकित करें)

उपयोग कीजिए: $R = 0.0821 \text{ L atm mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

- A) 146 g/ mol
- B) 235 g/ mol
- C) 292 g/ mol
- D) 270 g/ mol

उत्तर: 146 g/ mol

हल: $M = \frac{\rho RT}{P}$

$$\rho = 0.46 \frac{\text{g}}{\text{L}}; P = \frac{100}{760} \text{ atm}; T = 235^\circ \text{ C} = 508 \text{ K}$$

$$M = \frac{0.46 \times 0.0821 \times 508 \times 760}{100}$$

$$M = 145.81 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \approx 146 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

प्रश्न.20. कथन 1 : कार्बोक्सिलिक अम्ल और एल्कोहॉल से एस्टर का निर्माण, नाभिकरागी प्रतिस्थापन अभिक्रिया का एक उदाहरण है।

कथन - 2 : EWG, अभिक्रिया की दर में वृद्धि करते हैं।

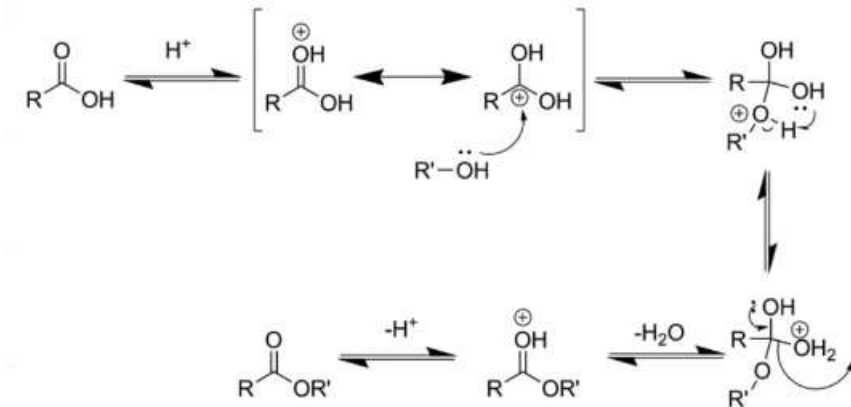
- A) कथन – 1 सत्य है और कथन – 2 असत्य है।



- B) कथन – 1 असत्य है और कथन – 2 असत्य है।
 C) कथन – 1 सत्य है और कथन – 2 सत्य है।
 D) कथन – 1 असत्य है और कथन – 2 सत्य है।

उत्तर: कथन – 1 सत्य है और कथन – 2 सत्य है।

हल:



उपरोक्त अभिक्रिया में OH समूह को OR समूह द्वारा प्रतिस्थापित किया जाता है। इसलिए, इसमें नाभिकरागी प्रतिस्थापन अभिक्रिया शामिल है। इलेक्ट्रॉन अपनयक समूह $\text{RC}^{\oplus}(\text{OH})_2$ के स्थायित्व को बढ़ाता है, इसलिए, अभिक्रिया की दर बढ़ जाती है।

प्रश्न.21. केलडाल विश्लेषण पर 0.5 g कार्बनिक यौगिक, 1 M H_2SO_4 के 10 cm^3 को उदासीन करने के लिए पर्याप्त अमोनिया देता है। यौगिक में नाइट्रोजन का प्रतिशत है:

(N का परमाणु द्रव्यमान = 14, H का परमाणु द्रव्यमान = 1)

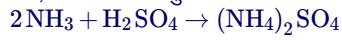
- A) 56
 B) 28
 C) 42
 D) 14

उत्तर: 56



हल: केल्डाल एक उपयुक्त अनुमापन तकनीक द्वारा एक नाइट्रोजन कार्बनिक यौगिक में नाइट्रोजन के प्रतिशत संघटन को निर्धारित करने की एक विधि है।

अब, अभिक्रिया के अनुसार:



दिया गया है कि:

H_2SO_4 का आयतन = 10 mL

H_2SO_4 विलयन की मोलरता = 1 M

हम जानते हैं कि,

$$\text{मोलरता} = \frac{\text{विलियन के मोलों की संख्या}}{\text{विलियन का आयतन (लीटर)}}$$

$$M = \frac{\text{मोल} \times 1000}{\text{विलियन का आयतन (mL)}}$$

$$1 = \frac{\text{मोल} \times 1000}{10(\text{mL})}$$

$$\text{मोल } (\text{H}_2\text{SO}_4) = 0.01 \text{ मोल}$$

उपरोक्त अभिक्रिया के अनुसार,

1 मोल H_2SO_4 , 2 मोल NH_3 के साथ अभिक्रिया करता है।

$$\text{अतः मोल } (\text{NH}_3) = 0.02 \text{ मोल}$$

हम जानते हैं कि,

$$\text{भार} = \text{मोल} \times \text{अणु द्रव्यमान}$$

$$\text{NH}_3 \text{ का भार} = 0.02 \times 17 = 0.34 \text{ g}$$

चूंकि 17 g NH_3 में उपस्थित N = 14 g

$$\text{इसलिए, } 0.34 \text{ g } \text{NH}_3 \text{ में उपस्थित N} = \frac{14}{17} \times 0.34 = 0.28 \text{ g}$$

$$\text{प्रतिशत संघटन} = \frac{\text{नाइट्रोजन का द्रव्यमान}}{\text{यौगिक का द्रव्यमान}} \times 100 \% \text{N} = \frac{0.28}{0.5} \times 100 = 56\%$$



सेक्शन C: गणित

प्रश्न.1. समतल $P(2, 4, 7)$ के संबंध में बिंदु $3x - y + 4z = 2$ का दर्पण प्रतिबिंब है:

A) $\left(-5, \frac{19}{3}, -\frac{7}{3}\right)$

B) $\left(-\frac{58}{13}, \frac{80}{13}, -\frac{21}{13}\right)$

C) $\left(-5, -\frac{19}{3}, 7\right)$

D) $\left(-5, \frac{19}{3}, \frac{7}{2}\right)$

उत्तर: $\left(-\frac{58}{13}, \frac{80}{13}, -\frac{21}{13}\right)$

हल: दिया गया है, समीकरण $3x - y + 4z = 2$ और $P(2, 4, 7)$

अब, प्रतिबिंब के सूत्र का उपयोग करने पर,

$$\frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = \frac{z-z_1}{c} = -2 \times \frac{(ax_1+by_1+cz_1+d)}{a^2+b^2+c^2}$$

हमें प्राप्त होता है,

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-7}{4} = -\frac{2(6-4+28-2)}{26}$$

$$\Rightarrow \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-7}{4} = -\frac{28}{13}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{58}{13}, y = \frac{80}{13}, z = -\frac{21}{13}$$

प्रश्न.2. यदि $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$ और $|\vec{a} + \vec{b}| = 2|\vec{a} - \vec{b}|$ है, तब \vec{a} और \vec{b} के बीच का कोण है:

A) $\sin^{-1} \frac{3}{5}$

B) $\sin^{-1} \frac{4}{5}$

C) $\tan^{-1} \frac{1}{2}$

D) $\frac{\pi}{3}$

उत्तर: $\sin^{-1} \frac{4}{5}$

हल: दिया गया है, $|\vec{a} + \vec{b}| = 2|\vec{a} - \vec{b}|$

$$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 = 4|\vec{a} - \vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow 8 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 32 - 8\vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$\Rightarrow 10\vec{a} \cdot \vec{b} = 24$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{12}{5} \Rightarrow |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = \frac{12}{5} \Rightarrow \theta = \cos^{-1} \frac{3}{5} = \sin^{-1} \frac{4}{5}$$



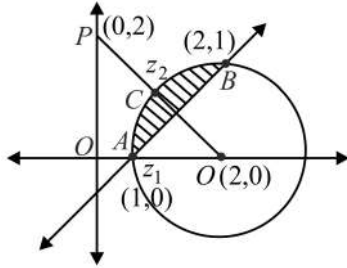
प्रश्न.3. एक सम्मिश्र संख्या z के लिए, यदि $(|z - 2| \leq 1, z(i + 1) + \bar{z}(1 - i) \leq 2)$ और $|z - 2i|$ क्रमशः z_1 और z_2 पर अधिकतम और न्यूनतम मान प्राप्त करते हैं, तब $|z_1|^2 + |z_2|^2$ का मान है:

- A) $7 - \sqrt{2}$
- B) $10 - \sqrt{2}$
- C) $14 - 4\sqrt{2}$
- D) $14 + \sqrt{2}$

उत्तर: $14 - 4\sqrt{2}$

हल: $z(i + 1) + \bar{z}(1 - i) \leq 2 \Rightarrow x - y \leq 1 \dots(i)$

और $|z - 2| \leq 1 \Rightarrow (x - 2)^2 + y^2 \leq 1$



अधिकतम मान $= |z_1| = PA = PB = \sqrt{5}$ और

न्यूनतम मान $= |z_2| = PO - OC = 2\sqrt{2} - 1 = PC$

$$\Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = 5 + (2\sqrt{2} - 1)^2 = 14 - 4\sqrt{2}$$

प्रश्न.4. यदि अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} - y = \sqrt{y^2 + 16x^2}$ का हल $y = y(x)$ और $y(1) = 3$ द्वारा दिया जाता है, तब $y(2)$ का मान है:

- A) 15
- B) 5
- C) 14
- D) 17

उत्तर: 15



हल: दिया गया है,

$$x \frac{dy}{dx} - y = \sqrt{y^2 + 16x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{y^2 + 16x^2} + y}{x}$$

मान लीजिए कि, $y = xt \Rightarrow \frac{dy}{dx} = x \frac{dt}{dx} + t$

$$\Rightarrow x \frac{dt}{dx} + t = t + \sqrt{t^2 + 16}$$

$$\Rightarrow \frac{dt}{\sqrt{t^2 + 16}} = \frac{dx}{x}$$

अब, दोनों पक्षों का समाकलन करने पर, हमें प्राप्त होता है:

$$\Rightarrow \int \frac{dt}{\sqrt{t^2 + 16}} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\Rightarrow \ln |t + \sqrt{t^2 + 16}| = \ln x + \ln c$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} + \frac{\sqrt{y^2 + 16x^2}}{x} = cx$$

$$\therefore y(1) = 3 \text{ इसलिए, } \Rightarrow \frac{3}{1} + \frac{\sqrt{3^2 + 16 \times 1^2}}{1} = c \times 1 \Rightarrow c = 8$$

इसलिए, हल $\frac{y}{x} + \frac{\sqrt{y^2 + 16x^2}}{x} = 8x$ हो जाता है।

$$\text{अब, } y(2) = \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{y^2 + 16 \times 2^2}}{2} = 8 \times 2$$

$$\Rightarrow y + \sqrt{y^2 + 64} = 32$$

$$\Rightarrow y = 15$$

प्रश्न.5. $\int_0^5 \cos \pi \left(x - \left[\frac{x}{2} \right] \right) dx =$ (जहाँ $[\cdot]$ महत्तम पूर्णांक फलन है)

- A) 0
- B) 2
- C) 3
- D) 4

उत्तर: 0

हल: $I = \int_0^5 \cos \left(\left[\frac{x}{2} \right] \pi - \pi x \right) dx$

$$\therefore x \in (0, 5) \therefore x \in \left(0, \frac{5}{2} \right) \Rightarrow \left[\frac{x}{2} \right] \in \{0, 1, 2\}$$

$$I = \int_0^2 \cos(-\pi x) dx + \int_2^4 \cos(\pi - \pi x) dx + \int_4^5 \cos(2\pi - \pi x) dx$$

$$\Rightarrow I = \left[\frac{\sin \pi x}{\pi} \right]_0^2 + \left[-\frac{\sin \pi x}{\pi} \right]_2^4 + \left[\frac{\sin \pi x}{\pi} \right]_4^5 = 0$$

प्रश्न.6. यदि तार की लंबाई 22 cm है और इसे 2 टुकड़ों में काट दिया जाता है और एक वर्ग और एक समबाहु त्रिभुज में बनाया जाता है, तब त्रिभुज की भुजा इस प्रकार क्या होगी कि वर्ग और त्रिभुज का संयुक्त क्षेत्रफल न्यूनतम हो।

- A) $\frac{22\sqrt{3}}{3+3\sqrt{3}}$
- B) $\frac{22\sqrt{3}}{4+3\sqrt{3}}$



C) $\frac{22}{4+3\sqrt{3}}$

D) $\frac{22\sqrt{3}}{3+4\sqrt{3}}$

उत्तर: $\frac{22\sqrt{3}}{4+3\sqrt{3}}$

हल: माना वर्ग की भुजा $\frac{22-l}{4}$ है और त्रिभुज की भुजा $\frac{l}{3}$ है,

इसलिए, कुल क्षेत्रफल निम्न द्वारा दिया जाता है:

$$\Delta = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{l}{3}\right)^2 + \left(\frac{22-l}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{1}{12\sqrt{3}} \cdot l^2 + \frac{1}{16}(22-l)^2$$

उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ बिंदुओं को प्राप्त करने के लिए l के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$\Rightarrow \frac{d\Delta}{dl} = \frac{1}{6\sqrt{3}} \cdot l - \frac{1}{8}(22-l) = 0 \Rightarrow l = \frac{66\sqrt{3}}{4+3\sqrt{3}}$$

साथ ही, $\frac{d^2\Delta}{dl^2} = \frac{1}{6\sqrt{3}} + \frac{1}{8}$ (धनात्मक, जो कि निम्निष्ठ की स्थिति है)

इसलिए, त्रिभुज की भुजा $= \frac{l}{3} = \frac{22\sqrt{3}}{4+3\sqrt{3}}$

प्रश्न.7. फलन $\cos^{-1}\left(\frac{2\sin^{-1}\left(\frac{1}{4x^2-1}\right)}{\pi}\right)$ का प्रांत ज्ञात कीजिए:

A) $\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty\right) \cup \{0\}$

B) $\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty\right)$

C) $\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, \infty\right) \cup \{0\}$

D) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

उत्तर: $\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty\right) \cup \{0\}$



हल:

$$f(x) = \cos^{-1} \left(\frac{2\sin^{-1} \left(\frac{1}{4x^2-1} \right)}{\pi} \right)$$

$$\text{स्थिति I: } -1 \leq \frac{1}{4x^2-1} \leq 1$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 1 \geq 1 \text{ या } 4x^2 - 1 \leq -1 \text{ और } 4x^2 - 1 \neq 0$$

$$\therefore x^2 \geq \frac{1}{2} \text{ या } x^2 \leq 0 \Rightarrow x = 0 \text{ और } x \neq \pm \frac{1}{2}$$

$$\therefore x \in \left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty \right) \cup \{0\}$$

$$\text{स्थिति II: } -1 \leq \frac{2\sin^{-1} \left(\frac{1}{4x^2-1} \right)}{\pi} \leq 1$$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \sin^{-1} \left(\frac{1}{4x^2-1} \right) \leq \frac{\pi}{2} \text{ जो सदैव सत्य होता है।}$$

$$\text{अतः, } x \in \left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty \right) \cup \{0\}$$

प्रश्न.8. यदि $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ जहाँ $a_{ij} = 2^{j-i}$ है, जहाँ, $i, j \in \{1, 2, 3\}$ है, तब $A^2 + A^3 + A^4 + \dots + A^{10}$ का मान है:

A) $A \left(\frac{3^{10}-1}{2} \right)$

B) $A \left(\frac{3^{10}+1}{2} \right)$

C) $A \left(\frac{3^{10}+3}{2} \right)$

D) $A \left(\frac{3^{10}-3}{2} \right)$

उत्तर: $A \left(\frac{3^{10}-3}{2} \right)$

हल: दिया गया है, $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ जहाँ $a_{ij} = 2^{j-i}$ हमें प्राप्त होता है,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 12 \\ \frac{3}{2} & 3 & 6 \\ \frac{3}{4} & \frac{3}{2} & 3 \end{bmatrix} = 3A$$

$$\Rightarrow A^3 = 3A^2 = 9A$$

$$\text{अब, } A^2 + A^3 + A^4 + \dots + A^{10}$$

$$= 3A + 3^2A + 3^3A + \dots + 3^9A$$

$$= 3A \left[\frac{3^9-1}{3-1} \right] = A \left[\frac{3^{10}-3}{2} \right]$$

प्रश्न.9. त्रिभुज $y = 2\sqrt{2}x, y = 0, x = 1$ के बाहर वक्रों $y^2 = 8x, y = 2\sqrt{2}x$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है:



A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

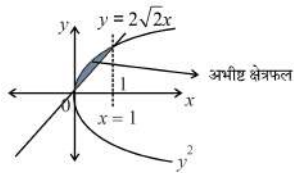
B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

D) $\frac{2}{3}$

उत्तर: $\frac{\sqrt{2}}{3}$

हल: दिए गए आंकड़ों $y^2 = 8x, y = 2\sqrt{2}x$ और $y = 2\sqrt{2}x, y = 0, x = 1$ को आलेखित करने पर, हमें प्राप्त होता है,



$$\text{अभीष्ट क्षेत्रफल} = \int_0^1 (\sqrt{8x} - 2\sqrt{2}x) dx$$

$$= \left[2\sqrt{2} \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - 2\sqrt{2} \frac{x^2}{2} \right]_0^1$$

$$= \frac{4}{3}\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right) \text{ वर्ग इकाई}$$

प्रश्न.10. समीकरण $2\theta - \cos^2\theta + \sqrt{2} = 0$ के हलों की संख्या निम्न के बराबर है:

A) 1

B) 2

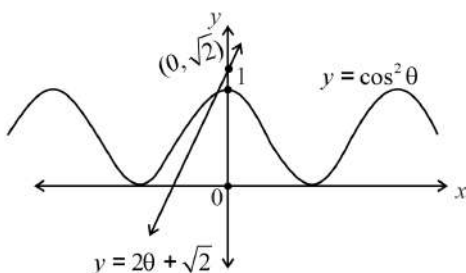
C) 3

D) 4

उत्तर: 1

हल: $2\theta - \cos^2\theta + \sqrt{2} = 0$

$$\Rightarrow 2\theta + \sqrt{2} = \cos^2\theta$$



खींचे गए आलेख के अनुसार यहाँ प्रतिच्छेद का केवल एक बिंदु है, इसलिए दिए गए समीकरण का केवल एक हल है।



प्रश्न.11. यदि $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ एक पुनरिक्ति है, तो दिए गए कथन में कौन - सा संकारक O को प्रतिस्थापित करना चाहिए?

- A) \vee
- B) \wedge
- C) \Leftrightarrow
- D) इनमें से कोई नहीं।

उत्तर: \vee

हल: $\because (p \wedge q) \Rightarrow q \equiv \neg(p \wedge q) \vee q \equiv \neg p \vee \neg q \vee q \equiv \neg p \vee t \equiv t$

इसलिए, O को \vee के रूप में लिखा जा सकता है।

प्रश्न.12. यदि $a_0 = a_1 = 0$, $a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 1$, $n \geq 0$, है, तब $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n}{7^n}$ बराबर है:

- A) $\frac{21}{16}$
- B) $\frac{7}{216}$
- C) $\frac{49}{216}$
- D) $\frac{16}{49}$

उत्तर: $\frac{7}{216}$

हल: दिया गया है, $a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 1$

7^{n+2} से विभाजित करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$\frac{a_{n+2}}{7^{n+2}} = \frac{2}{7} \cdot \frac{a_{n+1}}{7^{n+1}} - \frac{1}{49} \cdot \frac{a_n}{7^n} + \frac{1}{7^{n+2}}$$

$$\text{इसलिए, } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_{n+2}}{7^{n+2}} = \frac{2}{7} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_{n+1}}{7^{n+1}} - \frac{1}{49} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n}{7^n} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{7^{n+2}}$$

$$\text{माना, } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n}{7^n} = P$$

$$\Rightarrow \left(P - \frac{a_3}{7^3} - \frac{a_2}{7^2} \right) = \frac{2}{7} \left(P - \frac{a_2}{7^2} \right) - \frac{1}{49} P + \frac{1}{7^4} \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{7}} \right)$$

$$(\because a_2 = 1 \text{ और } a_3 = 3)$$

$$\Rightarrow P \left(1 - \frac{2}{7} + \frac{1}{49} \right) = \frac{3}{7^3} + \frac{1}{7^2} - \frac{2}{7^3} + \frac{1}{6 \cdot 7^3}$$

$$\Rightarrow \frac{36P}{49} = \frac{1}{42} \Rightarrow P = \frac{7}{216}$$

प्रश्न.13. एक वृत्त C_1 , $x^2 + y^2 = 2$ है और एक अन्य वृत्त C_2 , $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$ है। यदि वृत्त C_1 के बिंदु $(1, -1)$ से स्पर्शरेखा वृत्त C_2 पर स्थित दो बिंदुओं A और B पर प्रतिच्छेद करती है और वृत्त C_2 के बिंदुओं A और B पर स्पर्शरेखाएँ M पर मिलती हैं, तब त्रिभुज $\triangle ABM$ का क्षेत्रफल है:

- A) 13.5
- B) 13.2
- C) 10.5
- D) 10.2

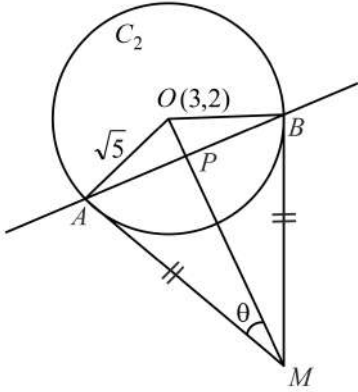


उत्तर: 13.5

हल: C_1 के $(1, -1)$ पर स्पर्शरेखा का समीकरण निम्न द्वारा दिया जाता है;

$$x - y = 2 \quad \dots (1)$$

बिंदु A और B पर अन्य वृत्त की स्पर्शरेखा के प्रतिच्छेदन का आलेख;



अब लंबवत दूरी सूत्र से, हमें प्राप्त होता है, $OP = \frac{1}{\sqrt{2}}$

अब $\triangle OAP$ में, AP की लंबाई $= \frac{3}{\sqrt{2}}$

पुनः, $\triangle OAP$ में, $\tan(90^\circ - \theta) = \frac{AP}{OP} = 3 \Rightarrow \cot \theta = 3$

इसलिए, $\sin \theta = \frac{AP}{AM} \Rightarrow AM = 3\sqrt{5}$

अब, $\triangle ABM$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} AM^2 \cdot \sin 2\theta$

$$= (3\sqrt{5})^2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$= 45 \left(\frac{3}{10} \right) = 13.5$$

प्रश्न.14. समुच्चय $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$ से अवयवों को लेकर एक 2×2 के अव्युत्क्रमणीय आव्यूह के निर्माण की प्रायिकता है:

A) $\frac{1}{1000}$

B) $\frac{19}{1000}$

C) $\frac{41}{1000}$

D) $\frac{9}{500}$

उत्तर: $\frac{19}{1000}$



हल: एक आव्यूह के अव्युत्क्रमणीय होने के लिए $\Delta = 0$ तब,
स्थिति I: सभी प्रविष्टियां समान हैं।
आव्यूहों की संख्या = 10
स्थिति II: जब दो समान अभाज्य संख्याएँ आव्यूह में प्रयोग की गई हैं।
इस तरह के आव्यूहों की संख्या = ${}^{10}C_2 \cdot 2! \cdot 2! = 180$
कुल स्थितियाँ $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$ होंगी।
इसलिए, अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{190}{10^4} = \frac{19}{10000}$

प्रश्न.15. यदि α और β समीकरण $x^2 + 2i - 1 = 0$ के मूल हैं, तब $|\alpha^8 + \beta^8|$ का मान बराबर है:

- A) 50
- B) 14
- C) 48
- D) 36

उत्तर: 50

हल: चूँकि α और β समीकरण $x^2 + 2i - 1 = 0$ के मूल हैं,
इसलिए $\alpha^2 = -2i + 1 = \beta^2$
 $\Rightarrow \alpha^4 = (-2i + 1)^2 = 4i^2 + 1 - 4i = -3 - 4i$
 $\Rightarrow \alpha^8 = (-3 - 4i)^2 = -7 + 24i$
इसी प्रकार, $\beta^8 = -7 + 24i$
 $\therefore |\alpha^8 + \beta^8| = |-14 + 48i| = 50$

