

29 जून, 2022 - शिफ्ट 2 (स्मृति आधारित प्रश्न)

जेईई मेन परीक्षा 2022 - सेशन 1

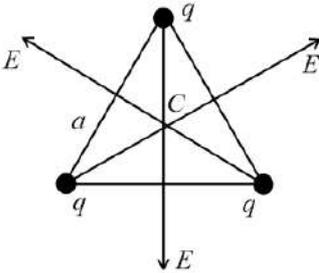
सेक्शन A: भौतिक विज्ञान

प्रश्न.1. तीन बिंदु आवेशों, प्रत्येक का आवेश q है, को a भुजा के एक समबाहु त्रिभुज के शीर्षों पर व्यवस्थित किया गया है, जैसा कि दिखाया गया है। त्रिभुज के केंद्रक पर विद्युत क्षेत्र $x \frac{kq}{a^2}$ है। x का मान है:

- A) 0
- B) 3
- C) 2
- D) 1

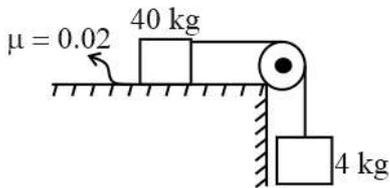
उत्तर: 0

हल:



विद्युत क्षेत्र एक सदिश राशि है। अतः नेट विद्युत क्षेत्र, सभी तीन बिंदुओं के कारण विद्युत क्षेत्रों का सदिश योग होगा। सममितता से,
 $E_{\text{केन्द्रक}} = 0$
 $\Rightarrow x = 0$

प्रश्न.2. दो गुटके एक डोरी की सहायता से जुड़े हुए हैं, जैसा कि नीचे दिखाया गया है:



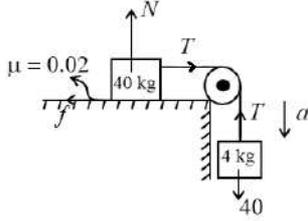
यदि 40 kg गुटके और क्षैतिज सतह के बीच घर्षण गुणांक 0.02 है, तो निकाय का त्वरण ज्ञात कीजिए।

- A) $\frac{8}{11} \text{ m s}^{-2}$
- B) 8 m s^{-2}
- C) $\frac{11}{8} \text{ m s}^{-2}$
- D) 10 m s^{-2}

उत्तर: $\frac{8}{11} \text{ m s}^{-2}$



हल:



लटके हुए गुटके के लिए,

$$40 - T = 4a \quad \dots (1)$$

अब, घर्षण बल का अधिकतम मान होगा,

$$f_{max} = \mu N = 0.02 \times 40 \times 10 = 8 \text{ N}$$

मेज पर गुटके के लिए,

$$T - 8 = 40a \quad \dots (2)$$

समीकरण (1) और समीकरण (2) से, हम प्राप्त करते हैं,

$$32 = 44a \Rightarrow a = \frac{32}{44} = \frac{8}{11} \text{ m s}^{-2}$$

प्रश्न.3. एक गेंद को 100 m की अधिकतम क्षैतिज दूरी पर फेंका जा सकता है। यदि गेंद को ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंका जाता है, समान प्रयास के साथ। गेंद द्वारा प्राप्त की गई अधिकतम ऊंचाई है:

- A) 25 m
- B) 50 m
- C) 100 m
- D) 200 m

उत्तर: 50 m

हल: क्षैतिज परास अधिकतम होती है यदि प्रक्षेप कोण 45° है और इसे $R_{max} = \frac{u^2}{g}$ द्वारा दिया जाता है

$$\text{यहाँ, } R_{max} = 100 \text{ m}$$

$$\text{तब, } 100 = \frac{u^2}{g} \quad \dots (1)$$

यदि गेंद को ऊर्ध्वाधर रूप से ऊपर की ओर फेंका जाता है, तो गेंद जमीन से अधिकतम ऊंचाई प्राप्त कर लेगी जैसा कि $H_{max} = \frac{u^2}{2g}$,

$$H_{max} = \frac{100}{2} = 50 \text{ m}$$

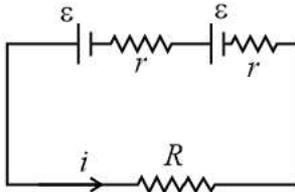
प्रश्न.4. विद्युत वाहक बल \mathcal{E} और आंतरिक प्रतिरोध r की दो सेलों को श्रेणी क्रम में जोड़ा जाता है और फिर बाह्य प्रतिरोध $R = 2 \Omega$ के साथ समांतर क्रम में जोड़ा जाता है। यदि दोनों स्थितियों में धारा बाह्य प्रतिरोध के सिरों पर समान है, तो r का मान क्या है?

- A) 6Ω
- B) 2Ω
- C) 8Ω
- D) 10Ω

उत्तर: 2Ω

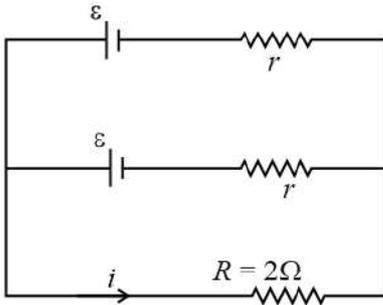


हल:



जब सेल श्रेणी क्रम में जुड़े होते हैं,

$$i_s = \frac{2\varepsilon}{2r+R} = \frac{2\varepsilon}{2r+2}$$



जब वे समांतर क्रम में जुड़े होते हैं, तो विद्युत वाहक बल $\varepsilon_p = \frac{\varepsilon + \varepsilon}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r}} = \varepsilon$ है और प्रभावी आंतरिक प्रतिरोध $r_p = \frac{r \times r}{r+r} = \frac{r}{2}$ होगा। इसलिए, विद्युत धारा होगी,

$$i_p = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r}{2}} = \frac{\varepsilon}{2 + \frac{r}{2}} = \frac{2\varepsilon}{4+r}$$

चूँकि,

$$i_s = i_p$$

$$\Rightarrow \frac{2\varepsilon}{2r+2} = \frac{2\varepsilon}{4+r} \Rightarrow r = 2 \Omega$$

प्रश्न.5. मीनार की प्रारंभिक लंबाई 125 m मीटर है। रेडियो संचरण की लंबाई में 2 गुना वृद्धि करने के लिए मीनार की लंबाई में कितनी वृद्धि होनी चाहिए?

- A) 375 m
- B) 500 m
- C) 250 m
- D) 650 m

उत्तर: 375 m

हल:

तय की गई अधिकतम दूरी $d = \sqrt{2Rh}$ द्वारा दी जाती है, यहाँ R त्रिज्या है।

अब, रेडियो संचरण की लंबाई को 2 गुना तक बढ़ाने के लिए, h को 4 गुना किया जाना चाहिए। तो, $h = 4 \times 125 = 500$ m

इस प्रकार, मीनार की लंबाई में वृद्धि निम्न प्रकार है:

$$\Delta h = 500 - 125 = 375 \text{ m}$$

प्रश्न.6. एक उपग्रह का पृथ्वी की सतह के पास 7 h का आवर्त काल है (पृथ्वी के केंद्र से उपग्रह की दूरी को R के रूप में मान लीजिए), यदि पृथ्वी के केंद्र से उपग्रह की दूरी $3R$ तक बढ़ा दी जाती है, तो इसके परिक्रमण काल का मान ज्ञात कीजिए?

- A) 36 h
- B) 45 h
- C) 55 h
- D) 25 h

उत्तर: 36 h



हल: केप्लर के तीसरे नियम (आवर्त के नियम) से, हम जानते हैं कि

$$T^2 \propto R^3 \Rightarrow \frac{T_2^2}{T_1^2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 = \left(\frac{3R}{R}\right)^3$$

$$\text{इसलिए, } T_2 = \sqrt{27}T_1 \\ = 5.19 \times 7 \approx 36 \text{ h}$$

प्रश्न.7. एक रेडियोसक्रिय पदार्थ की अर्ध-आयु 5 वर्ष है। प्रारंभिक मान के 6.25% के लिए सक्रिय नाभिकों की संख्या को कम करने में कितना समय लगेगा?

- A) 20 years
- B) 30 years
- C) 40 years
- D) 50 years

उत्तर: 20 years

हल: प्रारंभिक मान के 6.25% का अर्थ है कि, नाभिकों की अंतिम संख्या होनी चाहिए, $\left(\frac{N_0}{16}\right)$

$$n \text{ अर्ध आयु के बाद शेष नाभिकों की संख्या है, } N = \frac{N_0}{2^n}$$

$$6.25\%N_0 = \frac{N_0}{2^n}$$

$$\frac{6.25}{100}N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{625}{10^4} = \frac{1}{2^n}$$

$$\Rightarrow 2^n = \frac{10^4}{625} \Rightarrow 2^n = 2^4$$

$$\Rightarrow n = 4$$

इसलिए, लिया गया समय होगा,

$$n \times t_{\frac{1}{2}} = 4 \times 5 = 20 \text{ वर्ष}$$

प्रश्न.8. एक सरल लोलक की लंबाई ज्ञात कीजिए, यदि इसका समीकरण $y = A \sin(\pi t + \pi)$ द्वारा दिया गया है।

- A) 89 cm
- B) 98 cm
- C) 97.2 cm
- D) 99.4 cm

उत्तर: 99.4 cm

हल: मानक समीकरण $y = A \sin(\pi t + \pi)$ के साथ दिए गए समीकरण $y = A \sin(\omega t + \phi)$ की तुलना करने पर है।

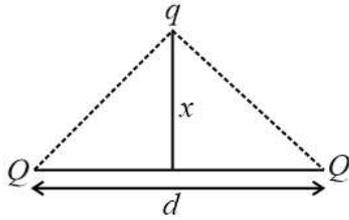
हमें प्राप्त है, $\omega = \pi \text{ rad s}^{-1}$

चूँकि, आवर्त काल $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \text{ s}$ है, यह एक सेकंड लोलक है।

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{g}{\pi^2} = 99.4 \text{ cm}$$



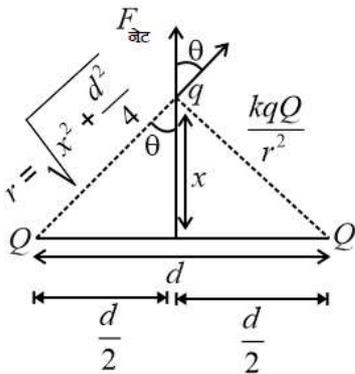
प्रश्न.9. यहाँ पर d की दूरी पर दो आवेश Q हैं। एक आवेश q को Q को मिलाने वाली रेखा के मध्य-बिंदु पर इसके लंब समद्विभाजक पर x दूरी पर रखा गया है। x का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए q अधिकतम बल का अनुभव करता है।



- A) $\frac{d}{2}$
- B) $\frac{d}{\sqrt{2}}$
- C) d
- D) $\frac{d}{2\sqrt{2}}$

उत्तर: $\frac{d}{2\sqrt{2}}$

हल:



$$q \text{ और } Q \text{ के बीच की दूरी } r = \sqrt{x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{d^2}{4}}$$

$$q \text{ और } Q \text{ के बीच का बल, } F = \frac{kqQ}{r^2}$$

दिए गए चित्र से हम देख सकते हैं कि बलों के केवल ऊर्ध्वाधर घटक ही जोड़े जाएंगे और क्षैतिज घटक निरस्त हो जाएंगे। इसलिए,

$$\begin{aligned} F_{\text{नैट}} &= \frac{2kqQ}{r^2} \cos \theta \\ &= \frac{2kqQ}{r^2} \times \frac{x}{r} = \frac{kqQx}{\left(x^2 + \frac{d^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

$$\text{बल के अधिकतम होने के लिए, } \frac{dF_{\text{नैट}}}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow kqQ \left[\frac{\left(x^2 + \frac{d^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}} - x \times \frac{3}{2} \left(x^2 + \frac{d^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \times 2x}{\left(x^2 + \frac{d^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}^2} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \left(x^2 + \frac{d^2}{4}\right) = 3x^2 \Rightarrow 2x^2 = \frac{d^2}{4} \Rightarrow x = \frac{d}{2\sqrt{2}}$$

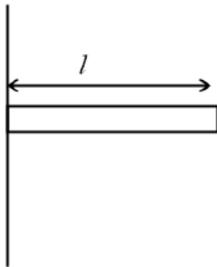


प्रश्न.10. एक सिरे से गुजरने वाली लंबवत अक्ष के परितः घूर्णन करने वाली एक पतली एकसमान छड़ का जड़त्व आघूर्ण I_1 है। समान छड़ को एक वलय के रूप में मोड़ा जाता है और व्यास के सापेक्ष इसका जड़त्व आघूर्ण I_2 है। अनुपात $\frac{I_1}{I_2} = \frac{x\pi^2}{3}$ है, x ज्ञात कीजिए।

- A) 8
- B) 4
- C) 5
- D) 7

उत्तर: 8

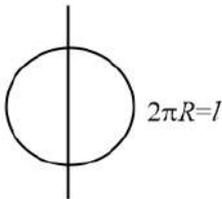
हल:



एक सिरे से गुजरने वाली अक्ष के परितः घूर्णन करने वाली छड़ का जड़त्व आघूर्ण, $I_1 = \frac{ml^2}{3}$... (1)

इसके एक व्यास के परितः घूर्णन करने वाली वलय का जड़त्व आघूर्ण, $I_2 = \frac{mR^2}{2}$

चूँकि छड़ को एक वलय के रूप में मोड़ा जाता है, वलय की परिधि और छड़ की लंबाई बराबर है, $l = 2\pi R$

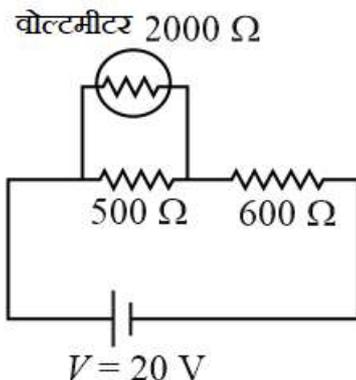


तब, $I_2 = \frac{mR^2}{2} = \frac{ml^2}{8\pi^2}$

इस प्रकार, अनुपात $\frac{I_1}{I_2} = \frac{8\pi^2}{3}$,

इसलिए $x = 8$

प्रश्न.11. दिए गए परिपथ-आरेख में, वोल्टमीटर का पाठ्यांक क्या होगा?



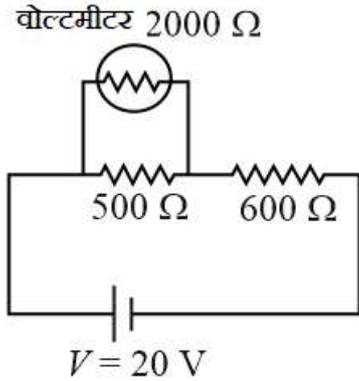
- A) 12 V



- B) 2 V
C) 8 V
D) 20 V

उत्तर: 8 V

हल:



वोल्टमीटर का प्रतिरोध 2000Ω के रूप में दिया गया है।

दिए गए परिपथ में तुल्य प्रतिरोध इस प्रकार है, $R_{eq} = \frac{500 \times 2000}{2000 + 500} + 600 = 1000 \Omega$

अब, परिपथ में विद्युत धारा, $i = \frac{20}{1000} \text{ A}$

वोल्टमीटर का पाठ्यांक निम्न होगा,

$$V = 20 - 600 \times \frac{20}{1000} = 8 \text{ V}$$

प्रश्न.12. समष्टि में किसी भी बिंदु (x, y, z) पर विद्युत विभव $V = 3x^2$ द्वारा दिया जाता है, जहाँ, x, y, z सभी मीटर में हैं। $(1 \text{ m}, 0 \text{ m}, 4 \text{ m})$ पर विद्युत क्षेत्र होगा :

- A) 6 V m^{-1} घनात्मक x - दिशा में
B) 3 V m^{-1} ऋणात्मक x - दिशा में
C) 6 V m^{-1} ऋणात्मक x - दिशा में
D) 3 V m^{-1} घनात्मक x - दिशा में

उत्तर: 6 V m^{-1} ऋणात्मक x - दिशा में

हल: विद्युत विभव, $V = 3x^2$

विद्युत विभव और विद्युत क्षेत्र $E = -\frac{dV}{dx} = -6x$ के रूप में संबंधित हैं।

बिंदु $(1, 0, 4)$ पर,

$$\Rightarrow E = -6 \times 1 = -6 \text{ V m}^{-1}$$

इस प्रकार, विद्युत क्षेत्र ऋणात्मक x -अक्ष के अनुदिश 6 V m^{-1} है।

प्रश्न.13. एक वस्तु नियत त्वरण a के साथ गति करना प्रारम्भ करती है। इसके द्वारा पहले t s में तय की गई दूरी 10 m है। तब इसके द्वारा अगले t s में तय की गई दूरी है:

- A) 10 m
B) 20 m
C) 30 m



D) 40 m

उत्तर: 30 m

हल: कण का प्रारंभिक वेग शून्य है। गति के समीकरण को लागू करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$10 = \frac{1}{2} \times a \times t^2$$

माना कि अगले t s में तय की गई दूरी x है। तब,

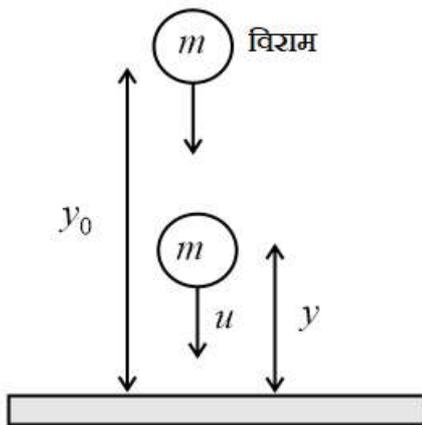
$$10 + x = \frac{1}{2} \times a \times (2t)^2$$

$$\Rightarrow 10 + x = \frac{1}{2} at^2 \times 4$$

$$\Rightarrow 10 + x = 10 \times 4$$

$$\Rightarrow x = 30 \text{ m}$$

प्रश्न.14. एक कण को जमीन से y_0 की ऊंचाई से विराम से मुक्त किया जाता है, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। जब कण जमीन से y की ऊंचाई पर होता है, तो इसकी गतिज ऊर्जा K किसके बराबर है?



A) $K = mg(y_0 - y)$

B) $K = mgy$

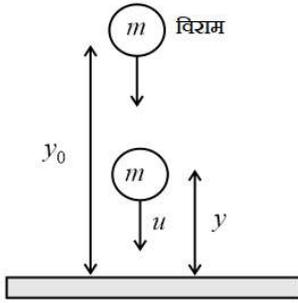
C) $K = -mgy$

D) $K = mg(y - y_0)$

उत्तर: $K = mg(y_0 - y)$



हल:



यहाँ, गतिज ऊर्जा में लब्धि = स्थितिज ऊर्जा में हानि

अब, y_0 से y ऊंचाई तक गिरने में कण की स्थितिज ऊर्जा में हानि $mg(y_0 - y)$ है।

इसलिए, $\Delta KE = K - 0 = mg(y_0 - y)$

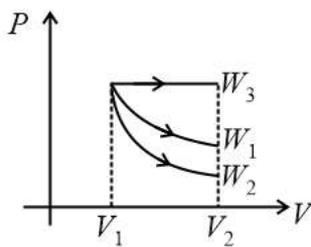
इस प्रकार, ऊंचाई y पर गतिज ऊर्जा $K = mg(y_0 - y)$ है।

प्रश्न.15. एक गैस तीन अलग-अलग प्रक्रमों अर्थात् समतापीय, रुद्धोष्म और समदाबी द्वारा V_1 से V_2 तक प्रसारित होती है। यदि W_1 , W_2 और W_3 उपरोक्त वर्णित प्रक्रमों में क्रमशः किए गए कार्य हैं, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सही क्रम होगा?

- A) $W_3 > W_1 > W_2$
- B) $W_3 > W_2 > W_1$
- C) $W_2 > W_1 > W_3$
- D) $W_1 > W_3 > W_2$

उत्तर: $W_3 > W_1 > W_2$

हल: जैसा कि हम जानते हैं, समदाबी प्रक्रम में दाब स्थिर रहता है और रुद्धोष्म वक्र की प्रवणता का परिमाण उभयनिष्ठ बिंदु पर समतापीय वक्र की तुलना में अधिक होगा, इसलिए प्रक्रम के लिए आरेख नीचे दिया गया है।



साथ ही, $W = P - V$ वक्र के अंतर्गत क्षेत्रफल

इस प्रकार,

$\therefore W_3 > W_1 > W_2$

प्रश्न.16. माध्यमों, A और B के लिए प्रकाश की चाल क्रमशः $2 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ और $1.5 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ हैं। यदि कोई प्रकाश किरण B से A तक जाती है, तो आपतन कोण के लिए पूर्ण आंतरिक परावर्तन की घटना इस प्रकार होती है कि

- A) $\theta > \sin^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$
- B) $\theta < \sin^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$
- C) $\theta > \sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$



D) $\theta < \sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

उत्तर: $\theta > \sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

हल: दिया गया है: $v_A = 2 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ और $v_B = 1.5 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
क्रांतिक कोण के लिए:

$$\sin(\theta_c) = \frac{\mu_A}{\mu_B} = \frac{c}{v_A} \times \frac{v_B}{c} = \frac{1.5 \times 10^8}{2 \times 10^8} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$$

अब, पूर्ण आंतरिक परावर्तन के लिए, $\theta > \theta_c$

प्रश्न.17. एक यंग द्विझिरी प्रयोग में, यदि परदे को $5 \times 10^{-2} \text{ m}$ से स्थानांतरित किया जाता है, तो फ्रिंज चौड़ाई $3 \times 10^{-3} \text{ cm}$ से परिवर्तित हो जाती है। यदि झिरियों के बीच की दूरी 1 mm है, तो प्रकाश की तरंग दैर्घ्य ज्ञात कीजिए।

A) 400 nm

B) 600 nm

C) 800 nm

D) 1200 nm

उत्तर: 600 nm

हल: हम जानते हैं कि यंग के द्विझिरी प्रयोग में फ्रिंज चौड़ाई,

$$\beta = \frac{\lambda D}{d}$$

$$\Rightarrow \Delta\beta = \frac{\lambda}{d} \Delta D$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{(\Delta\beta)d}{\Delta D} = \frac{3 \times 10^{-3} \times 10^{-2} \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-2}} = 6 \times 10^{-7} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

प्रश्न.18. एक गोले का व्यास, अल्पतमांक 0.1 mm के साथ एक वर्नियर कैलिपर पैमाने का उपयोग करके मापा जाता है। वर्नियर पैमाने का 5वें विभाजन मुख्य पैमाने में से किसी एक के साथ बिल्कुल संपाती पाया गया और मुख्य पैमाने पर पाठ्यांक 1.8 cm है। यदि दिए गए वर्नियर कैलिपर में 0.05 cm की घनात्मक शून्य त्रुटि है, तो गोले की त्रिज्या _____ $\times 10^{-2} \text{ cm}$ है।

A) 90

B) 180

C) 190

D) 170

उत्तर: 90

हल: वर्नियर कैलिपर का पाठ्यांक निम्न रूप में दिया जाता है :

$$d = \text{MSR} + (\text{LC} \times \text{VSR}) - \text{शून्य त्रुटि}$$

$$\Rightarrow d = 18 + (0.1 \times 5) - 0.5 = 18 \text{ mm}$$

$$\text{इसलिए, त्रिज्या } r = \frac{d}{2} = 9 \text{ mm} = 90 \times 10^{-2} \text{ cm}$$

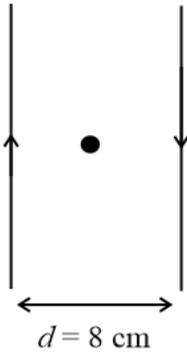
प्रश्न.19. समान धारा वहन करने वाले दो लंबे समांतर तार जो 8 cm की दूरी पर हैं, उनके बीच के बिंदु $200 \mu\text{T}$ का चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं। प्रत्येक तार में धारा का परिमाण है:



- A) चालक प्रत्येक 6 A का विपरीत दिशा में वहन करता है।
B) चालक प्रत्येक 3 A को एक ही दिशा में वहन करता है।
C) चालक प्रत्येक 20 A का विपरीत दिशा में वहन करता है।
D) चालक प्रत्येक 6 A को एक ही दिशा में वहन करता है।

उत्तर: चालक प्रत्येक 20 A का विपरीत दिशा में वहन करता है।

हल:



समांतर क्रम तारों में चुंबकीय क्षेत्र $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ द्वारा दिया जाता है।

मध्य रास्ते में, दूरी $= \frac{d}{2}$

$$\therefore \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \times 2 = B$$

$$\Rightarrow \frac{\mu_0}{\pi} \times \frac{2I}{d} = B$$

$$\Rightarrow \frac{4 \times 10^{-7} \times 2I}{0.08} = 200 \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow I = \frac{2 \times 10^{-4} \times 0.08}{2 \times 4 \times 10^{-7}} = \frac{1000}{4} \times 0.08$$

$$\Rightarrow 20 \text{ A}$$

प्रश्न.20. m द्रव्यमान के एक गुटके को एक बॉक्स के अंदर रखा जाता है। बॉक्स $\frac{g}{4}$ के त्वरण के साथ नीचे गिर रहा है। बॉक्स की सतह पर ब्लॉक m द्वारा लगाया गया बल ज्ञात कीजिए।

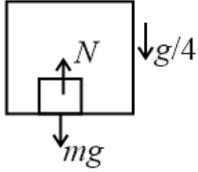
- A) $\frac{3mg}{2}$
B) $\frac{3mg}{4}$
C) $\frac{4mg}{5}$
D) $\frac{3mg}{5}$

उत्तर: $\frac{3mg}{4}$



हल: ब्लॉक पर कार्य करने वाले बलों को नीचे दिखाया गया है।

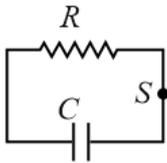
यहाँ, N अभिलंब बल है और बॉक्स त्वरण $\frac{g}{4}$ के साथ नीचे गिर रहा है।



$$\text{आकृति से, } N = m \left(g - \frac{g}{4} \right)$$

$$= \frac{3mg}{4}$$

प्रश्न.21. चित्रानुसार RC आवेशन परिपथ स्विच S को $t = 0$ पर बंद कर दिया जाता है। संधारित्र पर आवेश के मूल मान के $\frac{1}{8}$ वें भाग तक कम करने के लिए परिपथ को t_1 समय लगता है और आवेश के मूल मान के $\frac{1}{2}$ तक कम करने के लिए t_2 समय लगता है। तो $\frac{t_1}{t_2}$ किसके बराबर है?



- A) 2
- B) 3
- C) $\sqrt{3}$
- D) $2\sqrt{2}$

उत्तर: 3

हल: हम जानते हैं कि आवेशन परिपथ में आवेश निम्न द्वारा दिया जाता है,

$$q = q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Rightarrow \frac{t}{RC} = \ln \left(\frac{q_0}{q} \right)$$

$$\therefore \frac{t_1}{t_2} = \frac{\ln(8)}{\ln(2)} = 3 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 3$$

प्रश्न.22. यदि लंबाई और बल की इकाइयों में 4 गुना की वृद्धि की जाती है, तो ऊर्जा की इकाई n गुना हो जाएगी। n का मान है:

- A) 16
- B) 1
- C) 4
- D) 8

उत्तर: 16



हल: ऊर्जा, कार्य केतुल्य होती है। अतः

$$[E] = [\text{बल}] \times [\text{लंबाई}]$$

$$\frac{1 \text{ नई}}{1 \text{ पुरानी}} = \frac{((4F) \times (4l))}{F \times l}$$

\Rightarrow 1 नई इकाई = पुरानी इकाई का 16 गुना



सेक्शन B: रसायन विज्ञान

प्रश्न.1. यौगिक $[\text{MnCl}_6]^{4-}$ का प्रचक्रण - केवल चुंबकीय आघूर्ण है:

- A) 4.89
- B) 5.91
- C) 2.83
- D) 1.73

उत्तर: 5.91

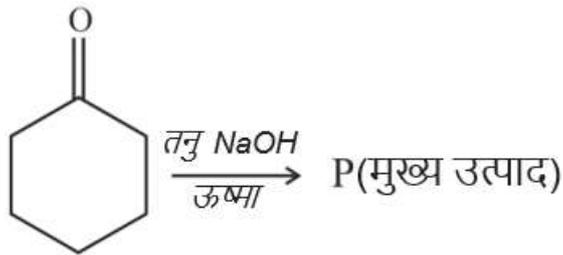
हल: $[\text{MnCl}_6]^{4-}$



अयुग्मित इलेक्ट्रॉनों की संख्या = 5

संकुल का चुंबकीय आघूर्ण, $\mu = \sqrt{n(n+2)} = \sqrt{35} = 5.91 \text{ B.M}$

प्रश्न.2.

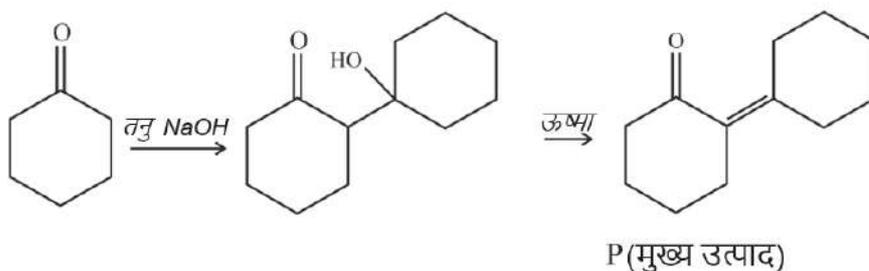


उत्पाद P में π बंधों की संख्या की गणना कीजिए:

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

उत्तर: 2

हल: एक एल्डोल संघनन में, एक ईनॉलेट आयन, अम्ल / क्षार उत्प्रेरक की उपस्थिति में कार्बोनिल यौगिक के साथ अभिक्रिया करके एक β - हाइड्रॉक्सी ऐल्डिहाइड या β - हाइड्रॉक्सी कीटोन का निर्माण करता है, जिसके बाद निर्जलीकरण द्वारा एक संयुग्मित ईनोन का निर्माण होता है। यह एक उपयोगी कार्बन - कार्बन बंध बनाने वाली अभिक्रिया है।





प्रश्न.3. निम्नलिखित में से किस स्पीशीज में कार्बोनेट आयन होता है?

- A) धावन सोडा
- B) कॉस्टिक सोडा
- C) खाने का सोडा
- D) उपरोक्त सभी

उत्तर: धावन सोडा

हल: धावन सोडा ($\text{Na}_2\text{CO}_3 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$) में कार्बोनेट आयन होता है।

खाने का सोडा (NaHCO_3) में बाइकार्बोनेट आयन होता है।

कॉस्टिक सोडा का सूत्र NaOH होता है।

प्रश्न.4. निम्नलिखित गणना पर विचार कीजिए :

$$\frac{0.002858 \times 0.112}{0.5702} = X$$

X का मान क्या है?

- A) 0.00056
- B) 0.000561
- C) 0.000563
- D) 0.0005

उत्तर: 0.000561

हल: गुणा और भाग में, अंतिम परिणाम में उतने ही सार्थक अंक होने चाहिए जितने की मूल संख्या में होते हैं।

$$\frac{0.002858 \times 0.112}{0.5702} = 0.000561$$

प्रश्न.5. डाइक्लोरोडाइफेनिलट्राइक्लोरोएथेन किस रूप में कार्य करता है?

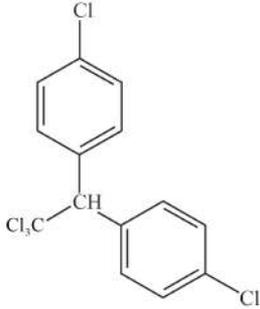
- A) पूतिरोधी
- B) विसंक्रामक
- C) पीड़कनाशी
- D) जल को मृदु करने वाला

उत्तर: पीड़कनाशी



हल: डाईफेनिलट्राइक्लोरोएथेन, जिसे आमतौर पर DDT केरूप में जाना जाता है, एक रंगहीन, स्वादहीन और लगभग गंधहीन क्रिस्टलीय रासायनिक यौगिक है, जो एक ऑर्गेनोक्लोराइड है।

मूल रूप से यह एक कीटनाशक या पेस्टनाशी केरूप में विकसित हुआ था, लेकिन हानिकारक पर्यावरणीय प्रभावों कारण इसके उत्पादन पर प्रतिबंध लगा दिया गया।



प्रश्न.6. कितने किरल एल्कोहॉलों में अणुसूत्र $C_4H_{10}O$ (त्रिविम समावयवी सहित) होता है?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

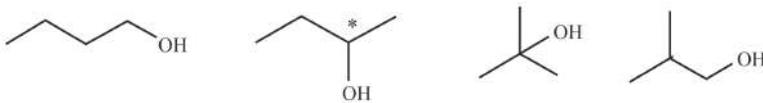
उत्तर: 2

हल: अणु सूत्र = $C_4H_{10}O$

असंतृप्तता की कोटि

$$= (C + 1) - \frac{H + X - N}{2} = 5 - \frac{10}{2} = 0$$

संभव एल्कोहॉल हैं:



2-ब्यूटेनॉल प्रकाशिक समावयवता प्रदर्शित करता है, अतः, दो त्रिविम समावयवियों पर विचार करने की आवश्यकता है।

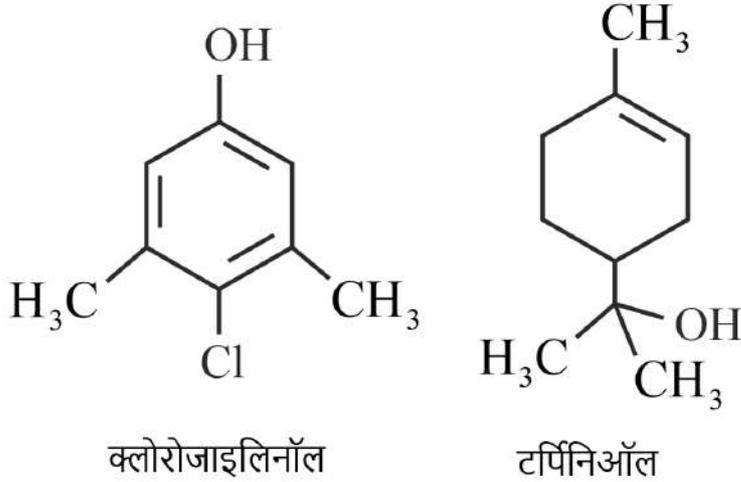
प्रश्न.7. क्लोरोजाइलिनाॅल और टर्पिनिऑल के मिश्रण से क्या निर्मित होता है?

- A) विसंक्रामक
- B) प्रतिजैविक
- C) पूतिरोधी
- D) प्रतिअम्ल

उत्तर: पूतिरोधी



हल: आमतौर पर उपयोग किया जाने वाला पूतिरोधी, डेटॉल, क्लोरोजाइलिनॉल और टर्पिनिऑल का मिश्रण होता है।

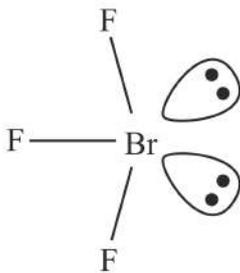


प्रश्न.8. BrF_3 की आकृति और इसके एक अणु में उपस्थित एकाकी युग्मों की संख्या क्रमशः है -

- A) चतुष्फलकीय, पाँच
- B) T - आकृति, दो
- C) त्रिकोणीय समतलीय, शून्य
- D) T - आकृति, ग्यारह

उत्तर: T - आकृति, ग्यारह

हल:



ब्रोमीन sp^3d संकरण से गुजरता है और इस अणु की आकृति T - आकृति होती है। प्रत्येक फ्लोरीन में 3 एकाकी युग्म होते हैं और ब्रोमीन में 2 एकाकी इलेक्ट्रॉन युग्म होते हैं। इसलिए, इसमें कुल 11 एकाकी इलेक्ट्रॉन युग्म होते हैं।

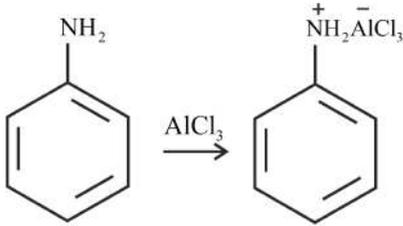
प्रश्न.9. जब ऐनिलीन फ्रीडेल - क्राफ्ट अभिक्रिया से गुजरता है, तो निम्नलिखित में से कौन सा सही है?

- A) ऐनिलीन उत्पाद के रूप में प्राप्त होता है
- B) प्रतिस्थापित ऐनिलीन उत्पाद के रूप में प्राप्त होता है
- C) ऐमाइड उत्पाद के रूप में प्राप्त होता है
- D) फ्रीडेल क्राफ्ट अभिक्रिया नहीं होती है

उत्तर: फ्रीडेल क्राफ्ट अभिक्रिया नहीं होती है



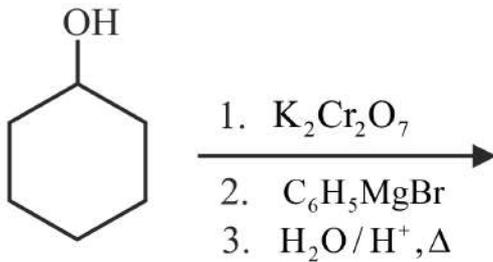
हल: ऐनिलीन, ऐलुमिनियम क्लोराइड के साथ लवण निर्माण के कारण फ्रीडेल - क्राफ्ट अभिक्रिया से नहीं गुजरता है। लूइस अम्ल, जिसका उपयोग उत्प्रेरक के रूप में किया जाता है, जबकि ऐनिलीन एक प्रबल क्षार है। इसलिए, एक अम्ल-क्षार अभिक्रिया होगी। इस प्रकार, ऐनिलीन एक लवण का निर्माण करने के लिए AlCl_3 के साथ अभिक्रिया करता है।



नाइट्रोजन परमाणु पर धनात्मक आवेश के कारण (–I प्रभाव प्रदर्शित करता है और यह मेटा निर्देशक है), बेन्जीन वलय में इलेक्ट्रॉनरागी प्रतिस्थापन निष्क्रिय हो जाता है।

इसलिए, फ्रीडेल क्राफ्ट अभिक्रिया ऐनिलीन में नहीं होगी।

प्रश्न.10.

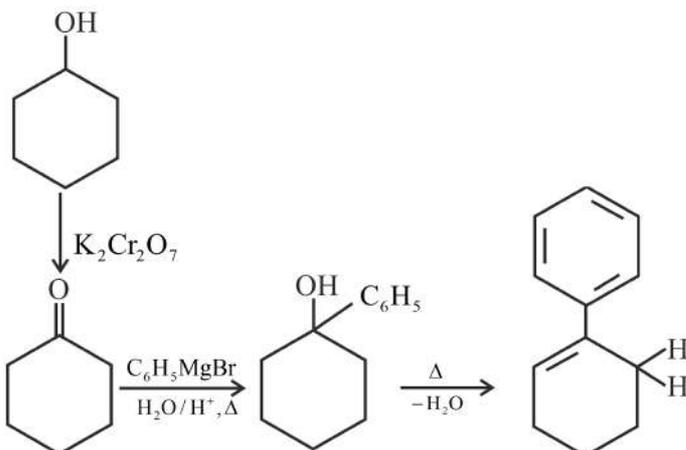


उपरोक्त अभिक्रिया के उत्पाद में उपस्थित sp^2 संकरित कार्बनों की संख्या है:

- A) 6
- B) 7
- C) 8
- D) 5

उत्तर: 8

हल:



प्रश्न.11. निम्नलिखित में से कौन सी अभिक्रिया अम्लीय वर्षा के लिए सबसे अधिक उत्तरदायी है?



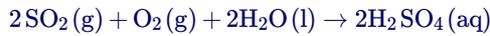
- A) $\text{H}_2\text{S} + \text{O}_2 \rightarrow \text{S} + \text{H}_2\text{O}$
- B) $\text{S} + \text{NaOH} \rightarrow \text{Na}_2\text{S} + \text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O}$
- C) $\text{I}_2 + \text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \rightarrow \text{Na}_2\text{S}_4\text{O}_6 + \text{NaI}$
- D) $2\text{SO}_2 + \text{O}_2 + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{H}_2\text{SO}_4$

उत्तर: $2\text{SO}_2 + \text{O}_2 + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{H}_2\text{SO}_4$

हल: अम्ल वर्षा विभिन्न प्रकार की मानव गतिविधियों का एक उपोत्पाद है जो वायुमंडल में सल्फर और नाइट्रोजन के ऑक्साइड का उत्सर्जन करती है।

जैसा कि पहले उल्लेख किया जा चुका है, जीवाश्म ईंधन (जिसमें सल्फर और नाइट्रोजनी पदार्थ होते हैं) जैसे कोयला और तेल बिजली स्टेशनों में और मट्टियों या मोटर इंजनों में पेट्रोल और डीजल सल्फर डाइऑक्साइड और नाइट्रोजन ऑक्साइड का उत्पादन करते हैं।

SO_2 और NO_2 ऑक्सीकरण और जल के साथ अभिक्रिया के बाद अम्लीय वर्षा के लिए प्रमुख योगदानकर्ता हैं, क्योंकि प्रदूषित वायु में आमतौर पर कण पदार्थ होते हैं जो ऑक्सीकरण को उत्प्रेरित करते हैं।



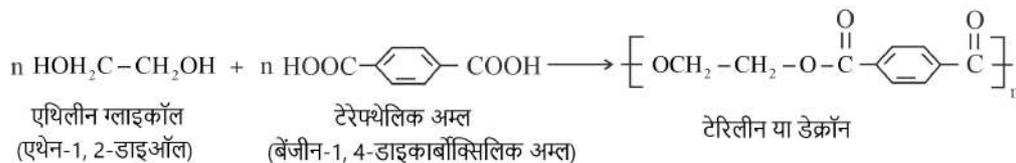
प्रश्न.12. कथन I : डेक्रॉन एक बहुलक है।

कथन II : यह टैरेफ्थैलिक अम्ल और एथिलीन ग्लाइकॉल का संघनन बहुलक है।

- A) दोनों कथन सही हैं और कथन II सही स्पष्टीकरण है।
- B) दोनों कथन सही हैं और कथन II सही स्पष्टीकरण नहीं है।
- C) कथन I सत्य है और कथन II असत्य है।
- D) कथन I असत्य है और कथन II सत्य है।

उत्तर: दोनों कथन सही हैं और कथन II सही स्पष्टीकरण है।

हल: एथिलीन ग्लाइकॉल और टैरेफ्थैलिक अम्ल की परस्पर क्रिया द्वारा टेरिलीन या डेक्रॉन का निर्माण, इस प्रकार के बहुलकीकरण का एक उदाहरण है।



प्रश्न.13. CH_4 , NH_4^+ , BH_4^- के बारे में कौन सा कथन सत्य है?

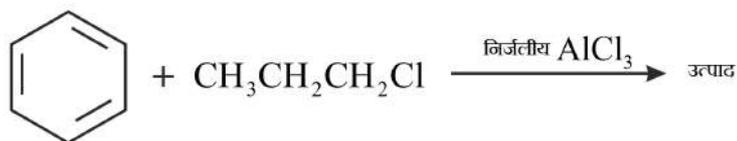
- A) वे समइलेक्ट्रॉनिक स्पीशीज नहीं हैं।
- B) उनमें से 2 समइलेक्ट्रॉनिक हैं और सभी में चतुष्फलकीय संरचना होती है।
- C) सभी में समइलेक्ट्रॉनी और चतुष्फलकीय संरचना होती है।
- D) सभी समइलेक्ट्रॉनी होते हैं और 2 चतुष्फलकीय होते हैं।

उत्तर: सभी में समइलेक्ट्रॉनी और चतुष्फलकीय संरचना होती है।

हल: दी गई सभी तीन स्पीशीज समइलेक्ट्रॉनी हैं, और केंद्रीय परमाणु sp^3 संकरण दर्शाता है। इसलिए, उनके पास चतुष्फलकीय संरचना होती है।



प्रश्न.14.



अभिक्रिया के दौरान बनने वाला स्थायी मध्यवर्ती है:

A)



B)



C)



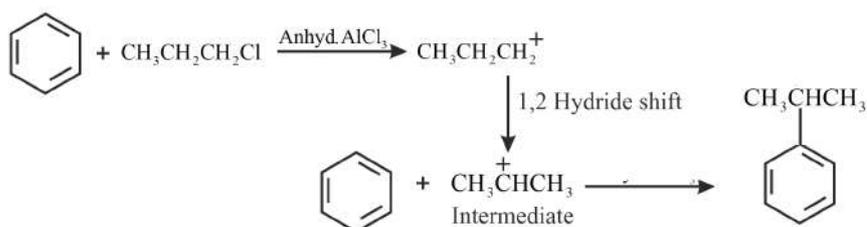
D)



उत्तर:



हल:



प्रश्न.15. निम्नलिखित का मिलान कीजिए।

P	सिडेराइट	I	ZnCO ₃
Q	मैलेकाइट	II	ZnS
R	स्फ़ेलेराइट	III	Cu ₂ (OH) ₂ CO ₃
S	कैलामाइन	IV	FeCO ₃

A) P - IV, Q - III, R - I, S - II

B) P - IV, Q - III, R - II, S - I

C) P - I, Q - II, R - III, S - IV

D) P - III, Q - IV, R - I, S - II

उत्तर: P - IV, Q - III, R - II, S - I



हल: सिडेराइट - FeCO_3

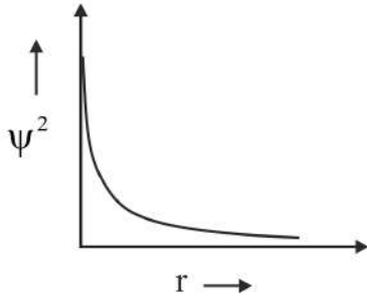
मैलेकाइट एक कॉपर कार्बोनेट हाइड्रॉक्साइड खनिज है, जिसका सूत्र $\text{Cu}_2\text{CO}_3(\text{OH})_2$ है।

स्फैलेराइट, एक सल्फाइड खनिज है, जिसका रासायनिक सूत्र ZnS है।

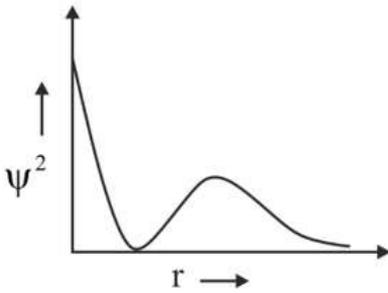
कैलामाइन ZnCO_3 है।

प्रश्न.16. एकल - इलेक्ट्रॉन स्पीशीज के 2s कक्षक के लिए Ψ^2 और r के मध्य आलेख है:

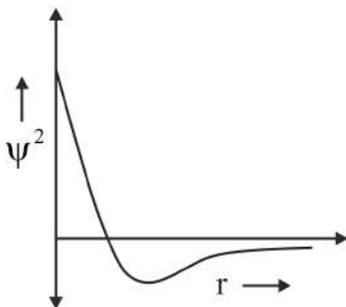
A)



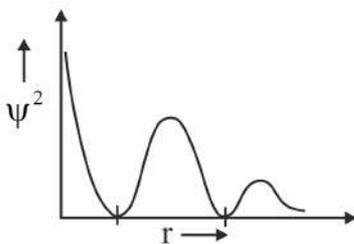
B)



C)

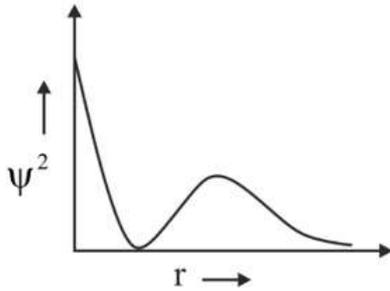


D)

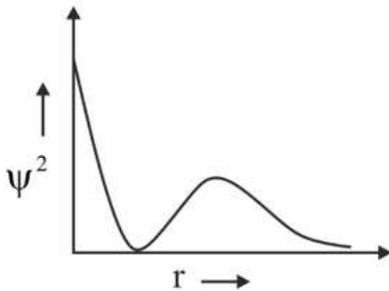




उत्तर:



हल: एकल - इलेक्ट्रॉन स्पीशीज के 2s कक्षक के लिए Ψ^2 और r के मध्य आलेख है:



यहाँ Ψ^2 नामिक के चारों ओर एक स्थिति पर एक इलेक्ट्रॉन तरंग को ज्ञात करने वाले प्रायिकता घनत्व को निरूपित करता है। 2s कक्षक में भी एक नोडल तल होता है।

$$n - l - 1 = 2 - 0 - 1 = 1$$

प्रश्न.17. एक पात्र में मानक ताप और दाब पर 16 gm हाइड्रोजन और 128 gm ऑक्सीजन है, तब cm^3 में पात्र का आयतन होगा :

- A) $2.72 \times 10^3 \text{ cm}^3$
- B) $2.72 \times 10^5 \text{ cm}^3$
- C) $2.72 \times 10^4 \text{ cm}^3$
- D) $2.72 \times 10^2 \text{ cm}^3$

उत्तर: $2.72 \times 10^5 \text{ cm}^3$

हल: STP पर एक गैस का एक मोल 22.7 लीटर आयतन घेरता है।

$$\text{H}_2 \text{ के मोलों की संख्या, } n_{\text{H}_2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$\text{O}_2 \text{ के मोलों की संख्या, } n_{\text{O}_2} = \frac{128}{32} = 4$$

$$\text{गैस के मोलों की कुल संख्या} = 12$$

$$\text{लीटर में कुल आयतन} = 22.7 \times 12$$

$$\text{cm}^3 \text{ में कुल आयतन} = 22.7 \times 12 \times 1000$$

$$= 2.72 \times 10^5 \text{ cm}^3$$

प्रश्न.18. कथन I : ऑक्सीजन की आयनन ऊर्जा, नाइट्रोजन की तुलना में कम होती है।

कथन II : नाइट्रोजन के 2p उप कोश अर्ध-पूरित होते हैं।

- A) दोनों कथन सही हैं और कथन II, कथन I का सही स्पष्टीकरण है।
- B) दोनों कथन सही हैं और कथन II, कथन I के लिए सही स्पष्टीकरण नहीं है।



C) कथन I गलत है और कथन II सही है।

D) कथन I सही है और कथन II सही है।

उत्तर: दोनों कथन सही हैं और कथन II, कथन I का सही स्पष्टीकरण है।

हल: ऑक्सीजन की आयनन ऊर्जा, नाइट्रोजन की तुलना में कम होती है, क्योंकि नाइट्रोजन के 2p उप-कोश अर्ध-पूरित होते हैं, और अर्ध-पूरित कक्षकों में कुछ अतिरिक्त स्थायित्व होता है, इसलिए उनमें से इलेक्ट्रॉनों को निकालने में बहुत अधिक कठिनाई होगी।

$$N = 1s^2 2s^2 2p^3$$

$$O = 1s^2 2s^2 2p^4$$

प्रश्न.19. एक अभिक्रिया में दर स्थिरांक की तापमान पर निर्भरता $k = Ae^{-\frac{2600}{T}}$ द्वारा दी जाती है। सक्रियण ऊर्जा क्या है? [प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं]

A) 15.48 kJ/mol

B) 21.62 kJ/mol

C) 35.82 kJ/mol

D) 42.63 kJ/mol

उत्तर: 21.62 kJ/mol

हल: आरेनियस समीकरण से,

$$k = Ae^{-\frac{2600}{T}} \text{ से तुलना करने पर,}$$

$$\frac{E_a}{R} = 2600$$

$$E_a = 2600 \times 8.314 = 21616.4 \text{ J/mol}$$

$$\text{सक्रियण ऊर्जा} = 21.62 \text{ kJ/mol}$$

प्रश्न.20. 1.5 मोलल विलयन के क्वथनांक में उन्नयन 4K है और समान लवण के 4.5 मोलल विलयन के हिमांक में अवनमन 4K है। लवण के अनुपात $\frac{K_b}{K_f}$ को ज्ञात कीजिये।

A) 2 : 1

B) 4 : 1

C) 3 : 1

D) 3 : 2

उत्तर: 3 : 1



हल: कचथनांक में उन्नयन

$$\Delta T_b = i k_b m_1$$

हिमांक में अवनमन

$$\Delta T_f = i k_f m_2$$

$$4 = i k_b (1.5)$$

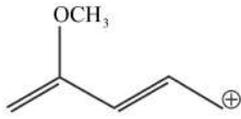
$$4 = i k_f (4.5)$$

दोनों को विभाजित करने पर:

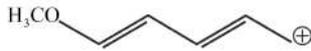
$$\frac{k_b}{k_f} = \frac{3}{1}$$

प्रश्न.21. सबसे अधिक स्थायी कार्बधनायन है:

A)



B)



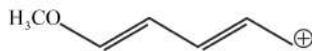
C)



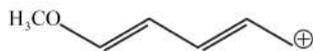
D)



उत्तर:



हल:



उपरोक्त कार्बधनायन, सतत संयुग्मन की उपस्थिति के कारण और मेथॉक्सी समूह के + M प्रभाव के कारण सबसे अधिक स्थायी कार्बधनायन है।

प्रश्न.22. प्रोटीन की कौन - सी संरचना गर्म करने पर प्रभावित नहीं होती है?

A) प्राथमिक संरचना

B) द्वितीयक संरचना

C) तृतीयक संरचना

D) चतुष्कीय संरचना

उत्तर: प्राथमिक संरचना



हल: **प्रोटीन की प्राथमिक संरचना :** प्रोटीन में एक या एक से अधिक पॉलीपेटाइड श्रृंखला हो सकती है। एक प्रोटीन में प्रत्येक पॉलीपेटाइड में एक विशिष्ट अनुक्रम में एक दूसरे के साथ जुड़े हुए एमीनो अम्ल होते हैं और यह एमीनो अम्ल का अनुक्रम होता है, जिसे उस प्रोटीन की प्राथमिक संरचना कहा जाता है।

प्रोटीन की द्वितीयक संरचना : प्रोटीन की द्वितीयक संरचना उस आकार को संदर्भित करती है जिसमें एक लंबी पॉलीपेटाइड श्रृंखला मौजूद हो सकती है।

प्रोटीन की तृतीयक संरचना : प्रोटीन की तृतीयक संरचना पॉलीपेटाइड श्रृंखलाओं के समग्र वलन अर्थात्, द्वितीयक संरचना के आगे वलन को निरूपित करती है।

प्रोटीन की चतुष्क संरचना : कुछ प्रोटीन दो या दो से अधिक पॉलीपेटाइड श्रृंखलाओं से बने होते हैं जिन्हें उप इकाइयों के रूप में जाना जाता है। एक दूसरे के संबंध में इन उप इकाइयों की स्थानिक व्यवस्था को चतुष्कीय संरचना के रूप में जाना जाता है।

विकृतीकरण के दौरान, चतुष्क, द्वितीयक और तृतीयक संरचनाएं नष्ट हो जाती हैं, लेकिन प्राथमिक संरचना संरक्षित रहती है।



सेक्शन C: गणित

प्रश्न.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-1)\sin^2(\pi x)}{x^4-2x^3+2x-1}$ के बराबर है:

- A) $2\pi^2$
B) π^2
C) $3\pi^2$
D) $\frac{\pi^2}{2}$

उत्तर: π^2

हल:
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-1)\sin^2(\pi x)}{x^4-2x^3+2x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-1)\sin^2(\pi x)}{(x^2-1)(x^2-2x+1)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin^2(\pi(1+h))}{(1+h-1)^2} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \pi h}{h^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \pi h}{\pi h} \right)^2 \pi^2 = \pi^2 \end{aligned}$$

प्रश्न.2. यदि रेखा $\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+6}{2}$, समतल $2x + 4y + 3z = 0$ को बिंदु P पर प्रतिच्छेद करती है, तब दूरी OP (जहाँ O मूल बिंदु है) है:

- A) $\frac{\sqrt{8069}}{7}$
B) $\frac{\sqrt{9053}}{14}$
C) $\frac{\sqrt{7084}}{7}$
D) $\frac{\sqrt{9017}}{14}$

उत्तर: $\frac{\sqrt{9053}}{14}$

हल: $\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+6}{2} = \lambda$

माना कि दी गई रेखा पर एक बिंदु $(3\lambda + 2, 4\lambda + 2, 2\lambda - 6)$ है।

यह बिंदु समतल पर स्थित है, अर्थात्, $2(3\lambda + 2) + 4(4\lambda + 2) + 3(2\lambda - 6) = 0$

$$\Rightarrow 28\lambda = 6 \Rightarrow \lambda = \frac{3}{14}$$

इसलिए, बिंदु $\left(\frac{37}{14}, \frac{40}{14}, -\frac{78}{14}\right)$ है।

$$\text{अतः, } OP = \sqrt{\left(\frac{37}{14}\right)^2 + \left(\frac{40}{14}\right)^2 + \left(-\frac{78}{14}\right)^2} = \frac{\sqrt{9053}}{14}$$

प्रश्न.3. यदि $\sin x = \cos^2 x$ है, तब $x \in (0, 10)$ में समीकरण को संतुष्ट करने वाले हलों की संख्या है:

- A) 4



- B) 2
C) 0
D) 3

उत्तर: 4

हल: दिया गया है, $\sin x = \cos^2 x$

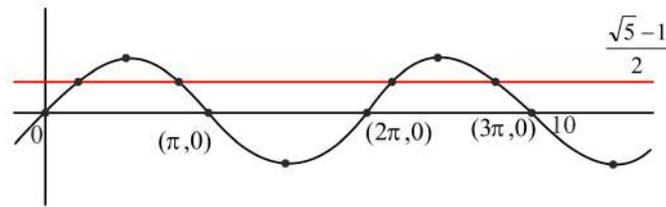
$$\Rightarrow \sin x = 1 - \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{(-1 \pm \sqrt{5})}{2}$$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{(\sqrt{5}-1)}{2}$$

अब, आलेख को अंकित करने पर, हमें प्राप्त होता है,



\Rightarrow अब, आलेख द्वारा $(0, 10)$ में हलों की संख्या = 4

प्रश्न.4. $\left(2x^{\frac{1}{5}} - \frac{1}{x^{\frac{1}{5}}}\right)^{15}$ के प्रसार में, x^{-1} और x^{-3} के गुणांक क्रमशः m और n हैं। यदि $m \cdot n^2 = {}^{15}C_r \cdot 2^r$ है, तब r का मान है:

- A) 5
B) 10
C) 4
D) 6

उत्तर: 5

हल: $\left(2x^{\frac{1}{5}} - \frac{1}{x^{\frac{1}{5}}}\right)^{15}$ का r वाँ पद

$$\Rightarrow T_{r+1} = {}^{15}C_r \left(2x^{\frac{1}{5}}\right)^{15-r} \left(\frac{-1}{x^{\frac{1}{5}}}\right)^r$$

x^{-1} वाले पद के लिए,

$$\frac{15-r}{5} - \frac{r}{5} = -1 \Rightarrow r = 10 \Rightarrow m = {}^{15}C_{10} \cdot 2^5 \cdot (-1)^{10}$$

x^{-3} वाले पद के लिए,

$$\frac{15-2r}{5} = -3 \Rightarrow r = 15 \Rightarrow n = {}^{15}C_{15} \cdot 2^0 \cdot (-1)^{15}$$

$$\therefore mn^2 = {}^{15}C_{10} \cdot 2^5 = {}^{15}C_5 \cdot 2^5$$

$m \cdot n^2 = {}^{15}C_r \cdot 2^r$ से तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$r = 5$$



प्रश्न.5. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ है, तब आव्यूह B के सभी अवयवों के योगफल का मापांक क्या है जो $B = I - {}^5C_1 \text{adj}(A) + {}^5C_2 (\text{adj}(A))^2 - {}^5C_3 (\text{adj}(A))^3 + {}^5C_4 (\text{adj}(A))^4 - {}^5C_5 (\text{adj}(A))^5$ को संतुष्ट करता है?

- A) 7
- B) 2
- C) 14
- D) 8

उत्तर: 7

हल: दिए गए व्यंजक का सरलीकरण करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$B = I - {}^5C_1 \text{adj}(A) + {}^5C_2 (\text{adj}(A))^2 - {}^5C_3 (\text{adj}(A))^3 + {}^5C_4 (\text{adj}(A))^4 - {}^5C_5 (\text{adj}(A))^5$$

$$\Rightarrow B = (I - \text{adj}(A))^5$$

$$\text{अब, } A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{इसलिए, } B = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}^5$$

$$\Rightarrow -B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^5 = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} -1 & -5 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{अब, आव्यूह } B \text{ के अवयवों का योग मापांक} = |-1 - 5 - 1| = |-7| = 7$$

प्रश्न.6. यदि दो समांतर श्रेढ़ियों को 3, 6, 9, ... 78 पदों तक और 5, 9, 13, ... 59 पदों तक दिया जाए, तब उनके बीच उभयनिष्ठ पदों का योग होगा:

- A) 2223
- B) 2322
- C) 2232
- D) 2323

उत्तर: 2223

हल: दिया गया है,

3, 6, 9, ... 78 पदों तक

$$\Rightarrow t_{78} = 3 + 77 \times 3 = 234$$

5, 9, 13, ... 59 पदों तक

$$\Rightarrow t_{59} = 5 + 58 \times 4 = 237$$

उभयनिष्ठ पदों का सार्व अंतर = $\text{LCM}\{3, 4\} = 12$

प्रथम उभयनिष्ठ पद 9 और अंतिम उभयनिष्ठ पद 225 है।

इसलिए श्रेढ़ी निम्न होगी: 9, 21, 33, ..., 225 $\Rightarrow n = 19$

$$S = \frac{n}{2} [a + l] = \frac{19}{2} [9 + 225] = 2223$$



प्रश्न.7. यदि श्रेणी का योग $S = 1 + \frac{5}{6} + \frac{10}{6^2} + \frac{16}{6^3} + \dots$ द्वारा दिया जाता है, तब S का मान है -

- A) $\frac{16}{216}$
- B) $\frac{301}{125}$
- C) $\frac{25}{216}$
- D) $\frac{276}{125}$

उत्तर: $\frac{276}{125}$

हल: दिए गए व्यंजक को हल करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$S = 1 + \frac{5}{6} + \frac{10}{6^2} + \frac{16}{6^3} + \dots \dots (i)$$

$$\Rightarrow \frac{S}{6} = \frac{1}{6} + \frac{5}{6^2} + \frac{10}{6^3} + \dots \dots (ii)$$

अब समीकरण (ii) को (i) से घटाने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$\Rightarrow \frac{5S}{6} = 1 + \frac{4}{6} + \frac{5}{6^2} + \frac{6}{6^3} + \dots$$

$$\Rightarrow \left(\frac{5S}{6} - 1\right) = \frac{4}{6} + \frac{5}{6^2} + \frac{6}{6^3} + \dots \dots (iii)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} \left(\frac{5S}{6} - 1\right) = \frac{4}{6^2} + \frac{5}{6^3} + \dots \dots (iv)$$

अब समीकरण (iv) को (iii) से घटाने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$\Rightarrow \frac{5}{6} \left(\frac{5S}{6} - 1\right) = \frac{4}{6} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \dots$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} \left(\frac{5S}{6} - 1\right) = \frac{4}{6} + \frac{1}{1 - \frac{1}{6}}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} \left(\frac{5S}{6} - 1\right) = \frac{4}{6} + \frac{1}{30} = \frac{21}{30}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{5S}{6} - 1\right) = \frac{21 \times 6}{30 \times 5} = \frac{21}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{5S}{6} = \frac{21}{25} + 1 = \frac{46}{25}$$

$$\Rightarrow S = \frac{46 \times 6}{25 \times 5} = \frac{276}{125}$$

प्रश्न.8. z और $|z| = 3$ को संतुष्ट करने वाली सम्मिश्र संख्याओं $\arg(z - 1) - \arg(z + 1) = \frac{\pi}{4}$ की संख्या है:

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

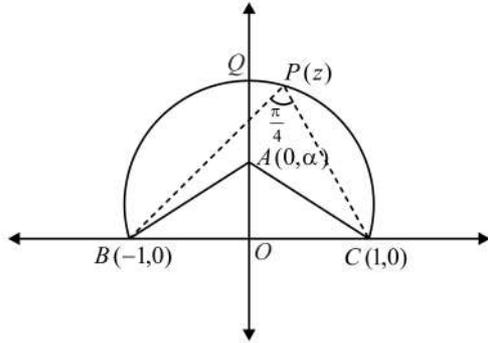
उत्तर: 0



हल: दिया गया है, $|z| = 3$

$$\arg(z-1) - \arg(z+1) = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{4}$$



$\Rightarrow z$ एक वृत्त के दीर्घ चाप पर है, जिसकी जीवा के रूप में BC है और $A(0, \alpha)$ वृत्त के केंद्र के रूप में है,

इसलिए, $\angle OAC = \angle BPC = \frac{\pi}{4} \Rightarrow OA = OC = 1 = \alpha$

$$\text{त्रिज्या} = AC = \sqrt{2}$$

$$OQ = \alpha + \text{त्रिज्या} = 1 + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow Q = (0, 1 + \sqrt{2})$$

$|z| = 3$, त्रिज्या 3 और केंद्र $(0, 0)$ वाले एक वृत्त को निरूपित करता है।

अर्थात् ये दोनों वृत्त प्रतिच्छेद नहीं करते हैं।

अतः, कोई भी z दोनों समीकरण को संतुष्ट नहीं करता है।

प्रश्न.9. चार-अंकीय संख्याओं की संख्या, जिसमें पहली तीन अंकीय संख्या, अंतिम अंक अर्थात् चौथे अंक से विभाज्य है, है:

A) 2545

B) 2430

C) 2445

D) 2145

उत्तर: 2545

हल: माना कि चार-अंकीय संख्या $abcd$ है।

कुल संभव abc संख्याएँ $9 \times 10 \times 10 = 900$ होंगी।

अंतिम अंक d है इसलिए पहले तीन अंकों के लिए $\left[\frac{900}{d}\right]$ संभावनाएँ हैं।

$$4 \text{ अंकीय संख्याओं की कुल संख्या} = \left[\frac{900}{1}\right] + \left[\frac{900}{2}\right] + \left[\frac{900}{3}\right] + \left[\frac{900}{4}\right] + \left[\frac{900}{5}\right] + \left[\frac{900}{6}\right] + \left[\frac{900}{7}\right] + \left[\frac{900}{8}\right] + \left[\frac{900}{9}\right]$$

$$= 900 + 450 + 300 + 225 + 180 + 150 + 128 + 112 + 100$$

$$= 2545$$

प्रश्न.10. $\triangle ABC$ एक वृत्त $x^2 - \sqrt{2}x + y^2 = 0$ के अंतर्गत है, जहाँ $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ है, तब त्रिभुज ABC का अधिकतम क्षेत्रफल है:

A) $\frac{1}{2}$



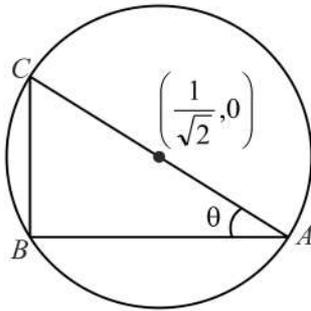
B) 2

C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D) 4

उत्तर: $\frac{1}{2}$

हल: $x^2 - \sqrt{2}x + y^2 = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{2}$



केंद्र $\equiv \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$, $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$AC = \sqrt{2}$

$\text{ar}(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \times AB \times BC$

$= \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \cos \theta \times (\sqrt{2} \sin \theta)$

$= \frac{1}{2} \times \sin 2\theta$

$\max \{\text{ar}(\Delta ABC)\} = \frac{1}{2}$

(चूँकि, $\sin 2\theta$ का अधिकतम मान = 1)

प्रश्न.11. वह प्रायिकता क्या है कि संबंध $\{x, y\} \rightarrow \{x, y\}$ सममित और संक्रामक दोनों हैं?

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{3}{8}$

C) $\frac{5}{16}$

D) $\frac{1}{8}$

उत्तर: $\frac{5}{16}$

हल: कार्तीय गुणन में अवयवों की कुल संख्या 4 होगी, इसलिए कुल संभव संबंध $2^4 = 16$ होंगे।

वे संबंध जो सममित और संक्रामक दोनों हैं, निम्न होंगे;

$\{\}, \{x, x\}, \{y, y\}, \{(x, x), (y, y)\}, \{(x, x), (x, y), (y, x), (y, y)\}$

अर्थात् 5 संबंध।

अभीष्ट प्रायिकता $\frac{5}{16}$ हैं।

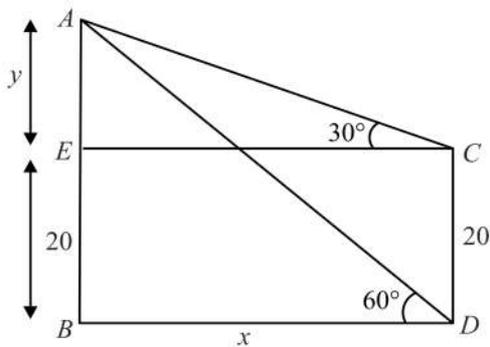


प्रश्न.12. यदि एक खम्भे के शीर्ष और तल से एक मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण क्रमशः 30° और 60° है और खम्भे की ऊंचाई 20 m है, तो मीनार की ऊंचाई (मीटर में) है:

- A) 35
- B) 30
- C) 40
- D) 45

उत्तर: 30

हल: आरेख को आलेखित करने पर, हमें प्राप्त होता है,



$\triangle ABD$ में,

$$\tan 60^\circ = \frac{20+y}{x} \quad \dots (i)$$

$\triangle AEC$ में,

$$\tan 30^\circ = \frac{y}{x} \quad \dots (ii)$$

समीकरण (i) और (ii), $\frac{(i)}{(ii)}$ से, हमें प्राप्त होता है,

$$\frac{\tan 60^\circ}{\tan 30^\circ} = \frac{20+y}{y} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{20+y}{y}$$

$$\Rightarrow \frac{20+y}{y} = 3 \Rightarrow y = 10$$

इसलिए, मीनार की ऊँचाई = $20 + y = 30$ m

प्रश्न.13. यदि α समीकरण $x^4 + x^2 + 1 = 0$ का एक मूल है, तब $\alpha^{1011} + \alpha^{2022} - \alpha^{3033}$ का मान है:

- A) $1 + 2\alpha$
- B) α
- C) 1
- D) $1 + \alpha$

उत्तर: 1



हल: दिया गया है, $x^4 + x^2 + 1 = 0$

α समीकरण $\alpha^4 + \alpha^2 + 1 = 0$ का एक मूल है।

$$\Rightarrow \alpha^2 = \omega \text{ या } \omega^2$$

अब $\alpha^{1011} + \alpha^{2022} - \alpha^{3033}$ का सरलीकरण करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$$= \alpha \cdot (\alpha^2)^{505} + (\alpha^2)^{1011} - \alpha \cdot (\alpha^2)^{1516}$$

$$= \alpha \cdot \omega^{505} + \omega^{1011} - \alpha \cdot \omega^{1516}$$

$$= \alpha\omega + 1 - \alpha\omega = 1$$

